

## **SISTEMA DE AMORTIGUAMIENTO DE LA ROTACION INICIAL PARA EL CONTROL DE ACTITUD DE UN MICROSATELITE DE OBSERVACION TERRESTRE**

*Ing. Carlos Cagliolo (UTN – FRC)*

*Ing. Jorge Jazni (UTN – FRC)*

*Ing. Gustavo González (UTN – FRC)*

### **1. RESUMEN**

El presente trabajo trata el análisis teórico del sistema de control de un pequeño satélite de observación terrestre, destinado a amortiguar la velocidad angular inicial del mismo mediante la acción de campos magnéticos.

En el desarrollo se obtienen expresiones analíticas que permiten la valoración cuantitativa de las magnitudes intervinientes y son por ello aplicables al diseño y cálculos de ingeniería.

### **2. INTRODUCCIÓN**

La expulsión del satélite desde su contenedor en la fase de inyección en órbita imprime al mismo, debido a excentricidad en la fuerza impulsora, un movimiento de rotación inicial cuyo valor puede alcanzar, suponiendo condiciones desfavorables, algunas decenas de r.p.m. alrededor de un eje baricéntrico indeterminado. En tales condiciones la obtención de imágenes no puede efectuarse satisfactoriamente, siendo necesario para tal fin reducir dicha velocidad angular a valores que, en nuestro caso, se estiman en el orden de una revolución por hora.

El sistema de control de actitud deberá, por lo tanto, en una primera etapa que llamaremos fase de amortiguamiento, reducir la velocidad angular inicial mediante la generación de una cupla mecánica aplicada al satélite cuyo sentido sea opuesto a la rotación.

### **3. REQUISITOS PARA EL SISTEMA DE CONTROL DURANTE LA FASE DE AMORTIGUAMIENTO**

- Debido a que es necesario variar el momento cinético el sistema debe funcionar mediante reacción por expulsión de masa ó intercambiando cuplas con el exterior.

- Dado el tipo de aplicación son deseables gran confiabilidad, simplicidad y peso mínimo.
- El sistema deberá operar en forma automática.

#### **4. CRITERIO ORIENTATIVO EN LA SELECCION DEL PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA DE CONTROL**

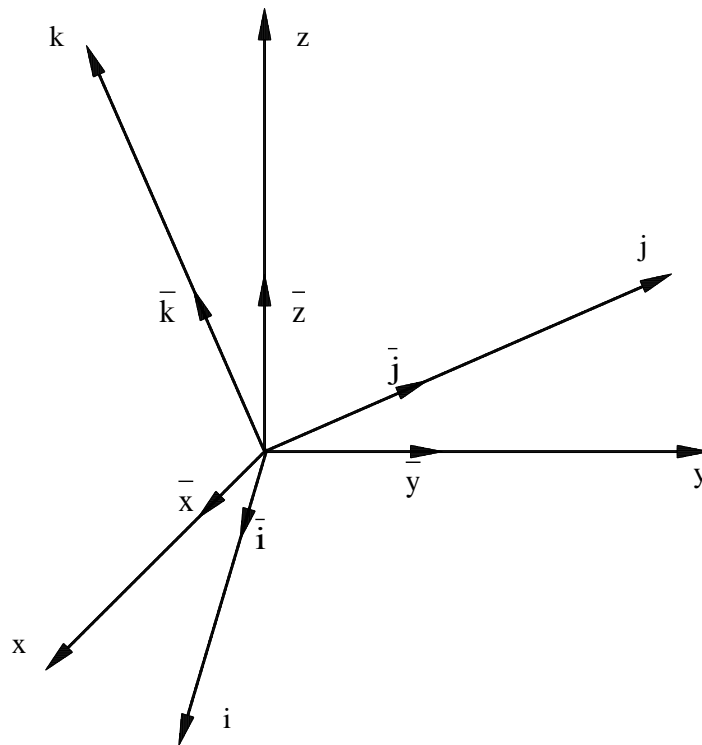
Los sistemas que actúan por reacción (con expulsión de masa) son capaces de generar cuplas fuertes, pero a costa de cierta complejidad mecánica que las hacen desaconsejables en nuestro caso. Por esto y otros motivos que se expondrán mejor en el estudio de la definición final del concepto de diseño, este se orienta hacia un sistema que intercambia cuplas con nuestro planeta, utilizando como medio la interacción entre el campo magnético terrestre y el campo generado a bordo por un sistema de bobinas adecuadamente controlado.

