

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL



FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

Tesis Doctoral

**Modelado e implementación de sistemas de navegación aérea
autónoma basada en visión artificial.**

**Doctorado en Ingeniería
Mención Procesamiento de Señales e Imágenes**

**Autor:
Edgardo Antonio Comas**

**Director/es:
Claudio Delrieux**

Buenos Aires, Marzo de 2020

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quisiera agradecer a mi Director de Tesis Doctor Claudio Delrieux, por el trato, la confianza y ayuda depositada en mí, su permanente asesoramiento en la escritura de la presente Tesis y del trabajo “Robust Object Tracking in Infrared Video via Particle Filters”, así como también por su continuo aliento y nivel de exigencia.

Al Profesor Doctor Walter Edgardo Legnani por su asidua colaboración en mis trabajos, y en particular a el asesoramiento realizado para la escritura del trabajo “A Preliminary Study on the Non-Linear Behavior of Hypersonic Flow”.

A todos y todas los/las Profesores/as del Doctorado, que con el dictado de sus clases contribuyen a la formación de los doctorandos más allá de los contenidos teóricos impartidos.

Al personal del Instituto de Investigaciones Científicas y Técnicas para la Defensa, sin los cuales hubiera sido imposible la realización de las pruebas de campo para la adquisición de los datos. Al personal de los Laboratorios de Técnicas Digitales y Navegación, por su incondicional apoyo al desarrollo de las unidades de medición y realización de los vuelos con el vehículo aéreo no tripulado, y al personal del Laboratorio Visión Nocturna por facilitar las cámaras de visión en los espectros del visible e infrarrojo.

También me gustaría dar las gracias a todos los que de algún modo han contribuido a la consecución de este trabajo desde diversos puntos de vista: material, intelectual, administrativo, formal y anímico.

Finalmente un agradecimiento especial a mi familia, y en especial a mi esposa por la comprensión y apoyo dispensado durante todo el tiempo que he invertido en el desarrollo y la escritura de la presente Tesis.

ÍNDICE

PRÓLOGO	1
RESUMEN	2
LISTADO DE ABREVIACIONES	3
1. CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	5
1.1. INTRODUCCIÓN.....	5
1.2. ESTRUCTURA DE LA TESIS	7
2. CAPÍTULO 2. MODELO TERRESTRE.....	9
2.1. EL ELIPSOIDE WGS84.....	9
2.2. TERNA DE REFERENCIA TERRESTRE ECEF “EARTH CENTERED EARTH FIXED”	10
2.3. TERNA DE REFERENCIA TERRESTRE ECI “EARTH CENTERED INERTIAL”	11
2.4. COORDENADAS CURVILÍNEAS GEODÉSICAS	11
2.5. TERNA VERTICAL GEODÉSICA LOCAL.....	13
2.6. TERNA DEL CUERPO Y DE LOS INSTRUMENTOS	14
2.7 REPRESENTACIÓN DE LA ACTITUD, MATRICES DE ROTACIÓN Y CUATERNIONES	15
3. CAPÍTULO 3. ECUACIONES DE NAVEGACIÓN.....	18
3.1. PROPAGACIÓN TEMPORAL DE LA MATRIZ DE ROTACIÓN	18
3.2. POTENCIAL GRAVITACIONAL TERRESTRE PARA ALTURAS MEDIAS O BAJAS EN COORDENADAS ECEF.	19
3.3. CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE.....	22
3.4. RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES INERCIALES DE NAVEGACIÓN EN LA TERNA ECEF.....	23
4. CAPÍTULO 4. ESTIMADORES DE ESTADOS “KALMAN” Y DE OBSERVACIONES ESCALARES “BAUE”	26
4.1. INTRODUCCIÓN.....	26
4.2. EL ESTIMADOR DE ESTADOS “KALMAN”	26
4.3. DESCRIPCIÓN Y CONDICIONES DE CONTORNO.....	26
4.4. DESARROLLO DE LA GANANCIA QUE MINIMIZA EL ERROR DE ESTIMACIÓN.	30
4.5. ALGORITMO DE CÁLCULO.....	35
4.6. EL ESTIMADOR DE OBSERVACIONES ESCALARES “BAUE”	36

5. CAPÍTULO 5. SENSORES	41
5.1. UNIDAD DE MEDICIÓN INERCIAL.....	41
5.1.1 OBTENCIÓN DEL ÁNGULO DE ORIENTACIÓN RESPECTO DEL NORTE MAGNÉTICO.....	42
5.2. PRESIÓN BAROMÉTRICA Y TEMPERATURA.....	43
5.3. RECEPTOR GPS	45
5.4. CÁMARA DE VIDEO	49
6. CAPÍTULO 6. SEGUIMIENTO DE OBJETOS EN VIDEO.....	56
6.1 EL FILTRO DE PARTÍCULAS	56
6.2. ALGORITMO SURF	59
6.3. DISMINUCIÓN DEL EFECTO DE LA IMAGEN DE FONDO	61
6.4. DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO DEL FILTRO DE PARTÍCULAS.....	64
6.5. APLICACIÓN DEL ALGORITMO DEL FILTRO DE PARTÍCULAS AL SEGUIMIENTO DEL HELIPUERTO.	67
7. CAPÍTULO 7. ALINEACIÓN DE NUBES DE PUNTOS 3D.....	69
7.1 ALGORITMO ICP	69
7.2 MÉTODOS DE MEJORA DEL ALGORITMO ICP.....	71
7.3 EJEMPLOS DE EVALUACIÓN DEL ALGORITMO ICP	72
8. CAPÍTULO 8. SISTEMA DE VALIDACIÓN	75
8.1. ÁREA DE VUELO PARA LOS EXPERIMENTOS.....	75
8.2. VEHÍCULO AÉREO DE 6 ROTORES, “HEXACÓPTERO”.....	76
8.3. SISTEMA DE ADQUISICIÓN Y TRANSMISIÓN DE LA INFORMACIÓN	78
8.3.1. SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS INERCIALES, MAGNÉTICOS, BAROMÉTRICOS Y DEL RECEPTOR GPS	79
8.3.2. SISTEMA DE TRANSMISIÓN Y DE RECEPCIÓN DE DATOS DE TELEMETRÍA	81
8.3.3. SISTEMA DE PROCESAMIENTO EN ESTACIÓN TERRENA	82
8.3.4. SISTEMA DE TRANSMISIÓN Y DE RECEPCIÓN DE DATOS DE VIDEO.....	83
8.4. SIMULADOR Y GENERADOR DE DATOS DE VUELO.....	84
8.4.1. VISUALIZACIÓN DE MAPAS Y TRAYECTORIA.....	85
8.4.1.1. LIBRERÍAS DE MAPAS DIGITALES	86
8.4.1.1. MOSAICO DE MAPAS DIGITALES	86
8.4.2. VISUALIZACIÓN DE INSTRUMENTOS DE VUELO.....	87

8.4.3. VISUALIZACIÓN DE LA IMAGEN ADQUIRIDA POR LA CÁMARA.....	88
8.4.4. SIMULADOR DEL HEXACÓPTERO	89
8.4.4.1. ECUACIONES DEL HEXACÓPTERO	90
8.4.4.1. MODELO DE LOS MOTORES	93
9. CAPÍTULO 9, DESCRIPCIÓN DE LOS ALGORITMOS Y RESULTADOS EXPERIMENTALES	95
9.1. DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO GENERAL DE NAVEGACIÓN.....	95
9.2. DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO DE PROCESAMIENTO DE VIDEO.....	97
9.3. CONDICIONES INICIALES	99
9.4. MEDICIONES REALIZADAS EN EL VUELO	101
9.4.1. MEDICIÓN DEL RECEPTOR GPS	101
9.4.2. MEDICIÓN DEL BARÓMETRO	102
9.4.3. MEDICIÓN DE LA UNIDAD DE MEDICIÓN INERCIAL.....	103
9.5. SOLUCIONES DE LA NAVEGACIÓN	106
9.5.1. SOLUCIÓN 1 DE LA NAVEGACIÓN “S1”	106
9.5.2. SOLUCIÓN 2 DE LA NAVEGACIÓN “S2”	109
9.5.3. SOLUCIÓN 3 DE LA NAVEGACIÓN “S3”	111
9.6. COMPARACIÓN DE LOS ERRORES ENTRE LAS SOLUCIONES “S2” Y “S3” ...	113
10. CAPÍTULO 10, CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....	118
10.1. CONCLUSIONES.....	118
10.2. TRABAJOS FUTUROS	121
10.2.1 ALGORITMO DE NAVEGACIÓN.....	121
10.2.2 ALGORITMO DE PROCESAMIENTO DE VIDEO	122
11. PUBLICACIONES A QUE DIO LUGAR LA TESIS	124
11.1 PUBLICACIONES EN REVISTAS INTERNACIONALES	124
11.2 LIBROS	125
11.3 PUBLICACIONES EN REUNIONES CIENTÍFICAS	125
11.4 NOTAS TÉCNICAS	126
12. BIBLIOGRAFÍA	127

LISTADO DE TABLAS

Tabla 3.1. Constantes del elipsoide WGS84.	20
Tabla 3.2. Componentes del campo magnético terrestre.	23
Tabla 4.1. Formas de estimación.	28
Tabla 5.1. Descripción del formato de los mensajes.	48
Tabla 5.2. Descripción de los datos del mensaje 2.	48
Tablas 6.1 (a) y (b). Imagen (a) e imagen integral (b).	60
Tabla 8.1. Descripción de la trama para transmisión de datos de los sensores.	80
Tabla 8.2. Descripción de la trama de la IMU.	80
Tabla 8.3. Detalle de las mediciones de cada uno de los sensores.	81
Tabla 8.4. Enlace de telemetría y principales características.	82
Tabla 8.5. Especificaciones básicas del transmisor y receptor de video.	84
Tabla 8.6. Listado de valores generados por el simulador.	89
Tabla 9.1. Valores iniciales de las magnitudes medidas.	100
Tabla 9.2. Tiempos de muestreo de las diferentes unidades de adquisición.	100
Tabla 9.3. Soluciones de la navegación 1 a 3.	106
Tabla 9.4. Coordenadas de los puntos de error máximo para la solución “S3”.	114

LISTADO DE FIGURAS

Figura 2.1. Elipsoide WGS 84.....	9
Figura 2.2. Ternas ECEF y ECI.....	10
Figura 2.3. Coordenadas curvilíneas geodésicas.	12
Figura 2.4. Relación entre latitud geodésica y geocéntrica.	12
Figura 2.5. Terna del cuerpo.....	15
Figura 2.6. Composición de las rotaciones elementales.	16
Figura 3.1. Modelo del campo magnético terrestre.	22
Fig. 3.2. Mecanización de las ecuaciones inerciales en coordenadas ECEF.....	25
Figura 4.1. Sistema con sus ruidos incorporados.	27
Figura 4.2. Representación de las formas de estimación.	28
Figura 4.3. Modelo del observador.....	29
Figura 4.4. Modelo del sistema con el observador.	29
Figura 4.5. Error cuadrático medio con variables α_1, α_2	38
Figura 5.1. Unidad de medición inercial con sus respectivas ternas.	41
Figura 5.2. Variación de la presión ante una variación de altura.	43
Figura 5.3. Modelo de perspectiva de la cámara.	49
Figura 5.4. (a) Subespacio afin, (b) Homogenización espacio R^2	50
Figura 5.5. Representación del modelo de la cámara.	51
Figura 5.6. Proyección de un punto.	52
Figura 5.8. Campo visual.	54
Figura 5.9. Cámara Tau 640 con lente de 13 mm.....	55
Figura 6.1. El Algoritmo SURF.....	59
Figura 6.2. Imagen adquirida del helipuerto.	62
Figura 6.3. Histograma imagen de la figura 6.2.	62
Figura 6.4. La misma imagen de la figura 6.2 después de la sustracción del efecto del fondo.	63
Figura 6.5. Histograma de la imagen de la figura 6.4.....	63
Figura 6.6. Área de aplicación de la rutina SURF y los 50 puntos característicos más significativos.....	64
Figura 6.7. Algoritmo de Partículas para seguimiento de objetos.....	65
Figura 6.8. Secuencia de evolución del filtro de partículas.	67
Figura 6.9. Mediciones del filtro de partículas y porcentaje de partículas válidas.....	68

Figura 7.2. Conjunto o nubes de puntos antes y después de la aplicación del algoritmo ICP, con total correspondencia de puntos.....	72
Figura 7.3. Error en función de las iteraciones y tiempo de ejecución para una total correspondencia de puntos.	73
Figura 7.4. Conjunto o nubes de puntos antes y después de la aplicación del algoritmo ICP, con procedimiento árbol Kd.....	73
Figura 7.5. Error en función de las iteraciones y tiempo de ejecución para con procedimiento árbol Kd.....	74
Figura 8.1. Área de los experimentos (imagen obtenida del google maps).	75
Figura 8.2. Resultados de las mediciones del punto de referencia geodésico.....	76
Figura 8.3. Imagen del helipuerto adquirida con la cámara infrarroja.....	76
Figura 8.4. Vehículo aéreo de 6 rotores “hexacóptero”.....	77
Figura 8.5. Controlador utilizado en el hexacóptero	APM.
77	
Figura 8.6. Radio Control y receptor de a bordo.	78
Figura 8.7. Sistema de adquisición y transmisión de la información.	79
Figura 8.8. Kit de enlace de telemetría.	82
Figura 8.9. Pantalla del software de la estación terrena Mision Planner.	83
Figura 8.10. Transmisor y Receptor de video.	83
Figura 8.11. Esquema del software del Simulador de datos de vuelo.	84
Figura 8.12. Interfaz de visualización de los mapas.	85
Figura 8.13. Representación en capas de los mapas.	86
Figura 8.14. Codificación de los mosaicos según nivel de detalle.	87
Figura 8.15. Visualización de los instrumentos de altitud y actitud.	87
Figura 8.16. Interfaz de la aplicación para visualización de la imagen de la cámara.....	88
Figura 8.17. Interfaz de la aplicación de simulación.	90
Figura 8.18. Sistemas de referencia para el simulador.	90
Figura 8.19. Esquema del hexacóptero.	92
Figura 8.20. Modelo esquemático de los motores.	93
Figura 8.21. Esquema del motor de continua.	94
Figura 9.1. Esquema del algoritmo general de navegación.....	96
Figura 9.2. Esquema del algoritmo de procesamiento de video.....	98
Figura 9.3. Disposición de las condiciones iniciales.	99

Figura 9.4. Trayectoria obtenida del receptor GPS.	101
Figura 9.5. Temperatura del barómetro y Presión barométrica.	102
Figura 9.6. Altura obtenida del receptor GPS y del Barómetro.	103
Figura 9.7. Aceleraciones en la terna del vehículo.	104
Figura 9.8. Velocidades Angulares en la terna del vehículo.	104
Figura 9.9. Campo Magnético terrestre en la terna del vehículo.	105
Figura 9.10. Campo Magnético terrestre corregido.	105
Figura 9.11. Trayectoria “S1” obtenida de la solución de la navegación.	107
Figura 9.12. Ángulos de rolido, cabeceo y guiño (solución 1, “S1”).	108
Figura 9.13. Posiciones ENU del receptor GPS y de la navegación (solución 1, “S1”).	108
Figura 9.14. Trayectorias solución “S1”, “S2” y detalle de los instantes “Gps off” y “Gps on”. ..	109
Figura 9.15. Ángulos de rolido, cabeceo y guiño correspondientes a la solución 2, “S2”.	110
Figura 9.16. Comparación posiciones ENU, soluciones “S1” y “S2”.	111
Figura 9.17. Trayectorias “S1” y “S3” obtenidas de la solución de la navegación.	112
Figura 9.18. Ángulos de rolido, cabeceo y guiño correspondientes a la solución 3, “S3”.	112
Figura 9.19. Error absoluto de la posición para las soluciones “S2” y “S3”.	113
Figura 9.20. Error absoluto de la actitud para las soluciones “S2” y “S3”.	114
Figura 9.21. Descripción del cálculo del error relativo.	115
Figura 9.22. Error relativo en la posición.	115
Figura 9.23. Imagen del video con ruido, y con el referente fuera de la imagen. Coordenadas (231,84s, 18,7%).	116
Figura 9.24. Imagen del video con ruido, y con el referente fuera de la imagen. Coordenadas (279,53s, 18,3%).	117
Figura 10.1. Software de visualización imágenes en sincronismo con el error relativo.	121

PRÓLOGO

Son múltiples las aplicaciones en donde es necesario llevar uno o más sensores a un punto de altitud elevada, en zonas de difícil acceso, áreas contaminadas con agentes químicos o nucleares, o en todo otro tipo de actividad que represente un riesgo para el personal interviniente. Existen además muchos otros casos de aplicación en donde una tarea de reconocimiento, inspección o vigilancia puede ser riesgosa para el ser humano (actividades militares, misiones de reconocimiento en zonas hostiles, etc.) o bien que, por sus características de repetitividad es necesario bajar sus costos.

La utilización de plataformas aéreas no tripuladas autónomas o semiautónomas permite eliminar riesgos para los humanos, y además una considerable reducción de los costos de operación. Esto está determinando que actualmente estas plataformas facilitan y expanden cada vez más sus áreas de aplicación, como el control de los recursos naturales: de flora y fauna, alerta temprana de incendios forestales, seguimiento de movimientos migratorios, recuento de animales, detección de bancos de pesca, etc.

En todas estas aplicaciones es necesario controlar en forma robusta el vuelo de la aeronave y conocer con la mayor precisión posible su orientación y posición, a fin de poder analizar los datos arrojados por los sensores, corregir los mismos, o componer un resultado a partir de múltiples registros. Resulta de primordial interés, por lo tanto, poder realizar vuelos siguiendo una trayectoria y realizar el regreso al punto base de partida en forma autónoma. Para ello, la estrategia tradicional consiste en emplear puntos fijos de referencia sobre la cartografía del área.

Esta estrategia es inaplicable en un conjunto significativo de casos. Por ejemplo si no se cuenta con cobertura GPS, o no se cuenta con una cartografía de base lo suficientemente precisa, o bien si el área de interés no está perfectamente determinada en el momento de realizar la planificación del vuelo. Esto es particularmente indispensable en determinadas misiones donde se requiere recabar información a partir del reconocimiento de una imagen sobre el terreno, como por ejemplo encontrar una falla a lo largo de una línea de alta tensión, encontrar un móvil específico en una ruta, determinar la posición de focos de incendio, derrames de hidrocarburos, etc., entre otros casos igualmente significativos y críticos. Para todas estas situaciones, en las cuales planificar el vuelo en forma estática y siguiendo puntos de referencia es inaplicable, se requiere que la navegación autónoma incorpore capacidades interactivas en base a algún criterio programable.

RESUMEN

En la presente tesis se desarrollaron los algoritmos de navegación autónoma que incorporan el procesamiento digital de video, conocido como “Vision in the Loop”. Para llevar adelante esta investigación se utilizaron aeronaves no tripuladas clase I, del tipo helicóptero de cuatro y seis rotores, con su sistema de adquisición de datos inerciales, barométricos, de GPS y una cámara en el espectro visible y otra en el infrarrojo. La determinación de la trayectoria se obtuvo por medio de la fusión de los datos de las medidas inerciales, barómetro, GPS y video en un estimador de Kalman. Para el testeo de los algoritmos se realizaron varias pruebas de campo y también se desarrolló un sistema de simulación de vuelo del helicóptero, generando todas las variables inerciales, barométricas, de GPS y de video, utilizando para ello los mapas digitales del área de realización de los vuelos. Para la identificación de las referencias durante el vuelo se utilizó el viejo helipuerto ubicado en la Plaza de Armas del Instituto de Investigaciones Científicas y Técnicas para la Defensa, junto con un Punto de Referencia Topográfico (patrón secundario) cerca del mismo. Finalmente se extraen las conclusiones referidas a las mejoras en el posicionamiento por empleo de esta técnica.