Al inconveniente de generar cuplas débiles podemos oponer en nuestro caso (microsatélite) las siguientes ventajas:

- Sistema totalmente eléctrico-electrónico sin piezas móviles.
- No hay consumo de fluidos no renovables por lo tanto el funcionamiento queda limitado solamente por la vida útil de los componentes.

Debido a la posibilidad del sistema de operar continuamente, y dado que no hay inconveniente en aceptar una fase de amortiguamiento relativamente larga (eventualmente, varios días), la desventaja apuntada anteriormente queda compensada.

## 5. NOMECLATURA A UTILIZAR



X, Y, Z : Terna inercial respecto a las rotaciones, inversa, versores  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$ ,  $\bar{Z}$

i, j, k: Terna móvil, inversa, versores  $\bar{i}$ ,  $\bar{j}$ ,  $\bar{k}$ .

Sentido de los vectores axiales: Como el avance de un tornillo derecho.

Entre los versores se tiene:

$$\bar{i} = i_x \bar{x} + i_y \bar{y} + i_z \bar{z}$$

$$\bar{j} = j_x \bar{x} + j_y \bar{y} + j_z \bar{z}$$

$$\bar{k} = k_x \bar{x} + k_y \bar{y} + k_z \bar{z}$$

$$\bar{x} = x_i \bar{i} + x_j \bar{j} + x_k \bar{k}$$

$$\bar{y} = y_i \bar{i} + y_j \bar{j} + y_k \bar{k}$$

$$\bar{z} = z_i \bar{i} + z_j \bar{j} + z_k \bar{k}$$

Siendo:

|  |   |
|--|---|
| $\left. \begin{array}{l} i_x, i_y, i_z \\ j_x, j_y, j_z \\ k_x, k_y, k_z \end{array} \right\}$ | Cosenos directores de los ejes $i, j, k$ referidos a la terna $X, Y, Z$ .       |
| $\left. \begin{array}{l} x_i, x_j, x_k \\ y_i, y_j, y_k \\ z_i, z_j, z_k \end{array} \right\}$ | Cosenos directores de los ejes $X, Y, Z$ referidos a la terna móvil $i, j, k$ . |

Entre los cosenos directores existen las siguientes igualdades:

Para  $M = X, Y, Z$  ;  $N = i, j, k$  , es  $M_n = N_m$

## 6. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

La configuración que se estudiará consiste en tres magnetómetros sensores, uno por cada eje de una terna ortogonal fija al satélite, un sistema de control, y tres bobinas generadoras de dipolos magnéticos alineados con los mismos ejes.

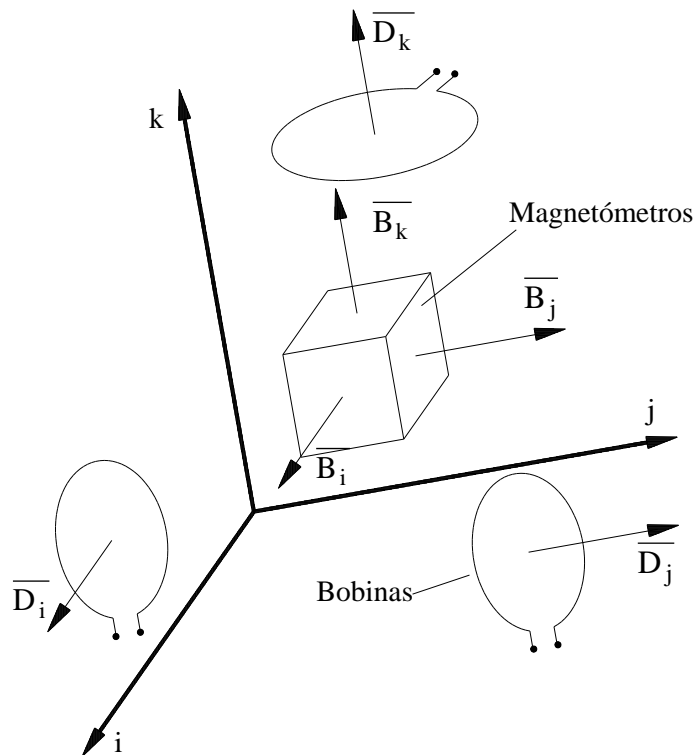


Figura 1

El sistema de control gobierna las corrientes en las bobinas en función de las señales magnetométricas recibidas, debiendo resultar de ello una cupla mecánica opuesta a la rotación. Se demostrará en el presente trabajo que tal función puede ser ejecutada por el sistema siguiendo la ley de control propuesta, como así también se obtendrán expresiones analíticas de los dipolos magnéticos y cuplas mecánicas que permiten su valoración cuantitativa y son aplicables por lo tanto al diseño y cálculos de ingeniería.