PALABRAS CLAVES: NAVEGACIÓN
 VISION ARTIFICIAL
 ESTIMADOR DE KALMAN
 FUSIÓN DE DATOS
 CONTROL DE TRAYECTORIAS

LISTADO DE ABREVIACIONES

APM:	Ardu Pilot Mega
BRIEF:	Binary Robust Independent Elementary Features
C_b^e :	Matriz de transformación de coordenadas de la terna b, a la terna e
γ_0 :	Gravedad normal ecuatorial
γ_P :	Gravedad normal polar
D :	Declinación magnética
ΔT :	Tiempo entre muestra y muestra.
ECEF:	Earth Centered Earth Fixed
ECI:	Earth Centered Inertial
ENU:	East North Up
g :	Aceleración gravitatoria
G :	Constante gravitacional
GPS:	Global Positioning System
h :	Altura sobre el elipsoide WGS84
HFOV:	Horizontal field of view
θ :	Ángulo de cabeceo o pitch
ICP:	Iterative Closests Point
IP:	Internet Protocol
λ :	Longitud Geodésica.
MCD:	Matriz de cosenos directores
MEMS:	Micro Electro Mechanical System
M_T :	Masa de la Tierra
N_A :	Número de Avogadro
NED:	North East Down
NMEA:	National Marine Electronics Association
NOAA:	National Geophysical Data Center
ORB:	Oriented FAST and Rotated BRIEF
PID:	Proporcional Integral Derivativo
POSGAR07:	Posiciones Geodésicas Argentinas 2007
PPS:	1 Pulse Per Second
q :	Número cuaternión

R :	Constante universal de los gases
$S(\cdot)$:	Operador producto vectorial
SIFT:	Scale Invariant Feature Transform
SURF:	Speeded up Robust Features
UDP:	User Datagram Protocol
UMI/IMU:	Unidad de Medición Inercial
ϕ :	Latitud Geodésica.
ϕ_C :	Latitud geocéntrica.
VFOV:	Vertical field of view
WGS84:	World Geodetic System 1984
WMM:	World Magnetic Model
φ :	Ángulo de alabeo o roll
ψ :	Ángulo de guiño o yaw
$\Omega_e = \overrightarrow{\omega_{ie}^e}$:	Velocidad de rotación de la Tierra.

1. CAPÍTULO 1, INTRODUCCIÓN

1.1. INTRODUCCIÓN

En la presente tesis se propone resolver problemas de navegación "finos", que escapan a la capacidad de los sistemas inerciales basados únicamente en GPS y a la programación con puntos de referencia estáticos. Para el desarrollo y validación de los algoritmos se utilizó una aeronave no tripulada del tipo helicóptero de seis rotores, con su sistema de medición inercial, barométrica y de GPS, junto con una cámara en el espectro visible y una cámara en el espectro infrarrojo que permitieron la realización vuelos diurnos y nocturnos. La elección de este tipo de nave se basa en las prestaciones que esta ofrece en cuanto a la dinámica y características de vuelo, permitiendo también, de ser necesario, realizar la evaluación de los algoritmos de navegación en interiores de edificios.

La navegación autónoma de un vehículo consiste en la determinación de los parámetros numéricos que describen la posición, velocidad y orientación del mismo, respecto de un sistema de referencia (Clynch James, 2006a). Podemos definir la navegación como “el arte y la ciencia que permiten determinar los parámetros de navegación de un vehículo con información disponible a bordo del mismo” (España Martín, 2016). La técnica más básica de navegación (conocida como exógena), es la basada en la medición absoluta de la posición del vehículo respecto de algún punto fijo exterior al mismo, objetos cercanos, posición de los astros, o actualmente por medio del sistema de radionavegación global conocido como GPS (Global Positioning System) (España Martín, 2016) (Yanushevsky Rafael, 2011, chap. 1.4).

Durante el siglo XX y con la amplia expansión de la aeronavegación, la coherencia y los sistemas aeroespaciales, se desarrolló una serie de instrumentos inerciales capaces de medir a bordo del vehículo su aceleración y velocidad angular respecto de un sistema de referencia inercial. Esto permitió implementar otra técnica de navegación basada en la extrapolación (conocida como endógena), partiendo del conocimiento del estado inicial del vehículo, y con la medición de la velocidad de variación de los parámetros de navegación (aceleración y velocidad angular) se calcula la nueva posición por técnicas de integración (Savage, 2009).

Disponer de estos instrumentos motivó una gran difusión de esta técnica de extrapolación, aunque la misma conlleva a una propagación de errores en los parámetros, la cual es monótonamente creciente en el tiempo. En otras palabras, la navegación endógena requiere, para ser útil, la realización de exhaustivos procedimientos de calibración de los sensores antes de

iniciar los cálculos de la navegación (Wang & Wang, 2011), existiendo límites prácticos insalvables en la extensión y planificación de misiones. Debido a estas limitaciones, la técnica de extrapolación (navegación inercial pura) es cada vez menos utilizada, reservándose únicamente a sistemas en los cuales se requiere una autonomía total del vehículo, y en las que se prescinde de toda información exterior al mismo (submarinos en misiones íntegramente debajo del agua, o en misiles balísticos intercontinentales, por ejemplo).

A partir de la disponibilidad de sistemas de procesamiento digital de alta escala de integración, junto con la aparición de los instrumentos inerciales MEMS (Micro-Electro-Mechanical-System) y la masiva difusión del sistema GPS, se ha vuelto posible integrar ambos sistemas de navegación, el sistema endógeno basado en mediciones internas al móvil, y el exógeno basado en mediciones externas al móvil. Un sistema resultante que emplee ambas técnicas se conoce como sistema de navegación integrada. En aeronavegación autónoma, la navegación integrada es actualmente el estado del arte, pero tal como se mencionó en la sección precedente, posee limitaciones fundamentales en un conjunto de situaciones de gran utilidad, por ejemplo cuando la precisión del vuelo es mayor que la provista por el GPS (o la señal del GPS no es recibida adecuadamente), cuando la cartografía disponible no permite fijar los puntos de referencia con la precisión requerida, o cuando el objeto de la misión posee posiciones variables o desconocidas.

En esta Tesis Doctoral se agrega al sistema integrado de aeronavegación la visión computacional dentro del lazo de control para realizar una estimación de la posición y velocidad del móvil (Tornero et al, 2007). De esta manera, y por medio del modelo dinámico de la cámara, se obtendrá una medición más en la posición y velocidad del vehículo, que junto con la eventual medición del sistema GPS se incorporarán al sistema de fusión de datos (Grewal & Andrews, 2001) (Liggins Martin et al, 2008), permitiendo una mejora en la estimación de la navegación como así también la prescindencia de las medidas del sistema GPS. Para la técnica de fusión de los datos obtenidos de los sensores endógenos y exógenos se empleó un estimador óptimo, caracterizado por una evaluación recursiva que minimiza la varianza del error cuadrático medio (estimador de Kalman) y su versión extendida.

1.2. ESTRUCTURA DE LA TESIS

La tesis se encuentra organizada en 10 capítulos, de los cuales el actual presenta una introducción general al problema y la estructura de la tesis, los capítulos 2 y 3 describen los conceptos teóricos básicos referidos a la navegación, los capítulos 4 y 5 los estimadores y sensores utilizados, los capítulos 6 y 7 los algoritmos de procesamiento de la información de video, en el capítulo 8 se describe la plataforma para la validación de los resultados, y en los capítulos 9 y 10 los resultados, las conclusiones y los futuros trabajos que se desprenden.

A continuación se realiza una descripción un poco más detallada de los temas desarrollados en cada capítulo.

Capítulo 1: En este capítulo se realiza la introducción a la temática y la descripción de los temas abordados en cada capítulo de la presente tesis.

Capítulo 2: Aquí se realiza la descripción del modelo de la Tierra WGS84 y sus respectivos sistemas de referencia más utilizados, las representaciones de la actitud y sus correspondientes transformaciones entre los sistemas de referencia, por medio de las matrices de rotación o cosenos directores, y los cuaterniones.

Capítulo 3: En este capítulo se desarrollan las ecuaciones de navegación en coordenadas ECEF (el utilizado por el sistema GPS “Earth Centered Earth Fixed”), para los cuales en primer lugar se desarrolla la propagación temporal de la matriz de rotación y se abordan los modelos del campo gravitatorio y campo magnético terrestre.

Capítulo 4: Este capítulo aborda los algoritmos de estimación de estados y los de estimación de variables escalares, estos estimadores permiten la incorporación de las mediciones exógenas para la realización de las correcciones en la navegación. Se realiza el abordaje de los conceptos teóricos del estimador de Kalman y del estimador BAUE “Best Affine Unbiased Estimate”, se abordan sus condiciones de contorno, la determinación de la ganancia que minimiza el error de estimación, y la descripción del algoritmo.

Capítulo 5: Aquí se describen los sensores utilizados y sus respectivos modelos matemáticos, para la adquisición de las magnitudes físicas necesarias para estimar los parámetros de navegación, la

unidad de medición inercial incluido el magnetómetro, el medidor de presión barométrica y de temperatura, la medición exógena de la posición por medio del receptor GPS, y las características de la cámara de video.

Capítulo 6: En este capítulo se describen los conceptos teóricos del algoritmo de partículas para seguimiento de referencias en video, este algoritmo es el utilizado para identificar durante el vuelo el objeto de referencia adquirido por el video.

Capítulo 7: El capítulo 7 aborda el tema de la alineación de las nubes de puntos entre el objeto de referencia y el adquirido del seguimiento por el filtro de partículas (capítulo 6). De esta alineación se obtienen finalmente la medición de la posición y orientación de la cámara en el sistema de referencia para la incorporación de estos datos exógenos a los estimadores de Kalman y BAUE.

Capítulo 8: Aquí se describen las plataformas para la validación de los resultados, el área de vuelo, la referencia de video para la navegación utilizada, el vehículo aéreo, los sistemas de adquisición, de transmisión, de procesamiento en tierra de la información, y el simulador utilizado durante el desarrollo para la validación de los algoritmos con datos sintéticos.

Capítulo 9: Este capítulo realiza el abordaje de los algoritmos utilizados, los resultados experimentales obtenidos y sus errores. Las descripciones de las condiciones iniciales del vuelo, las mediciones realizadas y las soluciones de navegación para: condiciones con todos los sensores operativos sin utilización del sistema de video, y en las situaciones de pérdida de información por parte del receptor GPS sin y con información de video.

Capítulo 10: Este capítulo enumera las conclusiones obtenidas y los trabajos futuros a realizar en ambas áreas: en el área de la navegación y en el área del procesamiento de la señal de video.

2. CAPÍTULO 2, MODELO TERRESTRE

2.1. EL ELIPSOIDE WGS84

Un sistema de referencia consiste en 3 vectores ortogonales cuya base se encuentra en un punto común, de manera tal que todos los puntos en dicho sistema quedan unívocamente identificados. De esta manera es posible asignar una coordenada única a cada posición de un vehículo en la terna en la que se desplaza. Esta terna también es conocida como terna de navegación, y al ser considerada como terna inercial podemos definir los parámetros de navegación como el conjunto de valores numéricos que definen la posición, la velocidad y la orientación del vehículo respecto de ella (España Martín, 2016). Los sistemas de referencia se basan en el elipsoide terrestre conocido como WGS84 (World Geodetic System 84) y utilizado como sistema de referencia por el sistema GPS (Department of Defense World Geodetic System, 2000), este puede observarse en la figura 2.1;

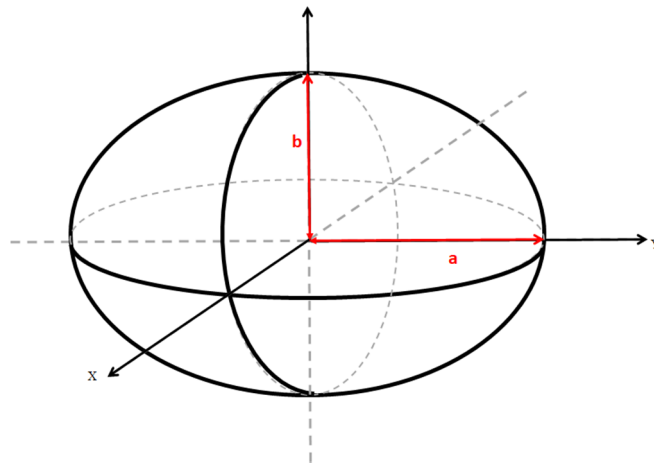


Figura 2.1. Elipsoide WGS 84.

siendo los valores de las constantes y sus respectivas ecuaciones:

$$a = 6.378.137,0 \text{ m} \quad b = 6.356.752,31424 \text{ m} \quad \Omega_e = 7,2921158553 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{Elipsoide } S \equiv \left\{ X, Y, Z; \frac{(X^2 + Y^2)}{a^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1 \right\} \quad (2.1)$$

$$\text{Elipse } E \equiv \left\{ (X, Y, Z) \in S; Y = 0 \right\} \Rightarrow \frac{X^2}{a^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1 \quad (2.2)$$

$$\text{achatamiento } f = \frac{(a - b)}{a} \quad (2.3)$$

$$\text{excentricidad } \varepsilon = \frac{\sqrt{(a^2 - b^2)}}{a} \text{ o } \varepsilon^2 = f \cdot (2 - f) \quad (2.4)$$

2.2. TERNA DE REFERENCIA TERRESTRE ECEF “EARTH CENTERED EARTH FIXED”

El sistema de referencia ECEF ‘e’ está fijo a la tierra con centro en el centro de masa de la misma y rota con ella (X^e , Y^e , Z^e). En este caso el eje Z^e coincide con el eje de rotación de la tierra y su sentido positivo hacia el polo norte, los ejes X^e , Y^e se encuentran sobre el plano ecuatorial y el eje X^e con sentido positivo hacia el meridiano de Greenwich, mientras que el eje Y^e define su sentido positivo hacia el este. Esta terna de referencia puede observarse en la figura 2.2, y es la terna sobre la cual el receptor GPS obtiene la posición de su antena, posteriormente realiza la transformación de coordenadas para dar la solución en el sistema Geodésico (latitud, longitud y altura) sobre el elipsoide WGS84 (Xu Guochang et al, 2007).

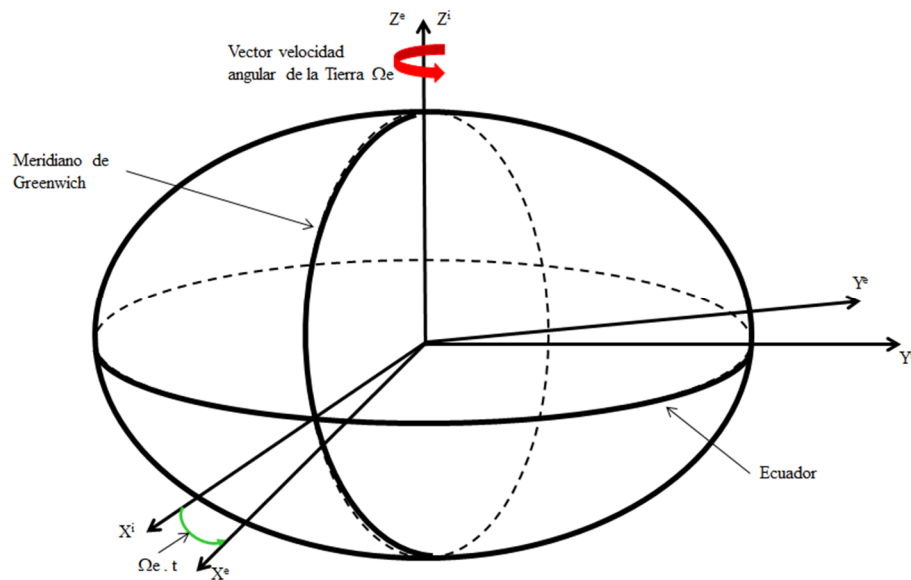


Figura 2.2. Ternas ECEF y ECI.

2.3. TERNA DE REFERENCIA TERRESTRE ECI “EARTH CENTERED INERTIAL”

Esta terna ‘i’ también puede observarse en la figura 2.2, pero a diferencia de la terna ECEF esta no rota con la Tierra sino que puede considerársela fija frente a las estrellas. Por lo tanto en el instante inicial de la navegación ambas ternas coinciden, y habiendo pasado un tiempo t es posible obtener la diferencia angular entre ambas ternas como la velocidad angular de la Tierra por el tiempo transcurrido $\Omega_e \cdot t$. Al poder ser considerada como una terna fija frente a las estrellas se la puede considerar como terna inercial, y es en donde las ecuaciones de movimiento de Newton adquieren su validez. La relación existente para el cambio de base para pasar un vector en el sistema ECI al ECEF es la matriz de cosenos directores (Rogers Robert, 2003) (Yanushevsky Rafael, 2011), esta es en este caso función de la velocidad angular de la tierra y del tiempo transcurrido desde el comienzo de la navegación, según la ecuación (2.5).

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_e = C_i^e \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_i \quad \text{donde } C_i^e = \begin{bmatrix} \cos(\Omega_e \cdot t) & \text{sen}(\Omega_e \cdot t) & 0 \\ -\text{sen}(\Omega_e \cdot t) & \cos(\Omega_e \cdot t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

2.4. COORDENADAS CURVILÍNEAS GEODÉSICAS

A partir de haber definido las ternas de referencia y en particular la ECEF, sobre ella también se puede definir en forma unívoca la posición de un móvil por medio de las coordenadas angulares. Estas coordenadas tienen centro en la intersección del primer meridiano de Greenwich con el ecuador, de manera tal que partiendo de ahí tenemos ángulos positivos hacia el este y hacia el norte para la longitud y latitud respectivamente, mientras que la altura se toma a partir de la superficie sobre el elipsoide WGS84. En la figura 2.3 pueden observarse estas coordenadas para el punto P, donde quedan definidas por la latitud geocéntrica ϕ_{cP} , la longitud λ_P y la altura sobre el elipsoide WGS84.

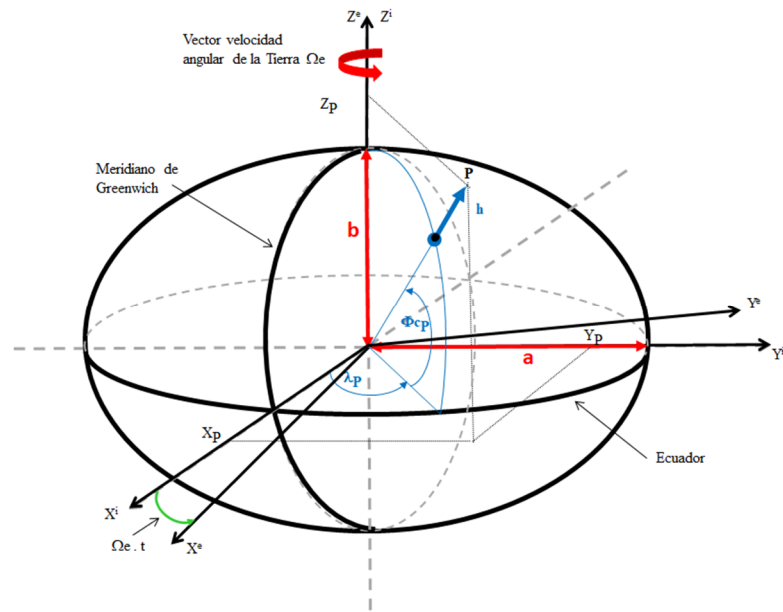


Figura 2.3. Coordenadas curvilíneas geodésicas.

En este caso las coordenadas del punto P quedan definidas por la latitud geocéntrica ϕ_{cP} , pero por lo general el valor que se da en particular el GPS, no es el de la latitud geocéntrica sino el de la latitud geodésica ϕ_P , cuya relación con la geocéntrica se observa en la figura 2.4

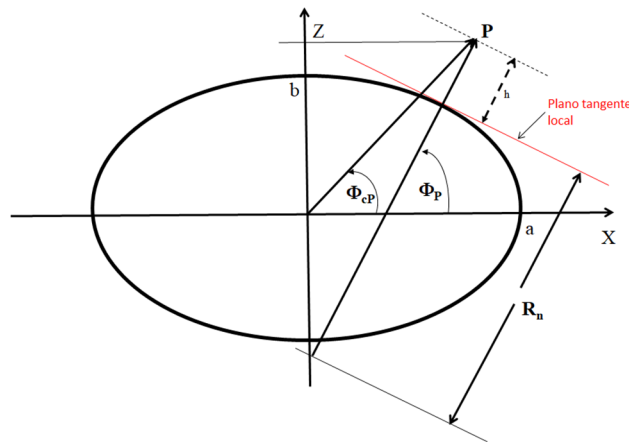


Figura 2.4. Relación entre latitud geodésica y geocéntrica.