En el desarrollo que sigue se supone que los campos creados por las bobinas no son sentidos por los magnetómetros; esta circunstancia se podrá considerar idealmente suponiendo los magnetómetros suficientemente alejados de las bobinas. En la realización práctica, donde tal disposición es inadmisibles, la lectura de las señales magnetométricas se efectúa durante pausas en la aplicación de las corrientes de actuación.

Respecto a la consideración de los aspectos dinámicos que se verán, se supondrá que las cuplas generadas son las únicas acciones aplicadas al satélite.

## 7. ANÁLISIS DEL SISTEMA

Sean

$$\overline{B}_i, \overline{B}_j, \overline{B}_k$$

las componentes del campo magnético terrestre sobre los ejes i, j, k de la terna móvil; las señales de los magnetómetros son: para el eje i (lo mismo para los otros ejes):

$$S_i = F_i B_i$$

El sistema de control debe establecer, en la bobina de cada eje, una corriente proporcional a la derivada de la señal magnetométrica del mismo eje:

$$I_i = G_i \frac{dS_i}{dt} = G_i F_i \frac{dB_i}{dt}$$

Las corrientes  $I_i, I_j, I_k$  crean dipolos magnéticos de módulo  $D_i, D_j, D_k$  alineados con los ejes respectivos i, j, k.

La polaridad debe ser tal que:

$$D_i = -N_i \Omega_i I_i = -N_i \Omega_i F_i G_i \frac{dB_i}{dt}$$

Siendo:

$N_i$  : Numero de espiras de la bobina i

$\Omega_i [m^2]$  : Área de la bobina i

$F_i \left[ \frac{V}{\text{Tesla}} \right]$  : Factor de escala del magnetometro eje i

$G_i \left[ \frac{A.S}{V} \right]$  : Ganancia del sistema de control para el eje i

todas constantes positivas.

Se observa que la polaridad es tal que si la inducción en un magnetómetro aumenta el dipolo en el mismo eje toma valores negativos.

Llamando

$$C_i = N_i \Omega_i F_i G_i$$

tenemos finalmente

$$D_i = -C_i \frac{dB_i}{dt}$$

$$D_j = -C_j \frac{dB_j}{dt}$$

$$D_k = -C_k \frac{dB_k}{dt}$$

siendo

$$C_i, C_j, C_k > 0$$

$D_i, D_j, D_k$  componentes escalares del dipolo  $\bar{D}$ .

El dipolo resulta, por lo tanto, referido a la terna i, j, k:

$$\bar{D} = -C_i \frac{dB_i}{dt} \bar{i} - C_j \frac{dB_j}{dt} \bar{j} - C_k \frac{dB_k}{dt} \bar{k}$$

En la ecuación anterior

$$\frac{dB_i}{dt}, \frac{dB_j}{dt}, \frac{dB_k}{dt}$$

son las derivadas de la inducción medida en la terna móvil.

## 8. CALCULO DEL DIPOLO MAGNÉTICO

Expresando la inducción magnética terrestre en las ternas móvil y fija respectivamente

$$\bar{B} = B_i \bar{i} + B_j \bar{j} + B_k \bar{k} = B_x \bar{x} + B_y \bar{y} + B_z \bar{z}$$

Derivando ambos miembros respecto al tiempo, y tomando como referencia la terna fija : (i, j, k variables)

$$\frac{d\bar{B}}{dt} = \frac{dB_i}{dt} \bar{i} + B_i \frac{d\bar{i}}{dt} + \frac{dB_j}{dt} \bar{j} + B_j \frac{d\bar{j}}{dt} + \frac{dB_k}{dt} \bar{k} + B_k \frac{d\bar{k}}{dt} = \frac{dB_x}{dt} \bar{x} + \frac{dB_y}{dt} \bar{y} + \frac{dB_z}{dt} \bar{z} \quad (2)$$

siendo

$$\frac{d\bar{B}}{dt} \quad (3)$$

la derivada de la inducción medida en la terna fija.

Se tiene, por otra parte:

$$\frac{d\bar{i}}{dt} = \bar{\omega} \times \bar{i} ; \frac{d\bar{j}}{dt} = \bar{\omega} \times \bar{j} ; \frac{d\bar{k}}{dt} = \bar{\omega} \times \bar{k}$$

Además, por las ecuaciones (1)

$$\frac{dB_i}{dt} = -\frac{D_i}{C_i} ; \frac{dB_j}{dt} = -\frac{D_j}{C_j} ; \frac{dB_k}{dt} = -\frac{D_k}{C_k}$$

Reemplazando en (2) y ordenando

$$\frac{d\bar{B}}{dt} = -\frac{D_i}{C_i} \bar{i} - \frac{D_j}{C_j} \bar{j} - \frac{D_k}{C_k} \bar{k} + B_i (\bar{\omega} \times \bar{i}) + B_j (\bar{\omega} \times \bar{j}) + B_k (\bar{\omega} \times \bar{k})$$

efectuando los productos por los escalares  $B_i$ ,  $B_j$ ,  $B_k$ , y recordando la propiedad distributiva del producto vectorial:

$$\frac{d\bar{B}}{dt} = -\frac{D_i}{C_i} \bar{i} - \frac{D_j}{C_j} \bar{j} - \frac{D_k}{C_k} \bar{k} + \bar{\omega} \times \bar{B} \quad (4)$$

en el caso  $C_i = C_j = C_k = C$

$$\frac{d\bar{\mathbf{B}}}{dt} = -\frac{1}{C} (D_i \bar{\mathbf{i}} + D_j \bar{\mathbf{j}} + D_k \bar{\mathbf{k}}) + \bar{\boldsymbol{\omega}} \times \bar{\mathbf{B}} \quad \therefore$$

$$\bar{\mathbf{D}} = C \left[ \bar{\boldsymbol{\omega}} \times \bar{\mathbf{B}} - \frac{d\bar{\mathbf{B}}}{dt} \right] \quad (5)$$

El dipolo, referido a la terna x, y, z resulta independiente de los cosenos directores de la terna móvil i, j, k.

## 9. COMPONENTES DEL DIPOLO

$$\bar{\boldsymbol{\omega}} \times \bar{\mathbf{B}} = (\omega_y B_z - \omega_z B_y) \bar{\mathbf{x}} + (\omega_z B_x - \omega_x B_z) \bar{\mathbf{y}} + (\omega_x B_y - \omega_y B_x) \bar{\mathbf{z}}$$

según (2)

$$\frac{d\bar{\mathbf{B}}}{dt} = \frac{dB_x}{dt} \bar{\mathbf{x}} + \frac{dB_y}{dt} \bar{\mathbf{y}} + \frac{dB_z}{dt} \bar{\mathbf{z}}$$

Por lo tanto, se tienen las componentes del dipolo:

$$D_x = C (\omega_y B_z - \omega_z B_y - \frac{dB_x}{dt})$$

$$D_y = C (\omega_z B_x - \omega_x B_z - \frac{dB_z}{dt}) \quad (6)$$

$$D_z = C (\omega_x B_y - \omega_y B_x - \frac{dB_y}{dt})$$

## 10. MOMENTO MECÁNICO

El momento mecánico aplicado al satélite, que es generado por interacción entre  $\bar{\mathbf{D}}$  y  $\bar{\mathbf{B}}$  y tiende a alinear ambos vectores, tiene por expresión:

$$\bar{\mathbf{M}} = \bar{\mathbf{D}} \times \bar{\mathbf{B}} \quad (7)$$



**11. CALCULO DE  $\bar{M}$  EN EL CASO  $C_i = C_j = C_k = C$**

Introduciendo en (7) el valor de  $\bar{D}$  dado por (5)

$$\bar{M} = C \left[ \bar{\omega} \times \bar{B} - \frac{d\bar{B}}{dt} \right] \times \bar{B} \quad (8)$$

Desarrollando el producto

$$\bar{M} = \bar{D} \times \bar{B} = (D_y B_z - D_z B_y) \bar{x} + (D_z B_x - D_x B_z) \bar{y} + (D_x B_y - D_y B_x) \bar{z} \quad (9)$$