Las ecuaciones de conversión de coordenadas (Clynch James, 2006b) que involucran a las tangente de la latitud geodésica y geocéntrica están dadas por la ecuaciones (2.6) y (2.7), mientras que la expresión (2.8) nos da el radio normal que se observa en la figura 2.3.

$$\tan(\phi_C) = \left[1 - e^2 \cdot \frac{R_n}{R_n + h} \right] \cdot \tan(\phi) \quad (2.6)$$

$$\tan(\phi) = \left[1 - e^2 \cdot \frac{R_n}{R_n + h} \right]^{-1} \cdot \tan(\phi_C) \quad (2.7)$$

donde

$$R_n = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2(\phi)}} \quad (2.8)$$

Las relaciones entre las coordenadas en el sistema de referencia ECEF y las coordenadas curvilíneas se rigen por las ecuaciones (2.9) y (2.10).

$$P_e = \begin{bmatrix} X_e \\ Y_e \\ Z_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cdot \cos(\phi_C) \cdot \cos(\lambda) \\ r \cdot \cos(\phi_C) \cdot \text{sen}(\lambda) \\ r \cdot \text{sen}(\phi_C) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$r = |P_e| = \sqrt[3]{X_e^2 + Y_e^2 + Z_e^2}; \quad \text{sen}(\phi_C) = \frac{Z_e}{r}; \quad \tan(\lambda) = \frac{X_e}{Y_e}$$

$$P_e = \begin{bmatrix} X_e \\ Y_e \\ Z_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_n(\phi) + h) \cdot \cos(\lambda) \cdot \cos(\phi) \\ (R_n(\phi) + h) \cdot \text{sen}(\lambda) \cdot \cos(\phi) \\ ((1 - e^2) \cdot R_n(\phi) + h) \cdot \text{sen}(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\tan(\lambda) = \frac{X_e}{Y_e} \Rightarrow \lambda; \quad r_{X,Y}^e = \sqrt[3]{X_e^2 + Y_e^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} r_{X,Y}^e = R_n(\phi, h) = (R_n(\phi) + h) \cdot \cos(\phi) \\ Z^e = ((1 - e^2) \cdot R_n(\phi) + h) \cdot \text{sen}(\phi) \end{array} \right\} \Rightarrow \phi, h$$

2.5. TERNA VERTICAL GEODÉSICA LOCAL

Esta terna yace sobre el plano tangente local al elipsoide WGS84 según se observa en la figura 2.4, su eje Z tiene dirección hacia arriba de forma paralela a la vertical geodésica local, y los ejes X e Y son paralelos al plano tangente local en donde se proyecta la posición del vehículo. A partir de aquí se definen dos ternas: la geográfica ‘g’ y la de nivel ‘l’.

Ambas ternas la ‘g’ y la ‘l’ rotan respecto de la terna ECEF a medida que el vehículo se traslada, ya que esta terna debe apuntar hacia el norte y hacia el este, por lo tanto se modifica al

trasladarse el vehículo. Cuando los ejes X e Y son paralelos a las direcciones cardinales este-oeste o norte-sur el sistema de navegación refiere sus cálculos a ellos, y en muchas aplicaciones es óptimo debido a su fácil interpretación en la ubicación del vehículo.

Según la orientación de los ejes respecto de la terna cardinal obtenemos: la terna geográfica como $(X^g, Y^g, Z^g) \equiv (North, East, Down)$ comúnmente usada en aeronáutica, y la terna de nivel $(X^l, Y^l, Z^l) \equiv (East, North, Up)$. Ambas ternas están relacionadas por la matriz de cosenos directores y esta permite transformar desde la terna g a la terna l, por medio de las ecuaciones (2.11).

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_l = C_g^l \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_g \quad \text{donde } C_g^l = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \wedge C_g^l = C_l^g \quad (2.11)$$

Para el cambio de coordenadas entre las terna vertical geodésica local (geográfica o de nivel) a la terna ECEF “ C_e^l ”, recurrimos a la matriz de cosenos directores en las ecuaciones (2.12.a) y a su composición (2.12.b), (España Martín, 2016) (Rogers Robert, 2003).

$$\left. \begin{aligned} C_e^l &= \begin{bmatrix} -sen(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ -sen(\phi) \cdot \cos(\lambda) & -sen(\phi) \cdot sen(\lambda) & \cos(\phi) \\ \cos(\phi) \cdot \cos(\lambda) & \cos(\phi) \cdot sen(\lambda) & sen(\phi) \end{bmatrix} \\ C_e^g &= \begin{bmatrix} -sen(\phi) \cdot \cos(\lambda) & -sen(\phi) \cdot sen(\lambda) & \cos(\phi) \\ -sen(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ -\cos(\phi) \cdot \cos(\lambda) & -\cos(\phi) \cdot sen(\lambda) & -sen(\phi) \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} (2.12.a)$$

$$C_e^g = C_l^g \cdot C_e^l \quad (2.12.b)$$

2.6. TERNA DEL CUERPO Y DE LOS INSTRUMENTOS

La terna del cuerpo ‘b’ y la terna de los instrumentos ‘m’, están asociadas a la estructura del vehículo y también definen la orientación de éste respecto de la terna de navegación. Por lo general el origen de esta terna del cuerpo es el centro de masa del vehículo, y normalmente los ejes de esta terna son elegidos en forma frecuente, y en especial en aeronavegación con: el eje X^b (guiñada o roll) coincidente con el eje de avance del vehículo y apunta hacia su nariz, el eje Y^b (cabeceo o pitch) apunta hacia el ala derecha y el eje Z^b (guiño o yaw) completa la terna

apuntando hacia abajo en forma paralela al vector gravedad (figura 2.5), en todos los casos el signo positivo del giro corresponde a la regla de la mano derecha.

En esta técnica de navegación, no necesariamente la terna de la Unidad de Medición Inercial debe de coincidir con la terna del cuerpo del vehículo ubicada en el centro de masa del mismo, es suficiente con conocer la matriz de transformación entre ambas ternas, lo que permite transformar las medidas de la unidad de medición inercial a la terna del cuerpo.

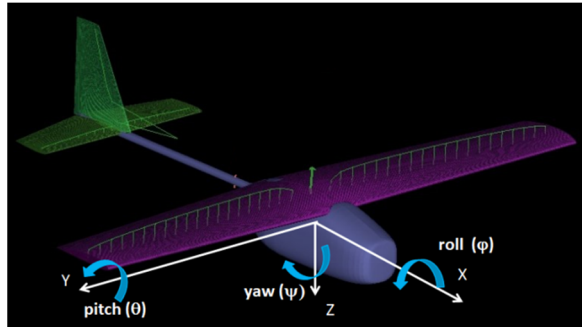


Figura 2.5. Terna del cuerpo.

En este caso para transformar las mediciones en el cuerpo de la nave 'b' a la terna vertical geodésica local de nivel '1', aplicamos los denominados ángulos de navegación (ángulos de Euler utilizados para definir la posición de un sólido rígido respecto de un sistema de referencia fija) (Diebel, James, 2006).

2.7. REPRESENTACIÓN DE LA ACTITUD, MATRICES DE ROTACIÓN Y CUATERNIONES

Las construcciones matemáticas más usuales para representar la actitud de un cuerpo rígido en un espacio tridimensional por medio de los ángulos de navegación o ángulos de Euler, son la matriz de rotación o matriz de cosenos directores, y los cuaterniones unitarios.

Dado que se define la posición angular como el vector conformado por la secuencia de componentes angulares $[roll, pitch, yaw]^T = [alabeo, cabeceo, guiño]^T = [\varphi, \theta, \psi]^T$, y dado que existen varias secuencias de rotación aplicables adoptamos la secuencia de rotación más común, siendo esta, la aplicación primero de la rotación en guiño (yaw), seguida de una rotación en cabeceo (pitch), seguida de una rotación en alabeo (roll), según se observa en la figura 2.6 para el caso de aplicar las matrices de cosenos directores, y su ecuación correspondiente (2.13).

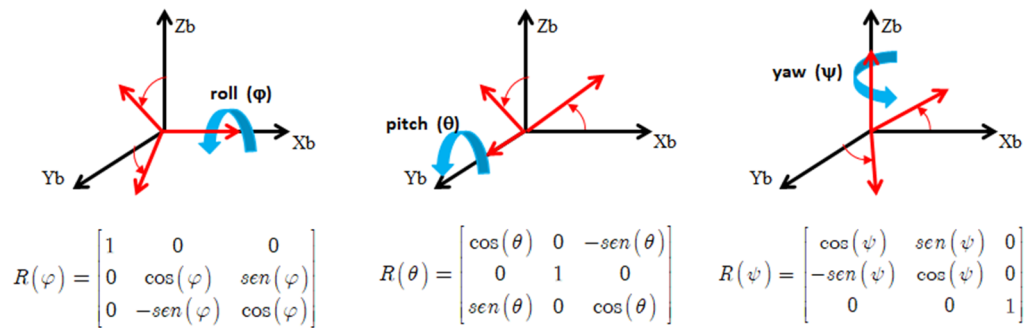


Figura 2.6. Composición de las rotaciones elementales.

$$R(\varphi, \theta, \psi) = R(\varphi) \cdot R(\theta) \cdot R(\psi)$$

$$R(\varphi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & \text{sen}(\varphi) \\ 0 & -\text{sen}(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\text{sen}(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \text{sen}(\psi) & 0 \\ -\text{sen}(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Los cuaterniones o números hipercomplejos son una extensión de los números reales generados en manera análoga a la extensión de los números complejos (Favieri Adriana, 2008) (Pucheta, et al., 2014) (Rogers Robert, 2003), y responden a la forma $q = x.i + y.j + z.k + w$ añadiendo unidades imaginarias i, j y k a los números reales tal que $i^2 = j^2 = k^2 = -1$. Dos de las principales aplicaciones son la representación de vectores para el caso particular en donde $w = 0$ y fundamentalmente la representación de rotaciones por medio de los cuaterniones unitarios, los cuales quedan definidos por ser aquellos que tienen una norma igual a uno $|q| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + w^2}$. La rotación de un vector $\vec{u} \in R^3$ alrededor de un eje orientado por

$$\vec{v} \text{ en un ángulo } \theta, \text{ se representa por un cuaternión unitario } \check{q} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \vec{v} \quad (2.14)$$

(Serrano, et al., 2014, p. 19), pudiendo demostrarse que la rotación de un vector \vec{u} un ángulo θ alrededor de \vec{v} en sentido positivo queda definido por $\vec{u}_{rot} = q \cdot \vec{u} \cdot q^*$ siendo q^* el cuaternión conjugado definido por $q = -x.i - y.j - z.k + w$.

Con lo cual aplicado a las rotaciones elementales representadas en la figura 2.6, siguiendo con la secuencia de componentes angulares $[alabeo, cabeceo, guiño]^T = [\varphi, \theta, \psi]^T$, y según la expresión (2.14), podemos definir el cuaternión de rotación para cada rotación elemental así como también

el cuaternión compuesto de rotación según la expresión (2.15) (España Martín, 2016) (Rogers Robert, 2003).

$$q(\varphi) = \begin{bmatrix} -\text{sen}\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ 0 \\ 0 \\ \text{cos}\left(\frac{\varphi}{2}\right) \end{bmatrix}; \quad q(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ 0 \\ \text{cos}\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{bmatrix}; \quad q(\psi) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right) \\ \text{cos}\left(\frac{\psi}{2}\right) \end{bmatrix}$$

$$q(\varphi, \theta, \psi) = q(\varphi).q(\theta).q(\psi) \quad (2.15)$$

3. CAPÍTULO 3, ECUACIONES DE NAVEGACIÓN

3.1. PROPAGACIÓN TEMPORAL DE LA MATRIZ DE ROTACIÓN

El sistema de ecuaciones diferenciales asociado a la mecanización inercial para la orientación del cuerpo en el espacio se realizó por medio de su representación matricial, asociada esta elección al trabajo con matrices de rotación o de cosenos directores (MCD) expuesto en el capítulo 2. Aplicado a las pequeñas rotaciones, en donde $\partial\theta_i$ corresponden a ángulos pequeños, equivale a aproximar $\cos \partial\theta_i \cong 1 \wedge \sin \partial\theta_i \cong \partial\theta_i$.

En primer lugar analizaremos la propagación temporal de la MCD (Valenzuela Rafael, 2012), supongamos tener dos sistemas de referencia A y B, donde la terna B gira a la velocidad $w_{A,B}$ respecto de la terna A, ambas relacionadas a través de los diferenciales de ángulo, y dos ternas intermedias S1 y S2 relacionadas en la siguiente forma:

$$A \xrightarrow{\partial\theta_x} S_1 \xrightarrow{\partial\theta_y} S_2 \xrightarrow{\partial\theta_z} B$$

Si escribimos las matrices de rotación teniendo en cuenta la aproximación de las pequeñas rotaciones tenemos las matrices de las ecuaciones (3.1).

$$C_A^{S_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \partial\theta_x \\ 0 & -\partial\theta_x & 1 \end{bmatrix}; \quad C_{S_1}^{S_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\partial\theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \partial\theta_y & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad C_{S_2}^B = \begin{bmatrix} 1 & \partial\theta_z & 0 \\ -\partial\theta_z & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Dado que la MCD de transformación entre las ternas A y B es el producto de cada una de las MCD podemos escribir $C_A^B = C_{S_2}^B \cdot C_{S_1}^{S_2} \cdot C_A^{S_1}$, si despreciamos todos los productos dobles por ser ángulos pequeños, es decir $\partial\theta_i \cdot \partial\theta_j \cong 0$, y además expresamos $d\vec{\theta} = [\partial\theta_x \quad \partial\theta_y \quad \partial\theta_z]^T$ obtenemos la expresión (3.2).

$$C_A^B = \begin{bmatrix} 1 & \partial\theta_z & -\partial\theta_y \\ -\partial\theta_z & 1 & \partial\theta_x \\ \partial\theta_y & -\partial\theta_x & 1 \end{bmatrix} = I - \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\partial\theta_z & +\partial\theta_y \\ \partial\theta_z & 0 & -\partial\theta_x \\ -\partial\theta_y & +\partial\theta_x & 0 \end{bmatrix}}_{\substack{\text{matriz antisimétrica} \\ S(\vec{\theta}) \triangleq \text{operador producto vectorial.}}} = I - S(\vec{\theta}) \quad (3.2)$$

Para la obtención de la propagación temporal de la MCD aplicamos la definición de la derivada $\frac{\partial}{\partial t} C_{A(t)}^B = \frac{C_{A(t+dt)}^B - C_{A(t)}^B}{dt}$ (3.3), y considerando que la terna A es fija y la terna B es la que rota podemos escribir:

$$C_{A(t+dt)}^B = C_{A(t+dt)}^{B(t+dt)} = C_{B(t)}^{B(t+dt)} \cdot C_A^{B(t)} \quad (3.4).$$

Reemplazando la ecuación anterior (3.4) en la ecuación de la propagación temporal de la MCD (ecuación 3.3), tenemos

$$\frac{\partial}{\partial t} C_A^{B(t)} = \frac{C_{A(t+dt)}^B - C_{A(t)}^B}{dt} = \frac{C_{B(t)}^{B(t+dt)} \cdot C_A^{B(t)} - C_A^{B(t)}}{dt} \quad (3.5).$$

Finalmente introduciendo la ecuación (3.2) en la (3.5) y operando obtenemos la propagación temporal de la MCD, (ecuación 3.6).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} C_A^{B(t)} &= \frac{[I - S(\vec{\theta}_A^B)] \cdot C_A^{B(t)} - C_A^{B(t)}}{dt} = \frac{[I - S(\vec{\theta}_A^B) - I] \cdot C_A^{B(t)}}{dt} \\ \frac{\partial}{\partial t} C_A^{B(t)} &= -\frac{S(\vec{\theta}_A^B)}{dt} \cdot C_A^{B(t)} \\ \text{como } \frac{S(\vec{\theta}_A^{B(t)})}{dt} &= \begin{bmatrix} 1 & \frac{\partial \theta_z}{\partial t} & -\frac{\partial \theta_y}{\partial t} \\ -\frac{\partial \theta_z}{\partial t} & 1 & \frac{\partial \theta_x}{\partial t} \\ \frac{\partial \theta_y}{\partial t} & -\frac{\partial \theta_x}{\partial t} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & w_z & -w_y \\ -w_z & 1 & w_x \\ w_y & -w_x & 1 \end{bmatrix} = S(\vec{w}_{B(t),A}) \\ \frac{\partial}{\partial t} C_A^{B(t)} &= \dot{C}_A^{B(t)} = -S(\vec{w}_{B(t),A}) \cdot C_A^{B(t)} \quad (3.6) \end{aligned}$$

3.2. POTENCIAL GRAVITACIONAL TERRESTRE PARA ALTURAS MEDIAS O BAJAS EN COORDENADAS ECEF

En los sistemas de navegación inercial hay que diferenciar entre la fuerza específica y la aceleración gravitacional, esto se debe a que los instrumentos de medición inercial se basan en el movimiento de una masa de referencia respecto de sus puntos de fijación, puntos que a su vez están solidarios al vehículo. Como el acelerómetro y el vehículo están sometidos a la misma fuerza gravitatoria, ésta no produce desplazamientos en la masa de referencia y por lo tanto no

registra aceleración. Es decir un acelerómetro solo mide aceleración inercial, fuerza por unidad de masa, o fuerza específica. Según las leyes de Newton la ecuación del modelo del acelerómetro es:

$$\frac{\partial P^i}{\partial t^2} = \ddot{P}^i = f^i + g^i \quad (3.7),$$

donde P^i , f^i , g^i , son posición, fuerza específica actuante y aceleración gravitatoria respectivamente respecto del sistema inercial. De (3.7) surge que en un vehículo en reposo en un campo gravitatorio $\ddot{P}^i = 0$; $\Rightarrow f^i = -g^i$, por lo que la medición del acelerómetro será el valor del campo gravitatorio (Christensen & Fogh, 2008) (España Martín, 2016). Por lo tanto para obtener el valor de la aceleración inercial es necesario el conocer el vector del potencial gravitatorio en el lugar del vehículo.

Debido a la excelente aproximación del elipsoide WGS84 a la superficie terrestre, éste también es utilizado como referencia para el cálculo del potencial gravitatorio, detallándose las constantes del mismo en la tabla 3.1.

CONSTANTE	VALOR
a: Semieje mayor	6.378.137,0 m
b: Semieje menor	6.356.752,31424 m
Achatamiento $f = \frac{(a - b)}{a}$	0,003352810665559
Excentricidad ε $\varepsilon^2 = f \cdot (2 - f)$	0,0066943799917600
G.M _T : Constante gravitacional por masa de la Tierra	$3,986004418 \times 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
Ω : Velocidad angular	$7,292115 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$
γ_0 : Gravedad normal ecuatorial	$9,7803253359 \text{ m/s}^2$
γ_P : Gravedad normal polar	$9,8321849378 \text{ m/s}^2$

Tabla 3.1. Constantes del elipsoide WGS84.

Este elipsoide genera un potencial gravitatorio normal $U_n(P) = V(P) + W(P)$ superposición del potencial gravitacional normal $V(P)$ y el potencial centrífugo $W(P) \triangleq \frac{1}{2} \cdot \|\Omega \times P\|^2$ y del cual su superficie S_0 es equipotencial. De acuerdo con el teorema de Stokes-Poincaré (Wolfgang & Torge, 2001), $U_n(P)$ queda unívocamente definido sobre el exterior de S_0 y por la solución del siguiente problema Laplaciano, con las condiciones de contorno expresadas en (3.8), (España Martín, 2016):

$$\left. \begin{array}{l} P \text{ exterior a } S_0 \Rightarrow \nabla^2 V_n(P) = 0 \\ P \in S_0 \Rightarrow V_n(P) = U_0 - W(P) \\ r = \|P\| \rightarrow \infty \Rightarrow V_n(P) \rightarrow \frac{G.M_T}{r} \end{array} \right\} (3.8)$$

Cuando la altura sobre el elipsoide h , es pequeña la gravedad normal puede estimarse utilizando la expansión en la serie de Taylor de (3.8), con dirección positiva hacia abajo en dirección a la normal geodésica hacia el centro del elipsoide (Department of Defense World Geodetic System, 2000). La ecuación de estimación de la gravedad normal se la conoce como fórmula de Somigliana (ecuación 3.9), en donde para valores de altura $h \leq 20 \text{ km}$ y el error de estimación es menor a $2 \mu g$ (Hofmann et al, 2006).

$$\gamma_{(h,\Phi)} = \gamma_{s(\Phi)} \cdot \left(1 - 2 \cdot (1 + f + m - 2 \cdot f \cdot \sin^2(\Phi)) \cdot \frac{h}{a} + 3 \cdot \left(\frac{h}{a} \right)^2 \right) \quad (3.9)$$

donde:

Φ, h = Latitud Geodésica y altura sobre el elipsoide

$$\gamma_{s(\Phi)} = \gamma_0 \cdot \frac{1 + k \cdot \sin^2(\Phi)}{\sqrt[2]{1 - \varepsilon^2 \cdot \sin^2(\Phi)}} \wedge$$

$$k = \frac{b \cdot \gamma_p}{a \cdot \gamma_0} - 1$$

$$m = \frac{\Omega^2 \cdot a^2 \cdot b}{G.M} = 0,00344978650684$$

3.3. CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE

El campo magnético terrestre se encuentra modelado al considerar a la Tierra como un gran magneto (NOAA National Geophysical Data Center, 2015). Este campo magnético es conocido con bastante precisión en su dirección, la cual se utiliza para orientarse y en particular para orientar a los vehículos. En muy pocos lugares de la Tierra la dirección del campo magnético coincide con el norte geográfico (norte real), pero no es lo general, la diferencia angular entre la dirección horizontal del campo magnético terrestre y el norte geográfico es llamado declinación magnética “D” ver la figura 3.1.

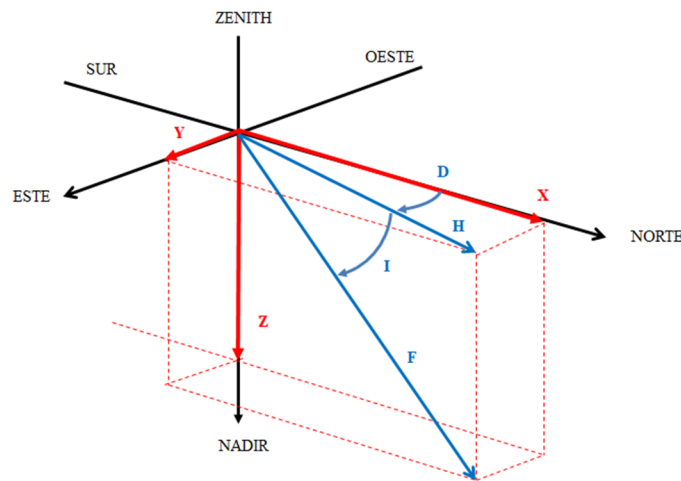


Figura 3.1. Modelo del campo magnético terrestre.

Este modelo es válido para bajas alturas (menores a 20 km) y sus valores se encuentran dentro de los límites expresados en la tabla 3.2.

La librería dinámica del “World Magnetic Model (WMM)” para el cálculo del campo magnético terrestre es provista por el “National Geophysical Data Center”, y la cual puede bajarse con toda su documentación del sitio <http://www.ngdc.noaa.gov/geomag/WMM/>. La librería nos provee en función de la latitud y longitud geodésicas: los valores de los ángulos de la declinación magnética D, la inclinación I, las intensidades de campo total F, y campo horizontal H. Si bien el campo magnético terrestre se extiende desde las profundidades de la Tierra hasta el espacio profundo, la validez de esta geometría va desde 1 km bajo la superficie terrestre hasta los 850 km sobre su superficie. La medición con los magnetómetros en tres ejes permitiría determinar la posición angular del vehículo mediante el procedimiento de estimación de la actitud, conocido

como observación de vectores (Wahba & Grace, 1965), o “Wahba's problem”. En la presente tesis solo se utilizará para determinar el valor del ángulo del vehículo respecto del norte.

Componente	Nombre	Mínimo	Máximo	Unidad	Sentido (+)
X	Norte	-17.000	42.000	nT	Norte
Y	Este	-18.000	17.000	nT	Este
Z	hacia abajo	-67.000	61.000	nT	Hacia abajo
H	Intensidad Horizontal	0	42.000	nT	
F	Intensidad Total	22.000	67.000	nT	
I	Inclinación	-90	90	Grados	Hacia abajo
D	Declinación	-180	180	Grados	Giro de las agujas del reloj

Tabla 3.2. Componentes del campo magnético Terrestre.

3.4. RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES INERCIALES DE NAVEGACIÓN EN LA TERNA ECEF

Las ecuaciones inerciales son las ecuaciones diferenciales que describen el movimiento del vehículo (traslación y rotación) respecto del sistema de referencia elegido, en este caso el ECEF.

Obtenida la propagación temporal de la orientación en la ecuación (3.6) y la aproximación del campo gravitatorio terrestre en la ecuación (3.9), procedamos ahora a resolver las ecuaciones cinemáticas del movimiento de un cuerpo en el sistema de coordenadas ECEF (Christensen & Fogh, 2008) (España Martín, 2016).

Para ello definamos las siguientes variables.

$r^i \wedge r^e$	Vector posición en ECI y ECEF
$V^e \triangleq \dot{r}^e \wedge \dot{V}^e \triangleq \dot{r}^e$	Vector velocidad y aceleración en coordenadas ECEF
$\vec{w}_{ie}^e = \Omega^e = [0 \ 0 \ \Omega^e]^T$	Velocidad angular de la Tierra en ECEF
$g_g^e \wedge f^e$	Gravitación y fuerza específica en ECEF
$C_e^i \wedge C_i^e$	Matriz de transformación de ECEF a ECI y ECI a ECEF
f^b	Fuerza específica en coordenadas del cuerpo
w_{ib}^b	Componente del vector velocidad angular según coordenadas del cuerpo respecto del sistema ECI
$g_g^e - \Omega^e \times (\Omega^e \times r^e)$	Gravedad o gravitación aparente

La expresión que relaciona la posición de un vehículo en coordenadas ECEF respecto de la terna ECI está dada por la ecuación $r_i = C_e^i \cdot r_e \Rightarrow r_e = C_i^e \cdot r_i$

Derivando esta expresión respecto del tiempo y reemplazando \dot{C}_e^i por la ecuación (3.6), tenemos:

$$\dot{r}_i = \dot{C}_e^i \cdot r_e + C_e^i \cdot \dot{r}_e = C_e^i \cdot S(\Omega^e) \cdot r_e + C_e^i \cdot \dot{r}_e$$

Considerando que la velocidad de rotación de la Tierra respecto del sistema inercial Ω^e es constante, volvemos a derivar a la expresión anterior y obtenemos la expresión de la aceleración en coordenadas ECI.

$$\ddot{r}_i = \dot{C}_e^i \cdot S(\Omega^e) \cdot r_e + C_e^i \cdot S(\Omega^e) \cdot \dot{r}_e + \dot{C}_e^i \cdot \dot{r}_e + C_e^i \cdot \ddot{r}_e$$

Operando algebraicamente y reemplazando nuevamente a \dot{C}_e^i por la ecuación (3.6), tenemos:

$$\begin{aligned} \ddot{r}_i &= C_e^i \cdot S(\Omega^e) \cdot S(\Omega^e) \cdot r_e + C_e^i \cdot S(\Omega^e) \cdot \dot{r}_e + C_e^i \cdot S(\Omega^e) \cdot \dot{r}_e + C_e^i \cdot \ddot{r}_e \\ \ddot{r}_i &= C_e^i \cdot \Omega^e \times (\Omega^e \times r_e) + C_e^i \cdot \Omega^e \times \dot{r}_e + C_e^i \cdot \Omega^e \times \dot{r}_e + C_e^i \cdot \ddot{r}_e \\ \ddot{r}_i &= C_e^i \cdot \left[\Omega^e \times (\Omega^e \times r_e) + \Omega^e \times \dot{r}_e + \Omega^e \times \dot{r}_e + \ddot{r}_e \right] \\ \ddot{r}_i &= C_e^i \cdot \left[\Omega^e \times (\Omega^e \times r_e) + 2 \cdot (\Omega^e \times \dot{r}_e) + \ddot{r}_e \right] \quad (3.10) \end{aligned}$$

Siendo $\ddot{r}_i = g_g^i + f^i$, transformamos al sistema ECEF multiplicando ambos miembros por C_i^e y nos queda:

$$C_i^e \ddot{r}_i = C_i^e g_g^i + C_i^e f^i \Rightarrow C_i^e \ddot{r}_i = g_g^e + f^e \quad (3.11)$$

$$\text{de (3.10)} \Rightarrow C_i^e \ddot{r}_i = \underbrace{C_i^e C_e^i}_I \left[\Omega^e \times (\Omega^e \times r)_e + 2 \cdot (\Omega^e \times \dot{r}_e) + \ddot{r}_e \right]$$

$$\therefore C_i^e \ddot{r}_i = \left[\Omega^e \times (\Omega^e \times r)_e + 2 \cdot (\Omega^e \times \dot{r}_e) + \ddot{r}_e \right] \quad (3.12)$$

reemplazando (3.11) en (3.12)

$$g_g^e + f^e = \left[\Omega^e \times (\Omega^e \times r)_e + 2 \cdot (\Omega^e \times \dot{r}_e) + \ddot{r}_e \right] \Rightarrow$$

$$\ddot{r}_e = g_g^e + f^e - \underbrace{\Omega^e \times (\Omega^e \times r)_e}_{\text{Fuerza centrífuga}} - \underbrace{2 \cdot (\Omega^e \times \dot{r}_e)}_{\text{Aceleración de Coriolis}} \quad (3.13)$$

En la figura 3.2 puede observarse el diagrama en bloques de la mecanización de las ecuaciones inerciales, empleando matrices de cosenos directores, en donde la fuerza específica y la velocidad de rotación respecto a los ejes del cuerpo constituyen las funciones forzantes del sistema.

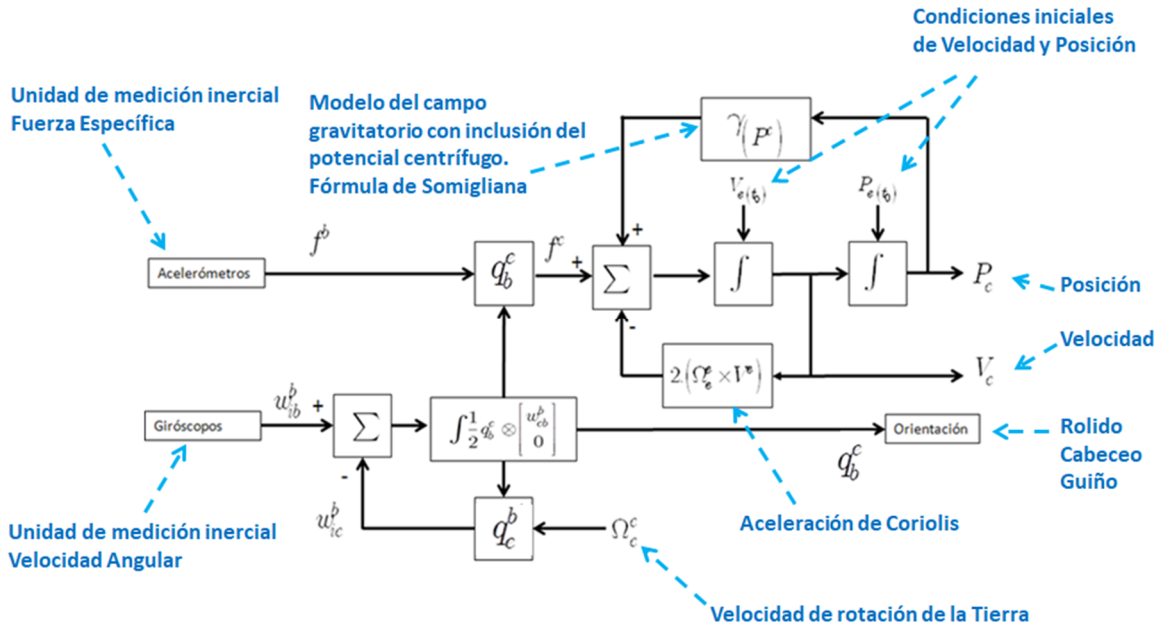


Fig. 3.2. Mecanización de las ecuaciones inerciales en coordenadas ECEF.

4. CAPÍTULO 4, ESTIMADORES DE ESTADOS “KALMAN” Y DE OBSERVACIONES ESCALARES “BAUE”

4.1. INTRODUCCIÓN

En la presente tesis se emplean dos tipos de estimaciones, la aplicada a la navegación y la aplicada a la medición de dos observaciones escalares. En el primer caso, la estimación de estados se emplea para la determinación de los parámetros del estado de la navegación, realizando la fusión entre los datos obtenidos de las mediciones inerciales (parámetros endógenos), con los obtenidos de la observación de la posición por medio del receptor GPS (parámetros exógenos), o en su defecto con los obtenidos del sistema de visión artificial. Mientras que en el segundo caso se emplea para realizar la fusión entre dos observaciones escalares, la altura: determinada por el receptor GPS y la obtenida por medio de la medición de la presión barométrica; y la orientación respecto del norte: determinada por la medición de campo magnético y la obtenida del sistema de visión artificial.

4.2. EL ESTIMADOR DE ESTADOS “KALMAN”

Originalmente desarrollado para aplicaciones en navegación aeroespacial, hoy en día las aplicaciones del estimador o llamado filtro de Kalman son muchas, y en muy diversas áreas. Principalmente para la estimación del estado de un sistema que solo puede ser observado indirectamente o en forma inexacta por características propias del mismo. El estimador de Kalman es un algoritmo de procesamiento óptimo y recursivo de datos. Es óptimo porque minimiza un criterio determinado y porque incorpora toda la información que se le suministra para determinar la estimación, y es además recursivo porque no precisa mantener los datos previos (Grewal & Andrews, 2001). Esto, junto con que fue desarrollado directamente para sistemas muestreados facilita su implementación en sistemas de procesamiento en tiempo real, posibilitando la estimación de sistemas de múltiples variables y no estacionarios.

4.3. DESCRIPCIÓN Y CONDICIONES DE CONTORNO

En el caso de los observadores de sistemas determinísticos la matriz de ganancia K del observador se calcula situando los auto valores del observador en un lugar determinado, asociado a la respuesta deseada del observador en función de la velocidad de respuesta de la planta, siendo

esta matriz de ganancia K constante con el tiempo. Ahora veremos la forma de calcular la matriz de ganancia K de un estimador óptimo para un sistema con ruido, y veremos que esta es variable con el tiempo por lo tanto toma la forma K_k .

Consideremos la ecuación de estado y de salida de un sistema no estacionario, con ruido de medición w_k y ruido del sistema v_k .

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_k \cdot x_k + B_k \cdot u_k + v_k & (4.1) \\ y_k = C_k \cdot x_k + w_k & (4.2) \end{cases}$$

Donde las matrices A_k , B_k , C_k son determinísticas y en general serán variables en los sistemas lineales variantes con el tiempo, y v_k y w_k son los procesos estocásticos de los ruidos del sistema y de medida respectivamente, que se consideran ruidos blancos de media cero e independientes, y por lo tanto cumplen con:

$$E\{v_k\} = E\{w_k\} = 0 \quad (4.3)$$

$$E\{v_k \cdot w_k^T\} = E\{w_k \cdot v_k^T\} = 0 \quad (4.4)$$

$$E\{v_k \cdot v_k^T\} = Q_k \quad (4.5) \quad \text{matriz de covarianza del ruido del sistema}$$

$$E\{v_k \cdot v_j^T\} = 0 \quad \forall \quad k \neq j \quad (4.6)$$

$$E\{w_k \cdot w_k^T\} = R_k \quad (4.7) \quad \text{matriz de covarianza del ruido de la medida}$$

$$E\{w_k \cdot w_j^T\} = 0 \quad \forall \quad k \neq j \quad (4.8)$$

Las matrices de covarianza Q_k y R_k son diagonales, simétricas y conocidas, mientras que la matriz de covarianza del ruido del sistema Q_k es positiva semidefinida y la matriz de covarianza del ruido de la medida R_k es positiva definida.

Podemos representar el modelo del sistema en el cual se incorporan los ruidos del mismo y los ruidos de las medidas en el siguiente esquema de la figura 4.1:

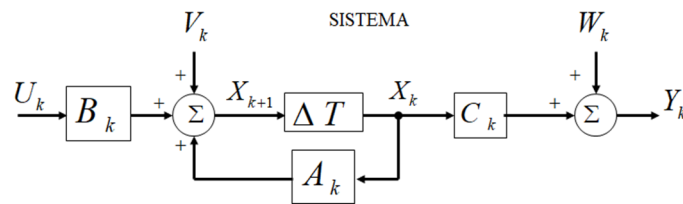


Figura 4.1. Sistema con sus ruidos incorporados.

En el sistema real podremos observar el valor de Y_k en forma directa con los sensores adecuados incorporando en esta medida las incertidumbres asociadas, del sensor, y del sistema. Dado que solo accedemos al valor de Y_k en caso de necesitar la evolución completa del estado del sistema X_k tendremos que estimar de alguna manera indirecta sus valores.

El problema es, estimar el valor óptimo del vector de estado \hat{x}_k basándose en las medidas y_k . Esta estimación se puede resolver de 3 formas diferentes según se expresa y observa en la tabla 4.1 y figura 4.2, respectivamente.

SE RESUELVE PARA	SE CONOCE	SE ESTIMA
(a) PREDICCIÓN	y_k	\hat{x}_{k+1}
(b) FILTRADO	y_k	\hat{x}_k
(c) ALISADO	y_k	\hat{x}_{k-1}

Tabla 4.1. Formas de estimación.

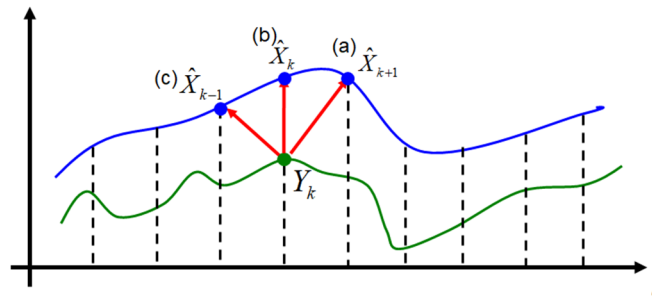


Figura 4.2. Representación de las formas de estimación.

Definimos el error como la diferencia entre el valor real del estado y el valor estimado y la matriz de covarianza del error como la esperanza del error por su traspuesto.

$$e_k = x_k - \hat{x}_k \quad (4.9)$$

$$P_k = E\{e_k \cdot e_k^T\} \quad (4.10)$$

Para obtener el estimador óptimo hay que minimizar la matriz de covarianza del error. Si esta matriz es mínima cualquier combinación del tipo $\alpha \cdot P_k \cdot \alpha^T$ siendo α un vector arbitrario de orden $n \times 1$, también ha de ser mínima. También conocemos el estado inicial X_0 , la esperanza del estado inicial y la matriz de covarianza del estado inicial (no del error), (ecuaciones 4.11 y 4.12 respectivamente).

$$\bar{x}_0 = E\{x_0\} \quad (4.11)$$

$$P_0 = E\{[x_0 - \bar{x}_0] \cdot [x_0 - \bar{x}_0]^T\} \quad (4.12)$$

El estado inicial del sistema y el ruido del mismo cumplen con la ecuación (4.13) por ser independientes, y ser la media de los ruidos blancos 0 (cero).

$$E\{[x_0 - \bar{x}_0] \cdot v_k^T\} = E\{[x_0 - \bar{x}_0] \cdot w_k^T\} = 0 \quad (4.13)$$

Vamos a centrarnos en analizar el caso (a) correspondiente a la predicción, la solución es un observador óptimo de estados (similar al observador de Luenberger) (Comas Edgardo & Stacul Adrian, 2016), cuyas ecuaciones son las (4.14) y (4.15) y su modelo se observa en la figura 4.3

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = A_k \cdot \hat{x}_k + B_k \cdot u_k + K_k \cdot [y_k - \hat{y}_k] & (4.14) \\ \hat{y}_k = C_k \cdot \hat{x}_k & (4.15) \end{cases}$$

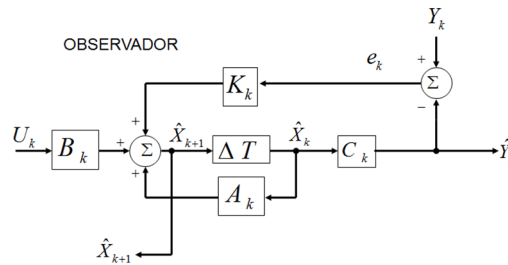


Figura 4.3. Modelo del observador.