Reemplazando los valores de  $D_i, D_j, D_k$  dados por (6)

$$M_x = C \left( \omega_z B_x - \omega_x B_z - \frac{dB_y}{dt} \right) B_z - C \left( \omega_x B_y - \omega_y B_x - \frac{dB_z}{dt} \right) B_y$$

$$M_x = C \left( \omega_z B_x B_z - \omega_x B_z^2 - \frac{dB_y}{dt} B_z - \omega_x B_y^2 + \omega_y B_x B_y + \frac{dB_z}{dt} B_y \right)$$

Sumando y restando  $\omega_x B_x^2$  y agrupando:

$$M_x = C \left[ -\omega_x (B_x^2 + B_y^2 + B_z^2) + B_x (\omega_x B_x + \omega_y B_y + \omega_z B_z) + \frac{dB_z}{dt} B_y - \frac{dB_y}{dt} B_z \right] \quad (10)$$

La componente  $M_y$  se obtiene a partir de (10) cambiando los subíndices, según indica (9):

$$X \rightarrow Y, Y \rightarrow Z, Z \rightarrow X$$

$$M_y = C \left[ -\omega_y (B_y^2 + B_z^2 + B_x^2) + B_y (\omega_y B_y + \omega_z B_z + \omega_x B_x) + \frac{dB_x}{dt} B_z - \frac{dB_z}{dt} B_x \right]$$

Para  $M_z$   $X \rightarrow Y, Y \rightarrow Z, Z \rightarrow X$

$$M_z = C \left[ -\omega_z (B_z^2 + B_x^2 + B_y^2) + B_z (\omega_z B_z + \omega_x B_x + \omega_y B_y) + \frac{dB_y}{dt} B_x - \frac{dB_x}{dt} B_y \right]$$

Como puede verse, las componentes  $M_x, M_y, M_z$  son el desarrollo de la siguiente ecuación vectorial:

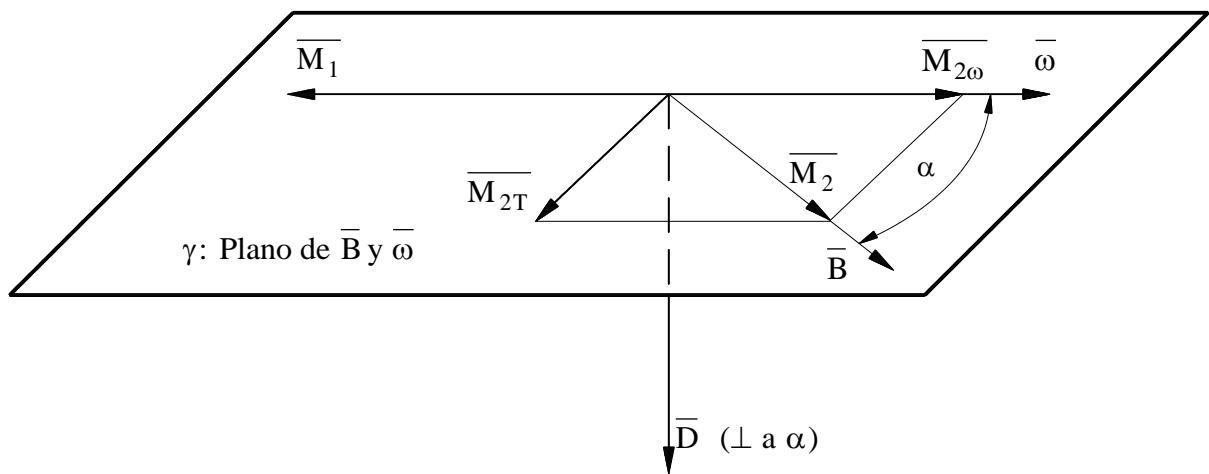
$$\bar{M} = C \left[ -B^2 \bar{\omega} + (\bar{\omega} \cdot \bar{B}) \bar{B} - \frac{d\bar{B}}{dt} \times \bar{B} \right]$$

La cual expresa el momento mecánico  $\bar{M}$  referido a la terna X, Y, Z.

Se observa que  $\bar{M}$ , al igual que  $\bar{D}$ , no contiene los cosenos directores de la terna móvil, es decir, si  $\bar{B}$  y  $\bar{\omega}$  son ctes.,  $\bar{D}$  y  $\bar{M}$  permanecen estacionarios en la terna fija.