Al incorporar el observador a la Planta tenemos el modelo completo de nuestro sistema según se observa en la figura 4.4:

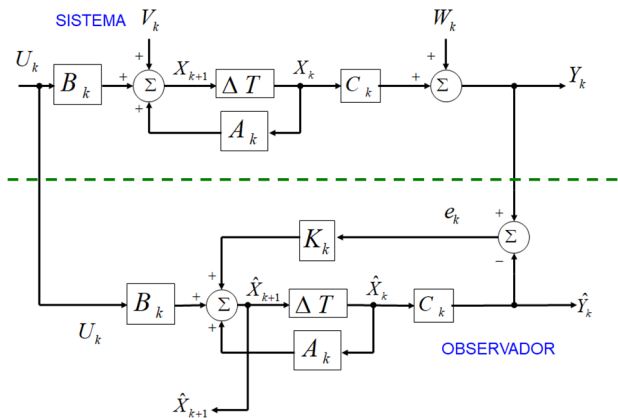


Figura 4.4. Modelo del sistema con el observador.

4.4. DESARROLLO DE LA GANANCIA QUE MINIMIZA EL ERROR DE ESTIMACIÓN

El objetivo es la determinación de la matriz de ganancia del estimador que hace mínima el valor de la covarianza del error, de forma tal que en cada ciclo del estimador a través de su ganancia se esté adaptando en tiempo real para mantener mínimo el error. Para ello partimos de reemplazar la ecuación (4.15) en la (4.14).

$$\hat{x}_{k+1} = A_k \cdot \hat{x}_k + B_k \cdot u_k + K_k \cdot [y_k - C_k \cdot \hat{x}_k] \quad (4.16)$$

Y definido el error en el instante k+1 como la diferencia entre el estado x_{k+1} y el estado estimado \hat{x}_{k+1} , según ecuación (4.17) nos permite expresar el error en forma más detallada reemplazando en esta última las ecuaciones (4.1) y (4.16).

$$e_{k+1} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= A_k \cdot x_k + B_k \cdot u_k + v_k - \{A_k \cdot \hat{x}_k + B_k \cdot u_k + K_k \cdot [y_k - C_k \cdot \hat{x}_k]\} \\ e_{k+1} &= A_k \cdot x_k + v_k - A_k \cdot \hat{x}_k - K_k \cdot [y_k - C_k \cdot \hat{x}_k] \end{aligned} \quad (4.18)$$

Reemplazamos la ecuación (4.2) en la (4.18) quedando:

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= A_k \cdot x_k + v_k - A_k \cdot \hat{x}_k - K_k \cdot [C_k \cdot x_k + w_k - C_k \cdot \hat{x}_k] \\ e_{k+1} &= A_k \cdot [x_k - \hat{x}_k] + v_k - K_k \cdot C_k \cdot x_k - K_k \cdot w_k + K_k \cdot C_k \cdot \hat{x}_k \\ e_{k+1} &= A_k \cdot [x_k - \hat{x}_k] + v_k - K_k \cdot C_k \cdot [x_k - \hat{x}_k] - K_k \cdot w_k \\ e_{k+1} &= [A_k - K_k \cdot C_k] \cdot e_k - K_k \cdot w_k + v_k \end{aligned} \quad (4.19)$$

A los fines de simplificar el análisis definimos la matriz

$$\hat{A}_k = A_k - K_k \cdot C_k \quad (4.20)$$

y la reemplazamos en la ecuación (4.19) obteniendo la ecuación del error del estado k+1 en forma simplificada

$$e_{k+1} = \hat{A}_k \cdot e_k - K_k \cdot w_k + v_k \quad (4.21)$$

recordando que el objetivo es minimizar la matriz de covarianza del error en el estado k+1 la cual se encuentra definida por la ecuación (4.10), de manera tal que la ecuación de la matriz de covarianza del error nos queda

$$P_{k+1} = E \{e_{k+1} \cdot e_{k+1}^T\} \quad (4.22).$$

Al reemplazar la ecuación (4.21) en la (4.22) y operando algebraicamente llegamos a la ecuación (4.23):

$$e_{k+1}^T = \left[\hat{A}_k \cdot e_k - K_k \cdot w_k + v_k \right]^T = e_k^T \cdot \hat{A}_k^T - w_k^T \cdot K_k^T + v_k^T \quad \therefore$$

$$P_{k+1} = E \left\{ \left[\hat{A}_k \cdot e_k - K_k \cdot w_k + v_k \right] \cdot \left[e_k^T \cdot \hat{A}_k^T - w_k^T \cdot K_k^T + v_k^T \right] \right\}$$

$$P_{k+1} = E \left\{ \hat{A}_k \cdot e_k \cdot e_k^T \cdot \hat{A}_k^T \right\} + E \left\{ -\hat{A}_k \cdot e_k \cdot w_k^T \cdot K_k^T \right\} + E \left\{ \hat{A}_k \cdot e_k \cdot v_k^T \right\} +$$

$$+ E \left\{ -K_k \cdot w_k \cdot e_k^T \cdot \hat{A}_k^T \right\} + E \left\{ +K_k \cdot w_k \cdot w_k^T \cdot K_k^T \right\} + E \left\{ -K_k \cdot w_k \cdot v_k^T \right\} +$$

$$+ E \left\{ v_k \cdot e_k^T \cdot \hat{A}_k^T \right\} + E \left\{ -v_k \cdot w_k^T \cdot K_k^T \right\} + E \left\{ v_k \cdot v_k^T \right\}$$

$$P_{k+1} = \hat{A}_k \cdot \underbrace{E \left\{ e_k \cdot e_k^T \right\}}_{(4.10) P_k = E \left\{ e_k \cdot e_k^T \right\}} \cdot \hat{A}_k^T - \hat{A}_k \cdot E \left\{ e_k \cdot w_k^T \right\} \cdot K_k^T + \hat{A}_k \cdot E \left\{ e_k \cdot v_k^T \right\} -$$

$$- K_k \cdot E \left\{ w_k^T \cdot e_k^T \right\} \cdot \hat{A}_k^T + K_k \cdot \underbrace{E \left\{ w_k \cdot w_k^T \right\}}_{(4.7) E \left\{ w_k \cdot w_k^T \right\} = R_k} \cdot K_k^T - K_k \cdot \underbrace{E \left\{ w_k \cdot v_k^T \right\}}_{(4.4) E \left\{ w_k \cdot v_k^T \right\} = 0} +$$

$$+ E \left\{ v_k \cdot e_k^T \right\} \cdot \hat{A}_k^T - \underbrace{E \left\{ v_k \cdot w_k^T \right\}}_{(4.4) E \left\{ v_k \cdot w_k^T \right\} = 0} \cdot K_k^T + \underbrace{E \left\{ v_k \cdot v_k^T \right\}}_{(4.5) E \left\{ v_k \cdot v_k^T \right\} = Q_k}$$

$$P_{k+1} = \hat{A}_k \cdot P_k \cdot \hat{A}_k^T - \hat{A}_k \cdot E \left\{ e_k \cdot w_k^T \right\} \cdot K_k^T + \hat{A}_k \cdot E \left\{ e_k \cdot v_k^T \right\} -$$

$$- K_k \cdot E \left\{ w_k^T \cdot e_k^T \right\} \cdot \hat{A}_k^T + K_k \cdot R_k \cdot K_k^T + E \left\{ v_k \cdot e_k^T \right\} \cdot \hat{A}_k^T + Q_k \quad (4.23)$$

De esta última ecuación analicemos el término $E \left\{ e_k \cdot w_k^T \right\}$, para ello tomemos la ecuación (4.21) y representemos el error en k, $e_k = \hat{A}_{k-1} \cdot e_{k-1} - K_{k-1} \cdot w_{k-1} + v_{k-1}$ y lo reemplazamos en la ecuación anterior $E \left\{ e_k \cdot w_k^T \right\}$ quedando:

$$E \left\{ e_k \cdot w_k^T \right\} = E \left\{ \left[\hat{A}_{k-1} \cdot e_{k-1} - K_{k-1} \cdot w_{k-1} + v_{k-1} \right] \cdot w_k^T \right\}$$

$$E \left\{ e_k \cdot w_k^T \right\} = \hat{A}_{k-1} \cdot E \left\{ e_{k-1} \cdot w_k^T \right\} - K_{k-1} \cdot \underbrace{E \left\{ w_{k-1} \cdot w_k^T \right\}}_{(4.8) E \left\{ w_k \cdot w_k^T \right\} = 0 \quad \forall \quad k \neq j} + \underbrace{E \left\{ v_{k-1} \cdot w_k^T \right\}}_{(4.4) E \left\{ v_k \cdot w_k^T \right\} = 0}$$

$$E \left\{ e_k \cdot w_k^T \right\} = \hat{A}_{k-1} \cdot E \left\{ e_{k-1} \cdot w_k^T \right\}$$

Reemplazando ahora el valor del error de la ecuación (4.21) evaluado en k-1, $e_{k-1} = \hat{A}_{k-2} \cdot e_{k-2} - K_{k-2} \cdot w_{k-2} + v_{k-2}$ y a su vez reemplazando en la ecuación anterior nos queda:

$$\begin{aligned}
 E\{e_k \cdot w_k^T\} &= \hat{A}_{k-1} \cdot E\left\{\left[\hat{A}_{k-2} \cdot e_{k-2} - K_{k-2} \cdot w_{k-2} + v_{k-2}\right] \cdot w_k^T\right\} \\
 E\{e_k \cdot w_k^T\} &= \hat{A}_{k-1} \cdot \hat{A}_{k-2} \cdot E\{e_{k-2} \cdot w_k^T\} - K_{k-2} \cdot \underbrace{E\{w_{k-2} \cdot w_k^T\}}_{(4.8)E\{w_k \cdot w_k^T\}=0 \quad \forall \quad k \neq j} + \underbrace{E\{v_{k-2} \cdot w_k^T\}}_{(4.4)E\{v_k \cdot w_k^T\}=0} \\
 E\{e_k \cdot w_k^T\} &= \hat{A}_{k-1} \cdot \hat{A}_{k-2} \cdot E\{e_{k-2} \cdot w_k^T\}
 \end{aligned}$$

Aplicando este análisis en forma recursiva nos queda que $E\{e_k \cdot w_k^T\}$ es igual a:

$$E\{e_k \cdot w_k^T\} = \hat{A}_{k-1} \cdot \hat{A}_{k-2} \cdot \hat{A}_{k-3} \cdot E\{e_{k-3} \cdot w_k^T\} = \hat{A}_{k-1} \cdot \hat{A}_{k-2} \cdot \hat{A}_{k-3} \cdot \dots \cdot \hat{A}_0 \cdot E\{e_0 \cdot w_k^T\}$$

Recordando la ecuación del error

$$e_k = x_k - \hat{x}_k \Rightarrow e_0 = x_0 - \hat{x}_0 \quad (4.9)$$

tenemos que $E\{e_k \cdot w_k^T\} = \hat{A}_{k-1} \cdot \hat{A}_{k-2} \cdot \hat{A}_{k-3} \cdot \dots \cdot \hat{A}_0 \cdot E\{[x_0 - \hat{x}_0] \cdot w_k^T\}$, y recordando que se definió el estado inicial de la planta como:

$$\bar{x}_0 = E\{x_0\} \quad (4.11)$$

y definiendo además que el estado inicial de la planta coincide con el estado inicial del estimador tenemos que $\hat{x}_k = \bar{x}_0 = E\{x_0\}$, que reemplazado en la ecuación anterior nos da:

$$E\{e_k \cdot w_k^T\} = \hat{A}_{k-1} \cdot \hat{A}_{k-2} \cdot \hat{A}_{k-3} \cdot \dots \cdot \hat{A}_0 \cdot E\left\{\underbrace{[x_0 - \bar{x}_0]}_{=0} \cdot w_k^T\right\} = 0$$

El mismo análisis se puede aplicar para los términos $E\{e_k \cdot v_k^T\} = 0$, $E\{w_k^T \cdot e_k^T\} = 0$ y $E\{v_k \cdot e_k^T\} = 0$, que aplicados a la ecuación de covarianza del error ecuación (4.23) determina que:

$$\begin{aligned}
 P_{k+1} &= \hat{A}_k \cdot P_k \cdot \hat{A}_k^T - \hat{A}_k \cdot \underbrace{E\{e_k \cdot w_k^T\}}_{=0} \cdot K_k^T + \hat{A}_k \cdot \underbrace{E\{e_k \cdot v_k^T\}}_{=0} - \\
 &\quad - K_k \cdot \underbrace{E\{w_k^T \cdot e_k^T\}}_{=0} \cdot \hat{A}_k^T + K_k \cdot R_k \cdot K_k^T + E\{v_k \cdot e_k^T\} \cdot \hat{A}_k^T + Q_k \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

$$P_{k+1} = \hat{A}_k \cdot P_k \cdot \hat{A}_k^T + K_k \cdot R_k \cdot K_k^T + Q_k \quad (4.24)$$

Reemplazando la ecuación

$$\hat{A}_k = A_k - K_k \cdot C_k \quad (4.20)$$

en la ecuación anterior (4.24) podemos escribir la ecuación de covarianza del error como:

$$\begin{aligned}
 P_{k+1} &= (A_k - K_k \cdot C_k) \cdot P_k \cdot (A_k - K_k \cdot C_k)^T + K_k \cdot R_k \cdot K_k^T + Q_k \\
 P_{k+1} &= (A_k - K_k \cdot C_k) \cdot P_k \cdot (A_k^T - (K_k \cdot C_k)^T) + K_k \cdot R_k \cdot K_k^T + Q_k \\
 P_{k+1} &= (A_k - K_k \cdot C_k) \cdot P_k \cdot (A_k^T - C_k^T \cdot K_k^T) + K_k \cdot R_k \cdot K_k^T + Q_k
 \end{aligned}$$

$$P_{k+1} = A_k \cdot P_k \cdot A_k^T - A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot K_k^T - K_k \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T + K_k \cdot C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot K_k^T + K_k \cdot R_k \cdot K_k^T + Q_k \quad (4.25)$$

Ahora busquemos el valor mínimo de la covarianza del error en función de la matriz de ganancia del observador K , para ello igualamos su derivada respecto de ella a cero, es decir

$$\frac{\partial P_{k+1}}{\partial K} = 0.$$

$$\frac{\partial P_{k+1}}{\partial K} = \frac{\partial (A_k \cdot P_k \cdot A_k^T - A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot K_k^T - K_k \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T + K_k \cdot C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot K_k^T + K_k \cdot R_k \cdot K_k^T + Q_k)}{\partial K} = 0$$

Recordando las siguientes propiedades del cálculo matricial referidas a la derivación (Brookes Mike, 2011) (Petersen & Pedersen, 2012):

Básicas

$$\begin{aligned}
 (a) \quad d\mathbf{Y}^T &= d(\mathbf{Y}^T) = (d\mathbf{Y})^T & (b) \quad d\mathbf{Y}^C &= d(\mathbf{Y}^C) = (d\mathbf{Y})^C \\
 (c) \quad d(\mathbf{Y} + \mathbf{Z}) &= d\mathbf{Y} + d\mathbf{Z} & (d) \quad d(\mathbf{YZ}) &= \mathbf{Y} d\mathbf{Z} + d\mathbf{Y} \mathbf{Z}
 \end{aligned}$$

Funciones lineales

$$\begin{aligned}
 (e) \quad d(\mathbf{Ax}) &= d(\mathbf{x}^T \mathbf{A}) = \mathbf{A} d\mathbf{x} & (f) \quad d(\mathbf{bx}^T \mathbf{a}) &= \mathbf{ba}^T d\mathbf{x} \\
 (g) \quad d(\mathbf{x}^T \mathbf{Cx}) &= 2\mathbf{x}^T \mathbf{C} d\mathbf{x} \Leftrightarrow [\mathbf{C} = \mathbf{C}^T]
 \end{aligned}$$

Y considerando que la matriz P_k , Q_k y R_k son simétricas tenemos que:

aplicando la propiedad (c)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P_{k+1}}{\partial K} &= \underbrace{\frac{\partial (A_k \cdot P_k \cdot A_k^T)}{\partial K}}_{=0} - \frac{\partial (A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot K_k^T)}{\partial K} - \frac{\partial (K_k \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T)}{\partial K} + \frac{\partial (K_k \cdot C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot K_k^T)}{\partial K} + \\
 &+ \frac{\partial (K_k \cdot R_k \cdot K_k^T)}{\partial K} + \underbrace{\frac{\partial (Q_k)}{\partial K}}_{=0} \\
 \frac{\partial P_{k+1}}{\partial K} &= - \frac{\partial (A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot K_k^T)}{\partial K} - \frac{\partial (K_k \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T)}{\partial K} + \\
 &+ \frac{\partial (K_k \cdot C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot K_k^T)}{\partial K} + \frac{\partial (K_k \cdot R_k \cdot K_k^T)}{\partial K} \quad (4.26)
 \end{aligned}$$

aplicando la propiedad (g)

$$\frac{\partial (K_k \cdot R_k \cdot K_k^T)}{\partial K} = 2 \cdot K_k \cdot R_k \quad (4.27) \quad \wedge$$

$$\frac{\partial (K_k \cdot C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot K_k^T)}{\partial K} = 2 \cdot K_k \cdot C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \quad (4.28)$$

aplicando la propiedad (f) con $b = I$

$$\frac{\partial (A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot K_k^T)}{\partial K} = A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \quad (4.29) \quad \wedge$$

$$\frac{\partial (K_k \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T)}{\partial K} = [C_k \cdot P_k \cdot A_k^T]^T = A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \quad (4.30)$$

Reemplazando estas ecuaciones en la ecuación (4.26) es posible obtener el valor de K_k que minimiza la covarianza del error.

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{k+1}}{\partial K} &= -2 \cdot A_k \cdot P_k \cdot C_k^T + 2 \cdot K_k \cdot C_k \cdot P_k \cdot C_k^T + 2 \cdot K_k \cdot R_k = 0 \\ 0 &= -A_k \cdot P_k \cdot C_k^T + K_k \cdot C_k \cdot P_k \cdot C_k^T + K_k \cdot R_k \Rightarrow \\ A_k \cdot P_k \cdot C_k^T &= K_k \cdot C_k \cdot P_k \cdot C_k^T + K_k \cdot R_k = K_k \cdot [C_k \cdot P_k \cdot C_k^T + R_k] \therefore \\ K_k &= A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot [R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T]^{-1} \quad (4.31) \end{aligned}$$

Reemplazando el valor de K_k ecuación (4.31) en la ecuación (4.25) de P_{k+1} en donde previamente se identificó cada término para facilitar el desarrollo, tenemos:

$$\begin{aligned} P_{k+1} &= \underbrace{A_k \cdot P_k \cdot A_k^T}_{(a)} - \underbrace{A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot K_k^T}_{(b)} - \underbrace{K_k \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T}_{(c)} + \underbrace{K_k \cdot C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot K_k^T}_{(d)} + \underbrace{K_k \cdot R_k \cdot K_k^T}_{(e)} + \underbrace{Q_k}_{(f)} \\ P_{k+1} &= \underbrace{Q_k}_{(f)} + \underbrace{A_k \cdot P_k \cdot A_k^T}_{(a)} - \underbrace{A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot [A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot [R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T]^{-1}]^T}_{(b)} - \\ &\quad - \underbrace{A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot [R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T]^{-1} \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T}_{(c)} + \\ &\quad + \underbrace{A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot [R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T]^{-1} \cdot C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot [A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot [R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T]^{-1}]^T}_{(d)} + \\ &\quad + \underbrace{A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot [R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T]^{-1} \cdot R_k \cdot [A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot [R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T]^{-1}]^T}_{(e)} \end{aligned}$$

Y teniendo en cuenta que $[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T]^{-1}$ es simétrica:

$$\begin{aligned}
 \left[A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \right]^T &= \left[\left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \right]^T \cdot \left[A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^T \\
 &= \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T \quad \therefore \\
 P_{k+1} &= \underbrace{Q_k}_{(g)} + \underbrace{A_k \cdot P_k \cdot A_k^T}_{(a)} - \underbrace{A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T}_{(b)} - \\
 &\quad - \underbrace{A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T}_{(c)} + \\
 &\quad + \underbrace{A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \cdot C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T}_{(d)} + \\
 &\quad + \underbrace{A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \cdot R_k \cdot \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T}_{(e)} \\
 P_{k+1} &= \underbrace{Q_k}_{(g)} + \underbrace{A_k \cdot P_k \cdot A_k^T}_{(a)} - \underbrace{2 \cdot A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T}_{(b+c)} + \\
 &\quad + \underbrace{A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \cdot \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right] \cdot \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T}_{(A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \leftarrow (d+e) \rightarrow \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T)} \\
 P_{k+1} &= Q_k + A_k \cdot P_k \cdot A_k^T - 2 \cdot A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T + \\
 &\quad + A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T \\
 P_{k+1} &= Q_k + A_k \cdot P_k \cdot A_k^T - A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \cdot C_k \cdot P_k \cdot A_k^T \\
 P_{k+1} &= Q_k + \left[A_k - \underbrace{A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot \left[R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T \right]^{-1} \cdot C_k}_{de \text{ (4.23)}=K_k} \right] \cdot P_k \cdot A_k^T \\
 P_{k+1} &= Q_k + \left[A_k - K_k \cdot C_k \right] \cdot P_k \cdot A_k^T \tag{4.32}
 \end{aligned}$$

Las ecuaciones (4.31) y (4.32) definen los valores de la ganancia del estimador de Kalman que minimiza el error y el cálculo de la covarianza respectivamente.