## 12. ANÁLISIS DEL MOMENTO

(Ver Figura)



Hagamos  $\bar{M} = \bar{M}_1 + \bar{M}_2 + \bar{M}_3$ , siendo:

$$\bar{M}_1 = -C B^2 \bar{\omega}$$

$$\bar{M}_2 = C(\bar{\omega} \cdot \bar{B}) \bar{B}$$

$$\bar{M}_3 = -C \frac{d\bar{B}}{dt} \times \bar{B}$$

A fin de analizar el carácter amortiguador de  $\bar{M}$  consideremos inicialmente  $\bar{B} = \text{cte}$ . En este caso:

$$\frac{d\bar{B}}{dt} = 0 \quad \therefore \quad \bar{M}_3 = 0 \quad \text{y} \quad \bar{M} = \bar{M}_1 + \bar{M}_2$$

$\bar{M}_1$ : Opuesto a  $\bar{\omega}$  (siempre amortiguador), módulo  $M_1 = CB^2\omega$

$\bar{M}_2$ : Dirección de  $\bar{B}$ , módulo  $M_2 = C\omega B^2 \cos\alpha$ , (ángulo entre  $\bar{\omega}$  y  $\bar{B}$ )

La proyección de  $\bar{M}_2$  sobre  $\bar{\omega}$  (siempre motriz), tiene por módulo

$$M_{2\omega} = C\omega B^2 \cos^2 \alpha$$

La resultante de las proyecciones sobre  $\bar{\omega}$  tiene por valor, asignando signo positivo al sentido de  $\bar{\omega}$  :

$$M_{\omega} = -CB^2 \omega + C\omega B^2 \cos^2 \alpha = -C\omega B^2 (1 - \cos^2 \alpha)$$

Siendo  $1 - \cos^2 \alpha > 0$  se demuestra que la proyección de  $\bar{M}$  sobre  $\bar{\omega}$  es opuesta a  $\bar{\omega}$  o nula como caso particular (caso en que  $\bar{\omega}$  y  $\bar{B}$  tienen la misma dirección:  $\alpha = 0$  ó  $\alpha = 180^\circ$ ).

El proceso de amortiguamiento puede ser analizado a partir del principio de conservación de la energía. Bajo este aspecto, vemos que el sentido de  $\bar{M}$ , apuesto a  $\bar{\omega}$ , indica que se trata de una cupla resistente, es decir las bobinas y el sistema eléctrico asociado absorbe energía a expensas de la energía cinética de las masas rotantes, lo cual implica que la velocidad de rotación debe reducirse tendiendo a 0.

La cupla transversal  $\overline{M_{2T}}$ , por tener dirección perpendicular a  $\bar{\omega}$ , no desarrolla trabajo, y no interviene en el intercambio energético.

Si  $\frac{d\bar{B}}{dt} \neq \text{cte}$ , se tiene:

El caso general en que el campo  $\bar{B}$  en la terna fija es variable, lo analizaremos en la hipótesis de que  $\bar{B}$  gira con velocidad  $\overline{\omega_B} = \text{cte}$  de donde se deduce

$$\frac{d\bar{B}}{dt} = \overline{\omega_B} \times \bar{B}$$

Reemplazando en (8)

$$\bar{M} = C [\overline{\omega} \times \bar{B} - \overline{\omega_B} \times \bar{B}] \times \bar{B} \quad (11)$$

El sistema de control tiende a llevar al satélite a un estado en el cual la transferencia de energía cinética a eléctrica o viceversa ya no sea posible, estado en el cual las corrientes en las bobinas  $I = 0$  y en consecuencia el dipolo  $\bar{D} = 0$ . En esta condición es  $\bar{M} = 0$  (Ecuación (7)).

La ecuación (11) muestra que para ello, siendo  $C$  y  $\bar{B}$  distintos de cero debe ser igual a cero el corchete para lo cual  $\overline{\omega} = \overline{\omega_B}$  es decir, durante el proceso de amortiguamiento el satélite modifica su velocidad angular  $\bar{\omega}$  tendiendo a aproximarla a la velocidad de rotación de  $\bar{B}$ ,

alcanzando finalmente, al cabo de un tiempo suficiente, ( $\rightarrow \infty$ ) una velocidad angular igual a la del campo magnético en la terna fija.