4.5. ALGORITMO DE CÁLCULO

En primer lugar se debe realizar la inicialización de las matrices del sistema propiamente dicho A, B y C, posteriormente las matrices de covarianza del ruido del sistema y del ruido de medición, matrices R y Q respectivamente. A continuación se definen los estados iniciales de las variables de estado estimadas y de la matriz de covarianza del error, esta puede definirse como la

matriz identidad o como la matriz de covarianza del ruido de medición. Finalmente a continuación se describen los pasos del algoritmo:

- a) Definición de las matrices del sistema

$$A, B \wedge C$$

- b) Definición de las matrices de covarianza de los ruidos del sistema y de medición.

$$R \wedge Q$$

- c) Inicialización del estado inicial

$$\hat{X}_{(0)} = \bar{X}_{(0)} \wedge P_{(0)}$$

- d) Calculo de la matriz K

$$K_k = A_k \cdot P_k \cdot C_k^T \cdot [R_k + C_k \cdot P_k \cdot C_k^T]^{-1}$$

- e) Medición de los observables

$$y_k$$

- f) Predicción

$$\hat{x}_{k+1} = A_k \cdot \hat{x}_k + B_k \cdot u_k + K_k \cdot [y_k - C_k \cdot \hat{x}_k]$$

- g) Determinación del estado estimado

$$\hat{y}_{k+1} = C_k \cdot \hat{x}_{k+1}$$

- h) Actualización de la matriz de covarianza del error

$$P_{k+1} = Q_k + [A_k - K_k \cdot C_k] \cdot P_k \cdot A_k^T$$

- i) ¿Condición de finalización? No, Al punto d)

- j) Finalización.

4.6. EL ESTIMADOR DE OBSERVACIONES ESCALARES “BAUE”

En principio consideremos el caso de dos observaciones escalares Z_1 y Z_2 provenientes de dos sensores distintos y en donde las variables son determinísticas con ruido aditivo aleatorio. El modelo más simple a aplicar es aquel en donde la variable a estimar se relaciona con las observaciones por medio de las ecuaciones (4.33) y (4.34), siendo μ_1 y μ_2 ruidos con valor medio nulo y matriz de covarianza conocida, (ecuaciones 4.35 y 4.36).

$$z_1 = x + \mu_1 \quad (4.33)$$

$$z_2 = x + \mu_2 \quad (4.34)$$

$$E\left\{\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}\right\} = [0] \quad (4.35)$$

$$E\left\{\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mu_1 & \mu_2 \end{bmatrix}\right\} = \Sigma_\mu \quad (4.36)$$

El esquema de fusión propuesto a partir de las observaciones es la función afín expresada en la ecuación (4.37), en donde los parámetros α_1 , α_2 y v son escalares independientes (Roitman Gustavo, 2010)

$$\bar{x} = \alpha_1 \cdot z_1 + \alpha_2 \cdot z_2 + v \quad (4.37)$$

con lo cual se debe optimizar resolviendo la ecuación (4.38), que nos da el valor estimado de la variable x , teniendo como condición la no existencia de sesgo en la misma, es decir cumpla con las ecuaciones (4.39) y (4.40).

$$\hat{x} = \arg \min_{\bar{x}} E[(\bar{x} - x)^2] \quad (4.38)$$

$$E[\bar{x}] = x$$

$$E[\alpha_1 \cdot z_1 + \alpha_2 \cdot z_2 + v] = \alpha_1 \cdot z_1 + \alpha_2 \cdot z_2 + v = x \Rightarrow$$

$$v = 0 \quad (4.39)$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1 \quad (4.40)$$

Escribiendo la ecuación del error cuadrático medio en función de las variables $\alpha_1 + \alpha_2$, utilizando las condiciones (4.39) y (4.40).

$$E[(\bar{x} - x)^2] = E\left[\left(\alpha_1 \cdot (z_1 - x) + \alpha_2 \cdot (z_2 - x)\right)^2\right]$$

$$E[(\bar{x} - x)^2] = E\left[\left(\alpha_1 \cdot (z_1 - x)\right)^2\right] + E\left[\left(\alpha_2 \cdot (z_2 - x)\right)^2\right] + 2 \cdot E[\alpha_1 \cdot (z_1 - x) \cdot \alpha_2 \cdot (z_2 - x)]$$

$$E[(\bar{x} - x)^2] = \alpha_1^2 \cdot E[(z_1 - x)^2] + \alpha_2^2 \cdot E[(z_2 - x)^2] + 2 \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot E[(z_1 - x) \cdot (z_2 - x)]$$

Denominando:

$$\sigma_1^2 = E[(z_1 - x)^2] = E[\mu_1^2]$$

$$\sigma_2^2 = E[(z_2 - x)^2] = E[\mu_2^2]$$

$$\sigma_{12} = E[(z_1 - x) \cdot (z_2 - x)] = E[\mu_1 \cdot \mu_2]$$

$$E[(\bar{x} - x)^2] = \alpha_1^2 \cdot \sigma_1^2 + \alpha_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \sigma_{12} \quad (4.41)$$

Se debe minimizar una función derivable que cumpla con las restricciones de (4.39) y (4.40), para ello se procede a utilizar el método de los multiplicadores de Lagrange, definiendo

una función de costo en función del error cuadrático medio y de un multiplicador, vinculando la restricción a α_1 con α_2 , (ecuación 4.42).

$$J(\alpha_1, \alpha_2, \lambda) = \alpha_1^2 \cdot \sigma_1^2 + \alpha_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \sigma_{12} - 2 \cdot \lambda \cdot (\alpha_1 + \alpha_2 - 1) \quad (4.42)$$

Minimizando $J(\alpha_1, \alpha_2, \lambda)$ se minimiza $E[(\bar{x} - x)^2]$ bajo la condición $E[\bar{x}] = x$, cuya representación corresponde a un paraboloides con variables α_1, α_2 como se observa en la figura 4.5

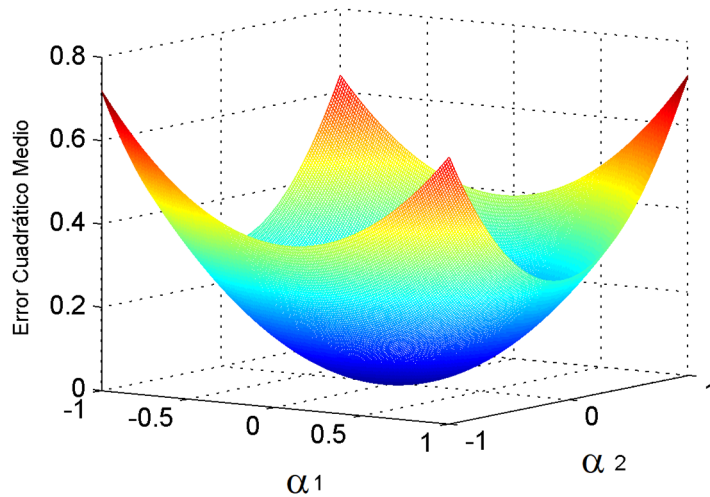


Figura 4.5. Error cuadrático medio con variables α_1, α_2 .

Para obtener el mínimo de la función de costo $J(\alpha_1, \alpha_2, \lambda)$ se calcula su gradiente e iguala cero, generando un sistema de 3 ecuaciones con tres incógnitas, (ecuaciones 4.43 a 4.45).

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha_1} = 0 \rightarrow \alpha_1 \cdot \sigma_1^2 + \alpha_2 \cdot \sigma_{12} = \lambda \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha_2} = 0 \rightarrow \alpha_2 \cdot \sigma_2^2 + \alpha_1 \cdot \sigma_{12} = \lambda \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 - 1 = 0 \quad (4.45)$$

De (4.45) despejamos el valor de α_1 , obteniendo la ecuación (4.46)

$$\alpha_1 = 1 - \alpha_2 \quad (4.46),$$

e igualando (4.43) a (4.44) tenemos

$$\alpha_1 \cdot \sigma_1^2 + \alpha_2 \cdot \sigma_{12} = \alpha_2 \cdot \sigma_2^2 + \alpha_1 \cdot \sigma_{12} \quad (4.47),$$

finalmente reemplazando la ecuación (4.46) en (4.47) podemos despejar el valor de α_1 y en forma análoga se despeja el valor de α_2 de la ecuación (4.45) y se reemplaza en la (4.47) obteniendo el valor de α_1 , ecuaciones (4.48) y (4.49).

$$\alpha_1 = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{12}} \quad (4.48)$$

$$\alpha_2 = \frac{\sigma_1^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{12}} \quad (4.49)$$

Podemos obtener la ecuación óptima para la fusión de dos observaciones escalares (fusión BAUE), con la ecuación (4.50).

$$\bar{x} = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{12}} \cdot z_1 + \frac{\sigma_1^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{12}} \cdot z_2 \quad (4.50)$$

Podemos calcular la varianza de la fusión BAUE reemplazando los valores obtenidos para α_1, α_2 en la ecuación (4.41), generando la ecuación (4.51) cuya simplificación (4.52) nos da la ecuación final.

$$\begin{aligned} \sigma_{BAUE}^2 = & \left(\frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{12}} \right)^2 \cdot \sigma_1^2 + \left(\frac{\sigma_1^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{12}} \right)^2 \cdot \sigma_2^2 \\ & + 2 \cdot \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{12}} \cdot \frac{\sigma_1^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{12}} \cdot \sigma_{12} \quad (4.51) \end{aligned}$$

$$\sigma_{BAUE}^2 = \frac{\sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2 - \sigma_{12}^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{12}} \quad (4.52)$$

Para verificar que esta varianza BAUE resulta menor que σ_1^2 y σ_2^2 planteamos la siguiente desigualdad (ecuación 4.53)., para desarrollarla y validarla:

$$\begin{aligned} \sigma_{BAUE}^2 & \leq \sigma_1^2 \quad (4.53) \\ \frac{\sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2 - \sigma_{12}^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{12}} & \leq \sigma_1^2 \\ \sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2 - \sigma_{12}^2 & \leq \sigma_1^2 \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{12}) \\ \sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2 - \sigma_{12}^2 & \leq \sigma_1^4 + \sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{12} \cdot \sigma_1^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 &\leq \sigma_1^4 + \sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{12} \cdot \sigma_1^2 + \sigma_{12}^2 - \sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2 \\
0 &\leq \sigma_1^4 - 2 \cdot \sigma_{12} \cdot \sigma_1^2 + \sigma_{12}^2 \\
0 &\leq (\sigma_1^2 - \sigma_{12})^2 \quad (4.54).
\end{aligned}$$

Esta última ecuación (4.54), se verifica siempre para cualquier par de valores σ_1^2 y σ_{12} , en forma análoga partiendo de plantear la desigualdad para σ_2^2 en la ecuación (4.53), se llega a la misma conclusión para todo par de valores de σ_2^2 y σ_{12} siempre $\sigma_{BAUE}^2 \leq \sigma_2^2$. Es decir ocurre una mejora en la varianza con la fusión BAUE.

En la presente tesis se fusionarán los datos de dos mediciones cuyos sensores son independientes y por ende sus ruidos descorrelacionados, es decir $\sigma_{12} = 0$.

Con lo cual la ecuación de la fusión de las mediciones escalares para esta condición toma la forma de la ecuación (4.55), y su varianza la de la ecuación (4.56).

$$\bar{x} = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \cdot z_1 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \cdot z_2 \quad (4.55)$$

$$\sigma_{BAUE}^2 = \frac{\sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (4.56)$$

5. CAPÍTULO 5, SENSORES

La unidad de adquisición de la plataforma de vuelo se encuentra formada por una computadora de adquisición y una unidad de almacenamiento y transmisión de las magnitudes físicas del vuelo, mientras que la señal de video de la cámara es transmitida y adquirida en tierra. Los datos medidos y adquiridos son: en tres ejes, aceleración (fuerza específica), velocidad angular de giro y campo magnético terrestre, temperatura, presión barométrica, posición GPS e imágenes de video provenientes de la cámara. A continuación se realiza una breve descripción de los mismos y sus modelos.

5.1. UNIDAD DE MEDICIÓN INERCIAL

La unidad de medición inercial de la computadora de adquisición está basada en la unidad de “Analog Devices ADIS16405”, esta consta de un acelerómetro, un giróscopo y un magnetómetro cada uno de ellos en los tres ejes (figura 5.1). En esta figura se observa la unidad inercial con su terna de ejes (color negro) y su relación con la terna de ejes del vehículo (color rojo), en ambos casos con su respectivo sentido positivo de medición.

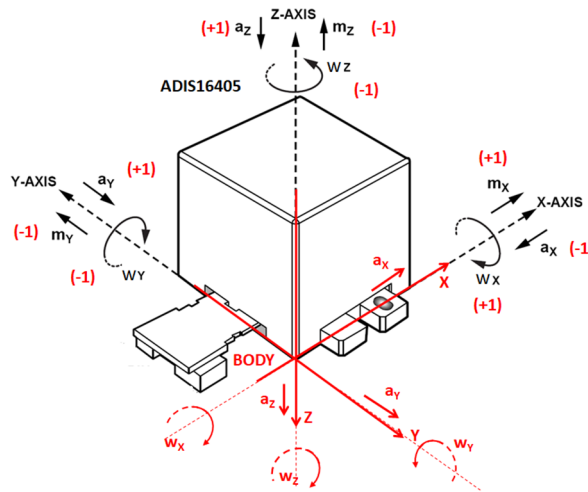


Figura 5.1. Unidad de medición inercial con sus respectivas ternas.

Las matrices de transformación de la terna de la unidad inercial a la terna del cuerpo del vehículo se encuentran en las ecuaciones (5.1).

$$A^b = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \cdot A^m; \quad W^b = \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot W^m; \quad M^b = \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot M^m \quad (5.1)$$

Esta unidad, además de medir las magnitudes inerciales, mide la temperatura de trabajo y el valor del voltaje de alimentación, indicadores que permiten inferir sobre su correcto funcionamiento.

En lo referido a su modelo matemático se debe distinguir entre las magnitudes físicas reales U^b ($f^b, w^b, m^b \in \mathbb{R}^3$), y las magnitudes físicas proyectadas sobre los ejes ortogonales de la UMI (Unidad de Medición Inercial) que son los valores medidos por esta unidad; a los cuales se los denominan “valores estimados” \hat{U}^b ($\hat{f}^b, \hat{w}^b, \hat{m}^b \in \mathbb{R}^3$). Estos valores estimados se encuentran relacionados por medio de la ecuación (5.2)

$$\hat{U}^b = (I_{3 \times 3} - \Sigma_U).U^b + b_U + \xi_U \quad (5.2)$$

$$\Sigma_U = \begin{bmatrix} \sigma_{x,x} & \sigma_{x,y} & \sigma_{x,z} \\ \sigma_{y,x} & \sigma_{y,y} & \sigma_{y,z} \\ \sigma_{z,x} & \sigma_{z,y} & \sigma_{z,z} \end{bmatrix}$$

en donde $I_{3 \times 3}$ es la matriz identidad de 3x3; $b_U \in \mathbb{R}^3$ son los sesgos de la medida según cada eje, ξ_U es un vector de ruido estocástico aditivo, y los elementos de la matriz Σ_U representan los errores de factor de escala: en donde los elementos $\sigma_{i=j}$ corresponden a los errores de factor de escala y los elementos $\sigma_{i < > j}$ son los pequeños ángulos que representan el error de alineación angular.

Para el caso de la unidad de medición inercial las varianzas de las medidas vienen dadas en la densidad espectral de la potencia de ruido (PSD), las unidades son: para el acelerómetro $[mg / \sqrt{H_Z}]$, $[(rad / seg) / \sqrt{H_Z}]$ para el giróscopo y $[mGauss / \sqrt{H_Z}]$ para el magnetómetro. En donde la varianza puede obtenerse como el producto de la PSD por el ancho de banda BW, (ecuación 5.3).

$$Var_U = PSD_U.BW_U \quad (5.3)$$

5.1.1. OBTENCIÓN DEL ÁNGULO DE ORIENTACIÓN RESPECTO DEL NORTE MAGNÉTICO

En el caso particular de la medición del campo magnético terrestre por medio de la UMI sus valores se emplearan para calcular el valor de la orientación respecto del norte magnético. Las

mediciones realizadas por la UMI son referidas al cuerpo del vehículo y estas deben referirse al plano tangente local. Con lo cual los valores medidos deben ser referidos a la terna geográfica $(X_g, Y_g, Z_g) \equiv (North, East, Down)$, por medio de la matriz de cosenos directores C_b^g (ecuación 5.4)

$$m^g = C_b^g \cdot m^b \quad (5.4)$$

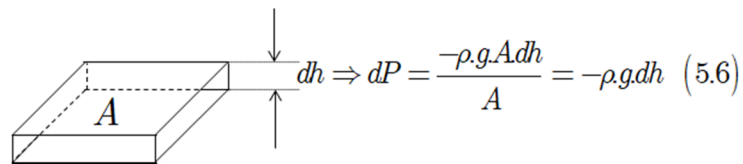
y una vez aplicada la ecuación (5.4) podemos obtener el valor del ángulo de orientación respecto del norte magnético por medio de la ecuación (5.5) en donde D corresponde a la declinación magnética correspondiente a la zona de medición.

$$\psi = \arctan \frac{m_E^g}{m_N^g} - D \quad (5.5)$$

Para Buenos Aires, latitud = $34^\circ 36' 47,34''$ sur y longitud $58^\circ 22' 38,03''$ oeste, el 31 de enero de 2020 tenemos una declinación magnética de $9^\circ 18'$ oeste $\pm 0^\circ 25'$.

5.2. PRESIÓN BAROMÉTRICA Y TEMPERATURA

Para la medición de la presión barométrica se utilizó el sensor BMP280, este sensor además de la presión barométrica mide su temperatura de trabajo. Por medio de la medición de la presión barométrica se obtiene una estimación de la altura de vuelo, expresando la variación de presión que corresponde a un pequeño cambio de altura (figura 5.2)



$$dh \Rightarrow dP = \frac{-\rho \cdot g \cdot A \cdot dh}{A} = -\rho \cdot g \cdot dh \quad (5.6)$$

Figura 5.2. Variación de la presión ante una variación de altura.

donde dP es la variación de la presión, dh es la variación de la altura, A el área, g es la aceleración gravitatoria y ρ la densidad del aire, siendo esta última magnitud física a su vez función de la presión P . La densidad del aire ρ es igual a la masa sobre el volumen (ecuación 5.7) y podemos expresar la masa del aire según la ecuación (5.8), donde n es el número de moles N_A el número de Avogadro y m la masa de una molécula de aire.

$$\rho = \frac{M_{aire}}{V} \quad (5.7)$$

$$M_{aire} = n \cdot N_A \cdot m \quad (5.8)$$

$$m = 4,798957 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

Mientras que el volumen lo obtenemos de la ecuación de los gases ideales (5.9), donde R es la constante universal de los gases y T la temperatura en Kelvin.

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (5.9)$$

Por lo tanto despejando de la ecuación (5.9) el volumen y reemplazándolo junto con la ecuación (5.8) en la ecuación (5.7) tenemos:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow V = \frac{n \cdot R \cdot T}{P}$$

$$\rho = \frac{M_{aire}}{V} = \frac{n \cdot N_A \cdot m}{\frac{n \cdot R \cdot T}{P}} = \frac{N_A \cdot m}{R \cdot T} \cdot P = \left(\frac{m}{\frac{R}{N_A}} \right) \cdot P;$$

$$\text{Recordando la constante de Boltzmann } k = \frac{R}{N_A} = 1,3806488 \cdot 10^{-23} \cdot \frac{J}{K}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{m}{k \cdot T} \cdot P \quad (5.10)$$

Introduciendo la ecuación (5.10) en la (5.6) nos queda:

$$dP = -\rho \cdot g \cdot dh = -\frac{m}{k \cdot T} \cdot P \cdot g \cdot dh \Rightarrow$$

$$\frac{dP}{dh} = -\frac{m \cdot g}{k \cdot T} \cdot P \quad (5.11)$$

Para la solución de la ecuación (5.11) se ensaya con $P = A \cdot e^{b \cdot h} + C$ lo que implica que:

$$\frac{dP}{dh} = b \cdot A \cdot e^{b \cdot h} \therefore b \cdot A \cdot e^{b \cdot h} = \frac{m \cdot g}{k \cdot T} \cdot [A \cdot e^{b \cdot h} + C],$$

comparando obtenemos $b = \frac{m \cdot g}{k \cdot T}$, tomando $C = 0$ y las condiciones de contorno a las magnitudes

en el punto base, como $h = 0 \wedge P = P_0$ obtenemos la ecuación de la presión en función de la altura (5.12), y de ella despejamos la altura en función de la presión ecuación (5.13).

$$P_h = P_0 \cdot e^{\left(\frac{m \cdot g \cdot h}{k \cdot T}\right)} \quad (5.12)$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{P_h}{P_0}\right) = -\frac{m \cdot g \cdot h}{k \cdot T} \therefore$$

$$h = -\frac{k \cdot T}{m \cdot g} \cdot \ln\left(\frac{P_h}{P_0}\right) \quad (5.13)$$

5.3. RECEPTOR GPS

Para la observación exógena de la posición se utilizó un receptor GPS modelo ET332. El sistema GPS emplea una red de satélites que transmiten en forma continua información codificada, la cual hace posible la ubicación precisa de los receptores de este sistema sobre la superficie de la tierra. Esta ubicación se realiza por medio de la medición en forma indirecta de la distancia de la antena del receptor a los satélites, esta medición indirecta se obtiene de la medición de los tiempos de propagación de las señales de cada satélite al receptor, junto con la aplicación de sus respectivas correcciones.

Este sistema se compone básicamente de tres segmentos: el segmento espacial (los satélites), el segmento de control (estaciones terrenas) y el segmento usuario (los receptores). El segmento espacial consiste de más de 24 satélites orbitando en planos de 60° respecto del plano del ecuador, con un periodo de 12 horas y una altura de órbita de 20200 km aproximadamente. De esta manera se garantiza que en cualquier punto sobre la superficie del planeta, siempre se vean como mínimo 4 satélites. El segmento de control es el conjunto de estaciones terrenas encargadas de monitorear la salud del segmento espacial, asegurar el tiempo global, la sincronización de los relojes del segmento espacial y de control, el cálculo de las correcciones de tiempo, efemérides y parámetros de propagación del enlace. El segmento usuario lo conforma finalmente el receptor del sistema que brinda la posición de su antena.

La forma de medición de la posición del receptor GPS se basa en la medición del tiempo de propagación de la señal desde el satélite hasta el receptor, y en base a este tiempo calcula la distancia que existe entre ambos. Para ello el receptor realiza: una sincronización de su reloj con los relojes de los satélites, identifica cada satélite en vista, recibe y corrige de ser necesario sus parámetros de efemérides para cada satélite, y luego realiza la medición de los tiempos de propagación de la señal desde el satélite hasta el receptor. Con esto el receptor obtiene la posición en coordenadas ECEF de cada satélite en vista y además la distancia a cada satélite, con un

mínimo de 4 satélites el receptor puede obtener su posición $[X, Y, Z]$ en este sistema de coordenadas.

Las principales fuentes de error en los receptores GPS de uso civil se deben a la acumulación de una serie de errores cuyas fuentes son:

- Demoras de la Ionósfera y Tropósfera: las señales de los satélites sufren una demora en su viaje a través de la atmósfera, esta demora afecta a la medición del tiempo de propagación de la señal desde el satélite hasta el receptor; si bien los receptores incluyen un modelo de la atmósfera el cual estima un promedio de esta demora permitiendo corregirla, pero su valor no es exacto.
- Reflexiones de la señal: estas reflexiones ocurren cuando el receptor recibe la señal del satélite en forma directa y la misma señal reflejada por un edificio u otro objeto significativo. Esta multiplicidad de recepción de la misma señal causa un aumento en el cálculo del tiempo de propagación de la misma.
- Errores en el reloj del receptor: dado que no es práctico instrumentar un reloj atómico en cada receptor GPS, estos emplean relojes comunes, que si bien están sincronizados con el sistema global de tiempo poseen errores en su indicación.
- Errores orbitales: También conocidos como errores de efemérides, estas corresponden a inexactitudes informadas en la posición de los satélites.
- Número de satélites visibles: cuantos más satélites son vistos por el receptor GPS menor es el error en la determinación de su posición. Construcciones, interferencia electrónica, características del terreno, o las copas de los árboles si son muy densas pueden deteriorar la señal causando errores en la determinación de la posición, o en no poder determinar la misma. Por eso estos receptores no pueden ubicarse en interiores, bajo el agua o bajo tierra.
- Geometría de los satélites en vista: esto se refiere a la posición relativa de los satélites respecto del receptor para el tiempo en que se realiza la medición. La geometría ideal se da cuando los satélites están ubicados en amplios ángulos unos de otros, mientras que si estos están alineados o agrupados en un pequeño ángulo de vista, resulta una mala geometría que ocasiona un aumento del error.
- Degradación intencional de las señales de los satélites: esto se refiere a las interferencias externas de las señales como ser ruido electrónico (entre otros), que pueden ser de

interferencia humana deliberada o accidental; como ser la degradación intencional de las señales que las fuerzas armadas de los Estados Unidos de América pueden introducir en las señales en sus teatros de operaciones. Esto inhibe la utilización de la precisión que el sistema GPS provee por sus adversarios militares. Esta degradación intencional es conocida como disponibilidad selectiva “Selective Availability, SA”, esta SA si bien actualmente no está activa puede activarse en cualquier momento (como ocurrió el 11 de septiembre de 2001); aumentando considerablemente los errores, que para situaciones normales el error típico promedio esperado se encuentra en el rango de 6 a 12 metros.

El receptor utilizado en el sistema de adquisición de datos es el GPS ET-332, este es un dispositivo de bajo costo pero con un alto grado de confiabilidad y precisión. Dentro de las señales que entrega y que son utilizadas en esta tesis son la señal indicadora del momento de medición, y la señal con la información de posicionamiento. La señal indicadora del momento de medición conocida como PPS “1 Pulse Per Second” o Time Mark Output y es una señal de 1 Hz. La señal con la información de posicionamiento sale del receptor por una línea RS232 y posee dos protocolos de salida, el protocolo de la National Marine Electronics Association NMEA y el protocolo binario SIRF. Del protocolo NMEA enumeraremos las sentencia utilizada que es la \$GPGGA, la cual provee datos de ubicación y precisión 3D.

```
$GPGGA,123519,4807.038,N,01131.000,E,1,08,0.9,545.4,M,46.9,M,,*47
```

\$GPGGA	Encabezado
123519	Hora de la medición 12:35:19 UTC “Coordinated Universal Time”
4807.038, N	Latitud 48° 07.038' Norte
01131.000, E	Longitud 11° 31.000' Este
1	Calidad de la medida: 0 = inválida, 1 = válida, etc.
08	Numero de satélites utilizados para la medida
0.9	Dilución horizontal de la posición.
545.4, M	Altitud, en metros sobre el nivel del mar
46.9, M	Altura del geoido (valor medio del mar)
Vacío	Utilizado en el modo diferencial
*47	Suma de control de los datos, siempre comienza con un *

Por otro lado el protocolo SIRF es un protocolo de comunicaciones en binario y permite extraer todos los datos observables del receptor, efemérides de los satélites, las distancias a los satélites o pseudorángos, y posicionamiento en la terna ECEF, entre otros.

Configurado el receptor en ese modo se lo puede programar para el envío de mensajes específicos con diferentes tipos de mediciones, y todos los mensajes tienen un formato único, el cual se observa en la tabla 5.1, y en la tabla 5.2 se describe el detalle del mensaje número 2.

Nombre del campo	Descripción	Número de bytes
Código de inicio	0xA0A2	2
Longitud del mensaje	0x0041	2
Mensaje	41 bytes detallados en la tabla 5.2	41
Checksum		2
Código de fin	0xB0B3	2

Tabla 5.1. Descripción del formato de los mensajes.

Table 3-4 Measured Navigation Data Out – Message ID 2

Name	Bytes	Binary (Hex)		Unit	ASCII (Decimal)	
		Scale	Example		Scale	Example
Message ID	1 U		02			2
X-position	4 S		FFD6F78C	m		-2689140
Y-position	4 S		FFBE536E	m		-4304018
Z-position	4 S		003AC004	m		3850244
X-velocity	2 S	*8	0000	m/sec	Vx÷8	0
Y-velocity	2 S	*8	0003	m/sec	Vy÷8	0.375
Z-velocity	2 S	*8	0001	m/sec	Vz÷8	0.125
Mode 1	1 D		04	Bitmap ¹		4
HDOP ²	1 U	*5	0A		÷5	2.0
Mode 2	1 D		00	Bitmap ³		0
GPS Week ⁴	2 U		036B			875
GPS TOW	4 U	*100	039780E3	sec	÷100	602605.79
SVs in Fix	1 U		06			6
CH 1 PRN ⁵	1 U		12			18
CH 2 PRN ⁵	1 U		19			25
CH 3 PRN ⁵	1 U		0E			14
CH 4 PRN ⁵	1 U		16			22
CH 5 PRN ⁵	1 U		0F			15
CH 6 PRN ⁵	1 U		04			4
CH 7 PRN ⁵	1 U		00			0
CH 8 PRN ⁵	1 U		00			0
CH 9 PRN ⁵	1 U		00			0
CH 10 PRN ⁵	1 U		00			0
CH 11 PRN ⁵	1 U		00			0
CH 12 PRN ⁵	1 U		00			0

Payload length: 41 bytes

Tabla 5.2. Descripción de los datos del mensaje 2.

5.4. CÁMARA DE VIDEO

La cámara de video tiene la capacidad de realizar la adquisición de la información luminosa de una escena del mundo real, en una imagen organizada en forma matricial cuya unidad básica de información se denominan píxeles. En la figura 5.3 se puede ver el modelo de perspectiva de la cámara donde el centro de proyección se encuentra detrás del plano de la imagen, esta formulación permite representar cómo un punto en el espacio 3D es representado sobre una imagen 2D.

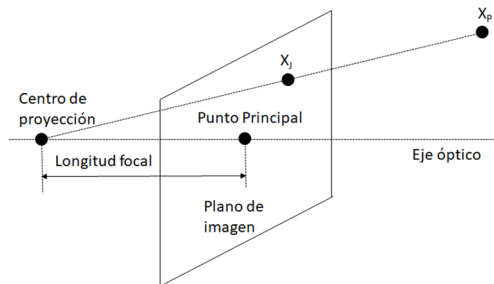


Figura 5.3. Modelo de perspectiva de la cámara.

Las imágenes captadas por una cámara sobre un vehículo en movimiento son sometidas permanentemente a las transformaciones básicas de rotación traslación y escalamiento. Estas transformaciones conforman la base funcional para las transformaciones afines o lineales (Delrieux & Gambini, 2003). La formulación del modelo matemático de la cámara en base al modelo de perspectiva presentado en la figura 5.3, resulta sumamente simplificado por medio de la utilización de coordenadas homogéneas y representaciones matriciales (Nixon Mark, Aguado Alberto, 2008).

La geometría Euclídea representa los puntos del espacio en un sistema de Coordenadas Cartesianas por medio de una secuencia de números, en donde cada número se refiere a un eje ortogonal y el conjunto de estos ejes ortogonales definen la dimensión del sistema. En la figura 5.4 (a) vemos como la suma de dos puntos en un espacio vectorial R^2 depende del sistema de referencia utilizado (resultado en $[x \ y]$ y resultado en $[x' \ y']$), mientras que al aumentar su dimensión en 1, tomando la recta que pasa por los puntos p y q generamos un espacio afín unidimensional que contienen todas las combinaciones afines de p y q (Delrieux & Gambini, 2003).

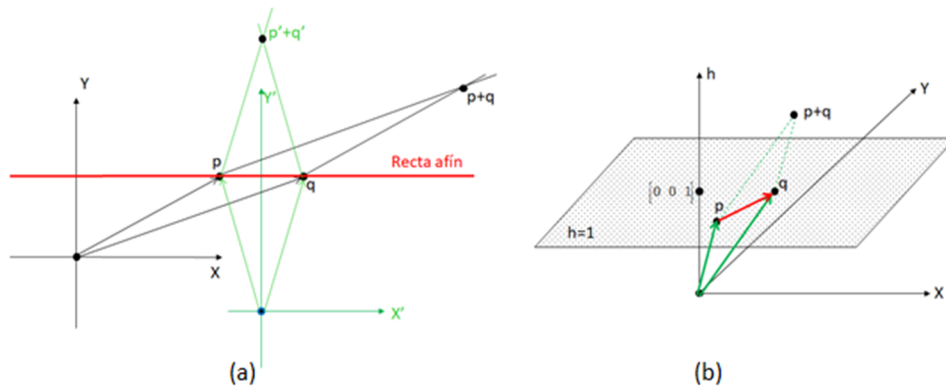


Figura 5.4. (a) Subespacio afin, (b) Homogenización espacio \mathbb{R}^2 .

El proceso de transformación de coordenadas cartesianas a coordenadas homogéneas se denomina homogenización; este proceso consiste en el agregado de una nueva variable $h \neq 0$ (variable de homogenización no trivial) a un espacio E de n dimensiones, lo transforma en un espacio V , de $n+1$ dimensiones el cual contiene al espacio E .

Es decir, el espacio E está contenido dentro del espacio V como un hiperplano para un valor de $h \neq 0$, y ahora el espacio E conforma un espacio afin, en donde h es conocida como variable de homogenización, figura 5.4 (b).

Es posible asignar puntos desde coordenadas cartesianas (ecuación 5.14) a coordenadas homogéneas (ecuación 5.15) y viceversa (ecuación 5.16) para un espacio \mathbb{R}^3 , siendo que ambos sistemas definen diferentes espacios geométricos, las coordenadas cartesianas definen el espacio euclidiano, y las coordenadas homogéneas definen el espacio proyectivo (Nixon Mark, Aguado Alberto, 2008).

$$P_c = [x \ y \ z]^T \quad \wedge \quad (5.14) \quad P_c = [x \ y \ z]^T \quad (5.14)$$

\therefore

$$x = \frac{h \cdot x}{h}; \quad y = \frac{h \cdot y}{h}; \quad z = \frac{h \cdot z}{h} \quad (5.16)$$

Para la determinación de la manera en que el espacio de puntos del mundo real es transformado al espacio del plano de la imagen (modelo de perspectiva de la cámara) utilizaremos el álgebra del espacio proyectivo. En la figura 5.5 se representa como un punto del mundo real P_w es representado sobre el plano de la imagen P_I .

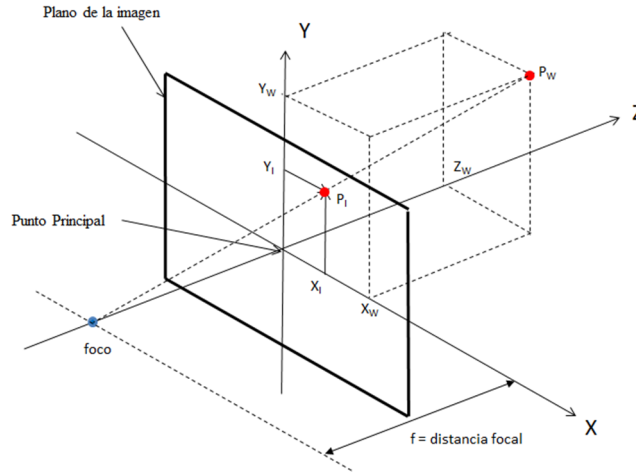


Figura 5.5. Representación del modelo de la cámara.

La proyección del punto P_W en coordenadas del mundo real sobre el plano de la imagen en coordenadas de la imagen puede expresarse en forma matricial (ecuación 5.17), en donde $P_I \wedge P_W$ están expresados en coordenadas homogéneas, y P se corresponde con la matriz de proyección.

$$P_I = P.P_W \quad (5.17)$$

$$P_W = \begin{bmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \\ 1 \end{bmatrix} \quad \therefore \quad P_I = \begin{bmatrix} w.X_I \\ w.Y_I \\ w \\ 1 \end{bmatrix}$$

La matriz P en la ecuación (5.17) modela tres transformaciones geométricas, las cuales pueden factorizarse como:

$$P = V.Q.M \quad (5.18) \quad \therefore \quad P_I = V.Q.M.P_W$$

en donde:

a) La matriz M corresponde a la transformación de las coordenadas del mundo real 3D, a las coordenadas de la cámara, si la cámara se encuentra trasladada respecto del punto de referencia esto se representa por la matriz T , y si además esta rotada esta rotación se representa por medio de la matriz R , (ecuaciones 5.19, 5.20 y 5.21).

$$M = \left[R_{(\varphi, \theta, \psi)} \quad T_{(t_x, t_y, t_z)} \right] \quad (5.19)$$

$$T_{(t_x, t_y, t_z)} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.20) \quad \wedge$$

$$R_{(\varphi, \theta, \psi)} = R(\varphi) \cdot R(\theta) \cdot R(\psi) \quad (5.21) \quad \text{donde}$$

$$R_{(\varphi, \theta, \psi)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ 0 & -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_C = M \cdot P_W \quad (5.22)$$

b) La matriz Q corresponde a la transformación de las coordenadas de la cámara al plano de la imagen, a partir de las coordenadas del punto expresadas en la terna de la cámara la matriz Q obtiene las coordenadas del punto proyectadas en el plano de la imagen (figura 5.5), en donde la longitud focal define la distancia entre el centro de proyección y el plano focal. En la figura 5.6 vemos la relación entre el punto X_P y su proyección X_I respecto del eje óptico en función del ángulo α , (ecuaciones 5.23 y 5.24).

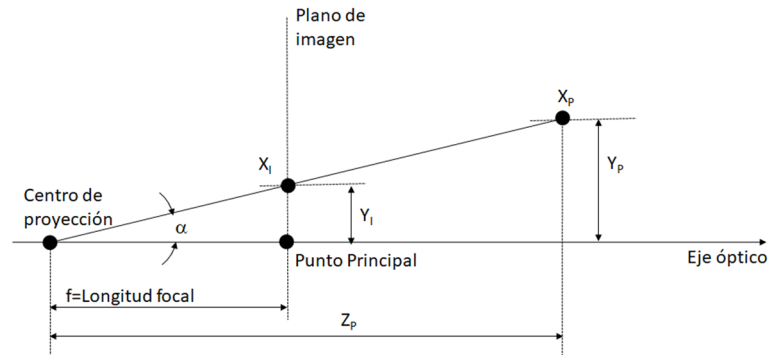


Figura 5.6. Proyección de un punto.

$$\tan \alpha = \frac{Y_I}{f} = \frac{Y_P}{Z_P} \Rightarrow$$

$$Y_I = \frac{Y_P}{Z_P} \cdot f \quad (5.23) \quad \wedge$$

$$X_I = \frac{X_P}{Z_P} \cdot f \quad (5.24)$$

Quedando definida la matriz Q como:

$$Q = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

c) La matriz V finalmente convierte las coordenadas del plano de la imagen a valores de pixeles, esta transformación incluye también el factor de asimetría φ debido a las desalineaciones de la cámara, quedando definida la matriz V como:

$$V = \begin{bmatrix} k_u & k_u \cdot \cot \varphi & u_0 \\ 0 & k_v \cdot \sin \varphi & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

En la matriz (5.26) tenemos las constantes que corresponden al número de pixeles por metros dependiente de las características de la cámara y el punto principal (centro de la imagen), (figura 5.7).