### 13. CÁLCULO DEL DIPOLO EN EL CASO $C_i \neq C_j \neq C_k$

Se demostró (Ecuación (4)) que

$$\frac{d\bar{\mathbf{B}}}{dt} = -\frac{D_i}{C_i} \bar{\mathbf{i}} - \frac{D_j}{C_j} \bar{\mathbf{j}} - \frac{D_k}{C_k} \bar{\mathbf{k}} + \bar{\boldsymbol{\omega}} \times \bar{\mathbf{B}}$$

De donde las componentes del dipolo son, en la terna móvil:

$$\begin{aligned} D_i &= C_i \left[ (\bar{\boldsymbol{\omega}} \times \bar{\mathbf{B}})_i - \left( \frac{d\mathbf{B}}{dt} \right)_i \right] \\ D_j &= C_j \left[ (\bar{\boldsymbol{\omega}} \times \bar{\mathbf{B}})_j - \left( \frac{d\mathbf{B}}{dt} \right)_j \right] \\ D_k &= C_k \left[ (\bar{\boldsymbol{\omega}} \times \bar{\mathbf{B}})_k - \left( \frac{d\mathbf{B}}{dt} \right)_k \right] \end{aligned} \quad (12)$$

Los paréntesis de la derecha en las expresiones anteriores indican las proyecciones, sobre los ejes de  $i, j, k$  respectivamente, de la derivada del campo  $\bar{\mathbf{B}}$  en la terna fija (No confundir con las derivadas del campo en la terna móvil  $\frac{dB_i}{dt}, \frac{dB_j}{dt}, \frac{dB_k}{dt}$ ).

Según la ecuación (2):

$$\frac{d\bar{\mathbf{B}}}{dt} = \frac{dB_x}{dt} \bar{\mathbf{X}} + \frac{dB_y}{dt} \bar{\mathbf{Y}} + \frac{dB_z}{dt} \bar{\mathbf{Z}}$$

Reemplazando los versores  $\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}, \bar{\mathbf{z}}$  de la terna fija y separando componentes :

$$\begin{aligned} \left( \frac{d\mathbf{B}}{dt} \right)_i &= \frac{dB_x}{dt} i_x + \frac{dB_y}{dt} i_y + \frac{dB_z}{dt} i_z \\ \left( \frac{d\mathbf{B}}{dt} \right)_j &= \frac{dB_x}{dt} j_x + \frac{dB_y}{dt} j_y + \frac{dB_z}{dt} j_z \\ \left( \frac{d\mathbf{B}}{dt} \right)_k &= \frac{dB_x}{dt} k_x + \frac{dB_y}{dt} k_y + \frac{dB_z}{dt} k_z \end{aligned}$$

Desarrollando el producto  $(\bar{\omega} \times \bar{B})$  y separando componentes tenemos finalmente, reemplazando en (12)

$$\begin{aligned} D_i &= C_i \left[ \omega_j B_k - \omega_k B_j - \left( \frac{dB_x}{dt} i_x + \frac{dB_y}{dt} i_y + \frac{dB_z}{dt} i_z \right) \right] \\ D_j &= C_j \left[ \omega_k B_i - \omega_i B_k - \left( \frac{dB_x}{dt} j_x + \frac{dB_y}{dt} j_y + \frac{dB_z}{dt} j_z \right) \right] \\ D_k &= C_k \left[ \omega_i B_j - \omega_j B_i - \left( \frac{dB_x}{dt} k_x + \frac{dB_y}{dt} k_y + \frac{dB_z}{dt} k_z \right) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

#### 14. MOMENTO MECÁNICO EN EL CASO $C_i \neq C_j \neq C_k$

Desarrollaremos el análisis para una bobina única en el eje  $i$ . Por razones de brevedad supondremos  $\bar{B} = \text{cte}$ ;  $\frac{d\bar{B}}{dt} = 0$ . Por las ecuaciones (13), y haciendo  $C_j = 0$ ,  $C_k = 0$ ,

$$D_i = C_i (\omega_j B_k - \omega_k B_j)$$

$$D_j = 0$$

$$D_k = 0$$

$$\bar{M} = \bar{D} \times \bar{B} = (D_j B_k - D_k B_j) \bar{i} + (D_k B_i - D_i B_k) \bar{j} + (D_i B_j - D_j B_i) \bar{k}$$

$$\bar{M} = -C_i (\omega_j B_k - \omega_k B_j) B_k \bar{j} + C_i (\omega_j B_k - \omega_k B_j) B_j \bar{k}$$

$$M_i = 0$$

$$M_j = C_i (\omega_k B_j B_k - \omega_j B_k^2)$$

$$M_k = C_i (\omega_j B_k B_j - \omega_k B_j^2)$$

Para determinar si el momento es motriz o resistente veamos como se proyecta  $\bar{M}$  sobre  $\bar{\omega}$  analizando el signo del producto escalar  $\bar{\omega} \cdot \bar{M}$ .

$$\bar{\omega} \cdot \bar{M} = C_i (\omega_j \omega_k B_j B_k - \omega_j^2 B_k^2) + C_i (\omega_j \omega_k B_j B_k - \omega_k^2 B_j^2)$$

$$\bar{\omega} \cdot \bar{M} = -C_i (\omega_j^2 B_k^2 - 2\omega_j \omega_k B_j B_k + \omega_k^2 B_j^2)$$

$$\bar{\omega} \cdot \bar{M} = -C_i (\omega_j B_k - \omega_k B_j)^2$$

Lo cual pone en evidencia que  $\overline{\omega} \cdot \overline{M}$  es  $< 0$ . Es decir la proyección de  $\overline{M}$  sobre  $\overline{\omega}$  tiene signo contrario a  $\overline{\omega}$  y es por lo tanto amortiguador (o nula como caso particular cuando  $\overline{\omega}$  y  $\overline{B}$  tienen la misma dirección).

Se demuestra así que cada bobina genera siempre una cupla amortiguadora y por lo tanto la disposición de bobinas en los tres ejes, cualquiera que sean las ganancias de cada uno de ellos, producirá un efecto similar.

La ventaja de disponer de tres bobinas reside en que de esta forma el efecto amortiguador puede hacerse más potente y más regular. Otra ventaja importante de la aplicación en más de un eje es un substancial aumento de la confiabilidad del sistema. A fin de sacar el mayor provecho de esta circunstancia, en el diseño se deberá evitar en lo posible el uso de elementos comunes a los tres canales.

## 15. CONCLUSIONES

El trabajo presentado muestra la posibilidad de reducir la velocidad angular de un satélite mediante la acción de campos magnéticos generados abordo por bobinas, a través de las cuales circulan corrientes proporcionales a las derivadas de las señales provenientes de los magnetómetros a bordo, excitados por el campo magnético terrestre. Se supone que el dipolo creado por las corrientes de control no interviene en la generación de las señales magnetométricas. A fin de lograr esto las lecturas de los magnetómetros deben efectuarse durante interrupciones en la aplicación de las corrientes en bobinas, por lo cual estas corrientes resultan pulsadas.

La estrategia óptima de generación de los pulsos de corriente, así como el tratamiento de las señales magnetométricas para obtener las derivadas, deben ser objeto de un estudio especial. Conviene aclarar, sin embargo, que ello no altera la validez de las formulaciones presentadas y que, cualquiera sea el modo de trabajo adoptado, la solución ha de basarse fundamentalmente en los conceptos aquí expuestos.

En la configuración propuesta el sistema está constituido exclusivamente por componentes eléctricos y electrónicos sin piezas móviles, con la consiguiente ventaja respecto a confiabilidad y vida útil.

Los sensores utilizados son, por otra parte, instrumentos robustos, confiables y de bajo costo, habiendo desarrollado diseños propios utilizados exitosamente el control de cargas útiles espaciales.

## **16. RESULTADOS OBTENIDOS**

El sistema de amortiguamiento estudiado en el presente trabajo ha sido implementado, a través de las formulaciones matemáticas vistas, en un programa de simulación computacional de la Dinámica de un Microsatélite, habiéndose observado el cumplimiento de las previsiones teóricas y el correcto funcionamiento del sistema.

## **17. BIBLIOGRAFÍA**

- SPACE SYSTEMS ENGINEERING - F. Riley & J. D. Sailor - Mc Graw Hill - 1962.
- MODERN SPACECRAFT DYNAMICS & CONTROL - M. Kaplan - John Wiley & Sons - 1976.
- SCIENTIFIC USES OF EARTH SATELLITES - J. A. Van Allen - The University of Michigan Press - 1958.
- ELECTROMAGNETIC DEVICES - H. C. Roters - John Wiley & Sons - 1955.
- GUIDANCE AND CONTROL II - Progres in astronautics and aeronautics - Vol. 13 - Academic Press New York - 1964.
- HANDBOOK OF ASTRONAUTICAL ENGINEERING - H. H. Koelle - Mc Graw Hill - 1961.
- SATELLITE ENVIRONMENT HANDBOOK - F. Johnson - Stanford University Press 1965.