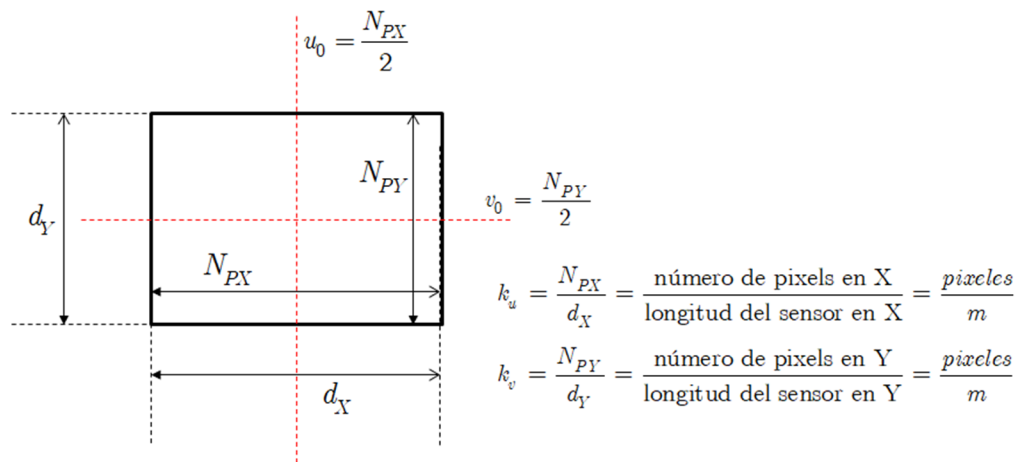


Figura 5.7. Sensor CCD de la cámara.

Desarrollando la ecuación (5.17) tenemos la ecuación de la proyección de un punto en coordenadas del mundo real P_w al plano de la imagen.

$$\begin{bmatrix} w.X_I \\ w.Y_I \\ w \end{bmatrix} = V.Q.M. \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} w.X_I \\ w.Y_I \\ w \end{bmatrix}}_{P_I} = \underbrace{\begin{bmatrix} k_u & k_u \cdot \cot \varphi & u_0 \\ 0 & k_v \cdot \sin \varphi & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_V \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_Q \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}}_{\substack{(5.21) \\ M}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}}_{P_W} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \\ 1 \end{bmatrix}}_{P_W}$$

El modelo de perspectiva de la cámara tiene un total de 12 parámetros que son los que determinan los valores de las matrices V, Q y M. Estos se relacionan en: los ángulos que definen su actitud φ, θ, ψ , y los parámetros de traslación t_x, t_y, t_z , que en conjunto definen la matriz M, la distancia focal f que define la matriz Q, y los parámetros correspondientes al centro de la imagen u_0 y v_0 , los parámetros k_u y k_v de escala, y el parámetro de asimetría y alineación φ que definen la matriz V. Estos doce parámetros $(\varphi, \theta, \psi, t_x, t_y, t_z, f, u_0, v_0, k_u, k_v, \varphi)$ se agrupan en dos grupos: los parámetros inherentes a la cámara $(f, u_0, v_0, k_u, k_v, \varphi)$ y permanecen constantes (no cambian de escena a escena), también conocidos como parámetros intrínsecos, y los parámetros extrínsecos $(\varphi, \theta, \psi, t_x, t_y, t_z)$ los cuales dependen del movimiento de la cámara y cambian de escena a escena.

Otro de los parámetros característicos de la cámara es el conocido campo visual o “Field of View FOV”, en donde se definen los campos visuales horizontal y vertical, como “HFOV” y “VFOV” respectivamente. En donde las distancias del campo de visión DH y DV quedan definidas por las ecuaciones (5.27) y (5.28), (figura 5.8).

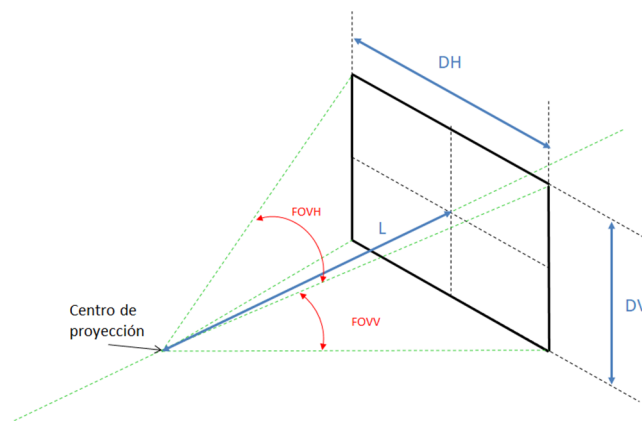


Figura 5.8. Campo visual.

$$\tan \frac{HFOV}{2} = \frac{DH}{L} \wedge \tan \frac{VFOV}{2} = \frac{DV}{L} \Rightarrow$$

$$DH = L \cdot \tan \left(\frac{HFOV}{2} \right) \quad (5.27)$$

$$DV = L \cdot \tan \left(\frac{VFOV}{2} \right) \quad (5.28)$$

La cámara utilizada es la Tau 640 (figura 5.9), con una lente de 13 mm, campo visual en horizontal de 45° y en vertical de 37° , resolución de 640 pixeles en horizontal y 512 pixeles en vertical, y tamaño de pixel de 17 micrones. Resumiendo, los 6 parámetros propios de la cámara o parámetros intrínsecos son:



Figura 5.9. Cámara Tau 640 con lente de 13 mm.

Distancia focal = $f = 0,013m$

Pixels en horizontal = 640

Pixels en vertical = 512

$$u_0 = \frac{640}{2} = 320 \wedge v_0 = \frac{512}{2} = 256$$

Tamaño de pixel = $17\mu m = 0,000017m$

$$d_x = 17\mu m \cdot 640 = 0,010880m$$

$$d_y = 17\mu m \cdot 512 = 0,008704m$$

Campo visual horizontal = 45°

Campo visual vertical = 37°

$$k_u = \frac{\text{Pixels en horizontal}}{d_x} = \frac{\text{Pixels en horizontal}}{(\text{Tamaño de pixel}) \cdot (\text{Pixels en horizontal})} = \frac{1}{(\text{Tamaño de pixel})}$$

$$k_v = \frac{\text{Pixels en vertical}}{d_y} = \frac{\text{Pixels en vertical}}{(\text{Tamaño de pixel}) \cdot (\text{Pixels en vertical})} = \frac{1}{(\text{Tamaño de pixel})}$$

$$k_u = k_v = \frac{\text{Pixels}}{0,000017m} = 58.823,52941 \frac{\text{Pixels}}{m}$$

6. CAPÍTULO 6, SEGUIMIENTO DE OBJETOS EN VIDEO

Par realizar el seguimiento de un objeto en una secuencia de imágenes el primer paso es la identificación del objeto referencia a seguir, el cual en nuestro caso debe poseer coordenadas conocidas; atributo que permitirá obtener la posición y actitud de la cámara.

La técnica aplicada para la identificación del objeto referencia es el Filtro de Partículas. Esta técnica es un método secuencial de Monte Carlo, siendo una de sus principales ventajas su aplicabilidad a cualquier modelo de transición de estados y medidas, especialmente cuando estos son no lineales y no Gaussianos.

Una vez identificado el objeto a seguir por el usuario en su posición y tamaño, se obtienen de éste sus principales características por medio del algoritmo SURF “Speeded-Up Robust Features”, este algoritmo tiene la capacidad de generar un conjunto de puntos que son invariantes ante una serie de deformaciones de la imagen, como ser escalado, rotación, iluminación y además presenta características de robustez frente a condiciones de oclusión.

6.1. EL FILTRO DE PARTÍCULAS

El filtro de partículas es un estimador Bayesiano recursivo en donde las observaciones actualizan la probabilidad de validar una hipótesis, es decir utilizan toda la información disponible para reducir la cantidad de incertidumbre presente en una inferencia o problema de decisión, obteniendo en forma secuencial una aproximación numérica de la probabilidad temporal (Arnaud Doucet and Adam M. Johansen, 2012).

El proceso de combinación de la nueva información con la obtenida previamente es el conocido teorema de Bayes (Kaipio Jari and Somersalo Erkki, 2004), y uno de los estimadores más conocidos es el estimador de Kalman, el cual se aplica en los casos en que los modelos de evolución del sistema y el de medición son lineales, con ruidos Gaussianos, con media y varianza conocidas. Si bien se puede aplicar también a modelos no lineales por medio de la aplicación de técnicas para conseguir su linealidad, la restricción de ruido aditivo no Gaussiano no puede superarse (Maybeck, Peter, 1979) (Lewis Frank, et al, 2008).

Para la superación de estas restricciones se aplican las técnicas computacionales de Monte Carlo, desarrolladas para representar la densidad de probabilidad a posteriori en términos de muestras aleatorias y pesos asociados. Estos métodos se denominan estimadores de partículas y no poseen las hipótesis restrictivas del estimador de Kalman, por ende pueden aplicarse a modelos no

lineales, con ruido no Gaussiano, y multimodal, en donde la estimación numérica confiable es función de un número adecuado de muestras (Agüí Juan Carlos López, 2008).

Para definir el problema de la estimación de estados consideremos el modelo de evolución del estado X de un sistema por la ecuación:

$$X_k = f(X_{k-1}, v_{k-1}), \quad (6.1)$$

donde el vector de estado $X \in R^n$ contiene las variables a ser estimadas dinámicamente, y estas evolucionan de acuerdo al modelo de evolución del sistema dado por la ecuación (6.1), en donde f es la función no lineal de las variables de estado y $v \in R^n$ representa el estado del ruido del sistema. Por otro lado consideremos el modelo de observación correspondiente a las mediciones $Z \in R^n$ disponibles en t_k , y $k = 1, 2, \dots$ estas mediciones se relacionan con las variables de estado X por medio de la función no lineal h como:

$$Z_k = h(X_k, n_k) \quad (6.2)$$

en donde $n \in R^n$ es el ruido de medición y la ecuación (6.2) se conoce como modelo de observación. El problema de la estimación se centra en obtener información del estado X_k basándonos en el modelo de evolución (6.1) y en las mediciones $Z_{1:k} = \{Z_i, k = 1, \dots, k\}$ dadas por el modelo de observación (6.2).

Recordando que $P(a|b)$ es la probabilidad condicional de a si b , entonces el modelo de evolución-observación dado por las ecuaciones (6.1) y (6.2) están basados en las siguientes hipótesis referidas a las siguientes secuencias (Lewis Frank, et al, 2008) (Jari Kaipio, Erkki Somersalo, 2004):

a) $X_k, k = 1, 2, \dots$ Es un proceso Markoviano:

$$P(X_k | X_0, X_1, \dots, X_{k-1}) = P(X_k | X_{k-1})$$

b) $Z_k, k = 1, 2, \dots$ Es un proceso Markoviano respecto a la historia de X si:

$$P(Z_k | X_0, X_1, \dots, X_k) = P(Z_k | X_k)$$

c) La secuencia de las observaciones pasadas solo depende de su propia historia:

$$P(X_k | X_{k-1}, Z_{k-1}) = P(X_k | X_{k-1})$$

En adición al modelo de evolución-observación dado por las ecuaciones (6.1) y (6.2) se suma que, para todo $i \neq j$, los vectores de ruido $v_i \wedge v_j$ así como también los vectores $n_i \wedge n_j$ son

mutualmente independientes del estado inicial X_0 , y también mutuamente independiente para todo $i \wedge j$. Asumiendo que conocemos $P(X_0|Z_0) = P(X_0)$, la densidad de probabilidad $P(X_k|Z_{1:k})$ se obtiene por medio del estimador Bayesiano en dos pasos, predicción y actualización (Agüí Juan Carlos López, 2008), (Kaipio Jari and Somersalo Erkki, 2004).

La técnica de estimación de partículas es una técnica de Monte Carlo para el problema de la estimación del estado, y la idea es representar la función de densidad de probabilidad a posteriori como un conjunto muestras aleatorias (partículas) con sus pesos asociados, y calcular la estimación basándose en estas muestras y sus pesos. A medida que el número de muestras aumenta, la caracterización de Monte Carlo se aproxima a la representación de la función de probabilidad a posteriori, y la solución se aproxima a estimador de Bayesiano óptimo (Arnaud Doucet and Adam M. Johansen, 2012).

Tomemos los conjuntos de estados $X_{0:k} = \{X_j, j = 0, \dots, k\}$ hasta t_k , el conjunto de partículas $X_{0:k} = \{X_j, j = 0, \dots, k\}$ y el de sus pesos asociados $\{W_k^i, i = 0, \dots, N\}$ en donde N es el número total de partículas, y los pesos son normalizados tal que:

$$\sum_{i=1}^N W_k^i = 1$$

Entonces, la densidad a posteriori en t_k puede calcularse aproximadamente por:

$$P(X_{0:k}|Z_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^N W_k^i \delta(X_{0:k} - X_{0:k}^i) \quad (6.3)$$

Donde $\delta(\cdot)$ es la función delta de Dirac, y tomando en cuenta las hipótesis correspondientes a las ecuaciones (6.1) y (6.2) la densidad a posteriori (6.3) puede escribirse (Fredrik Gustafsson, 2010a), como:

$$P(X_k|Z_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^N W_k^i \delta(X_k - X_k^i) \quad (6.4)$$

Un problema común en el algoritmo es el fenómeno de la degeneración, en donde después de unos pocos estados todas menos algunas pocas partículas (generalmente una) tendrán un peso insignificante (Agüí Juan Carlos López, 2008) (Fredrik Gustafsson, 2010a). La solución a esta degeneración es el remuestreo, pero este crea otro que es la pérdida información aumentando la incertidumbre en el proceso de muestreo aleatorio (Fredrik Gustafsson, 2010b). Este remuestreo

puede realizarse de dos maneras, la primera conocida como “Sampling Importance ReSampling” (SIR), en donde el remuestreo se realiza en cada ciclo del algoritmo y la otra alternativa es realizar el remuestreo cada vez que este es necesario, es decir cuando el número efectivo de partículas alcanza un número umbral mínimo. Este es el llamado “Sampling Importance Sampling” (SIS).

6.2. ALGORITMO SURF

El algoritmo “Speeded-up Robust Features” SURF es un detector robusto de puntos característicos en imágenes (puntos invariantes frente a traslaciones, rotaciones y cambios de iluminación, etc.), que permite extraer y describir las características propias de esos puntos detectados. La principal característica de estos puntos es que son invariantes frente a cambios de escala, rotaciones, traslaciones, y parcialmente a cambios de iluminación y afinidades. Basado en el algoritmo “Scale Invariant Feature Transform” SIFT, fue desarrollado por Herbert Bay (Herbert Bay, Tinne Tuytelaars, and Luc Van Gool, 2008a) como un detector robusto de puntos característicos, siendo mucho más rápido que el algoritmo SIFT, debido a que posee menos descriptores para cada punto.

El algoritmo SURF (figura 6.1) se compone básicamente de dos etapas: el detector y el descriptor. En la primera, el detector se encarga de identificar los puntos de interés de la imagen mediante la aproximación de diferencia de Gaussianos y la matriz Hessiana, en la segunda, el descriptor construye un vector con 64 características que identifican la posición y orientación de los puntos de interés utilizando las sumas de las respuestas de la transformada Wavelet Haar. Obteniendo así, de este análisis sus puntos característicos con una buena performance en precisión y tiempo de ejecución (H. Kandil and A. Atwan, 2012) (Tania Jacquelin Patiño Ordoñez, 2012).

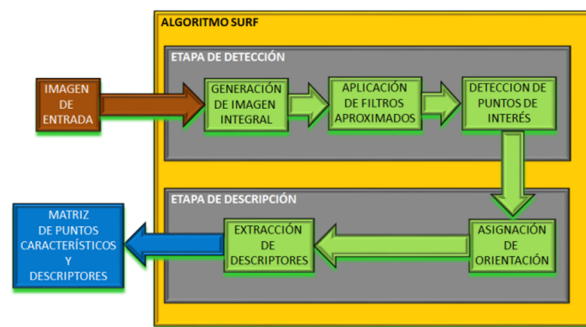


Figura 6.1. El Algoritmo SURF.

Las imágenes integrales son representaciones a diferentes escalas de la imagen original acorde a sus intensidades y en escalas de grises, en donde cada pixel está dado por la suma de las intensidades de los pixeles en los ejes horizontal y vertical. En las tablas 6.1(a) y (b) se observan las intensidades de una imagen y su correspondiente imagen integral respectivamente, siendo la ecuación (6.5) su descripción, donde $q_{(i,j)}$ es el valor del pixel en la posición (i, j) .

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

16	18	21	34
21	34	47	68
30	50	69	102
34	68	102	136

Tablas 6.1 (a) y (b). Imagen (a) e imagen integral (b).

$$H_{(X,Y)} = \sum_{0 \leq i < M} \sum_{0 \leq j < N} q_{(i,j)} \quad (6.5)$$

La aplicación a las imágenes integrales a diferentes escalas de la matriz Hessiana junto con los filtros Wavelet Haar, son la base del análisis de espacio-escala. Dado un punto $X_{(x,y)}$ en una imagen I , $H_{(X,\sigma)}$ es la matriz Hessiana en $X_{(x,y)}$ a la escala σ definida como (6.6):

$$H_{(X,\sigma)} = \begin{bmatrix} L_{x,x,(X,\sigma)} & L_{y,x,(X,\sigma)} \\ L_{x,y,(X,\sigma)} & L_{y,y,(X,\sigma)} \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

En (6.6), $L_{x,x,(X,\sigma)}$, $L_{x,y,(X,\sigma)}$ y $L_{y,x,(X,\sigma)}$ representan el producto de convolución de la segunda derivada del Gaussiano $\frac{\partial^2}{\partial X^2} g_{(x,\sigma)}$ con la Imagen I en el punto $X_{(x,y)}$ según la ecuación (6.7).

$$L_{x,x,(X,\sigma)} = \frac{\partial^2}{\partial X^2} * [G_{(x,y,\sigma)} * I_{(x,y)}]$$

$$L_{x,x,(X,\sigma)} = \left[\frac{\partial^2}{\partial X^2} * G_{(x,y,\sigma)} \right] * I_{(x,y)} \quad (6.7)$$

$$\wedge G_{(x,y,\sigma)} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

Los determinantes de la matriz Hessiana permiten calcular el punto en la escala, definido como:

$$|H_{(X,\sigma)}| = D_{x,x} \cdot D_{y,y} - (\omega \cdot D_{x,y})^2$$

Y $D_{x,x}$, $D_{y,y}$, y $D_{x,y} = D_{y,x}$, son las aproximaciones de las derivadas parciales y w es un factor de balance del determinante (Herbert Bay, Tinne Tuytelaars, and Luc Van Gool, 2008a) (Tania Jacquelin Patiño Ordoñez, 2012), obtenido de la ecuación (6.8), donde $|\cdot|_F$ es la norma de Frobenius (Jorge Antezana y Demetrio Stojano, 2016), (ecuación 6.9).

$$w = \frac{|L_{x,y,(X,\sigma)}|_F \cdot |D_{y,y}|_F}{|L_{y,y,(X,\sigma)}|_F \cdot |D_{x,y}|_F} \quad (6.8)$$

$$|A|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (a_{i,j})^2} \quad (6.9)$$

Posteriormente y con la aplicación de los filtros Haar-Wavelet en una región circular con un radio de 6σ se obtienen las respuestas en las direcciones horizontal y vertical, ejes x e y , (dx y dy respectivamente). Y la orientación dominante se obtiene como la suma de todas las respuestas dentro de una ventana angular deslizante de $\frac{\pi}{3}$ (Herbert Bay, Tinne Tuytelaars, and Luc Van Gool, 2008a).

Para obtener los descriptores característicos a una cierta escala y para cada punto característico, se construye una ventana rectangular, centrada en el punto, con un tamaño de $20\sigma \times 20\sigma$ y con dirección hacia la orientación dominante. Posteriormente se la divide en sub regiones de 4×4 y para cada una de estas sub regiones se aplica la Wavelet Haar obteniendo las respuestas en horizontal y vertical d_x y d_y respectivamente, con estas respuestas se forma el vector característico vector $V = (\sum dx, \sum dy, \sum |dx|, \sum |dy|)$, generando un total de 64 descriptores SURF para cada punto (Herbert Bay, Tinne Tuytelaars, and Luc Van Gool, 2008b) (H. Kandil and A. Atwan, 2012).

6.3. DISMINUCIÓN DEL EFECTO DE LA IMAGEN DE FONDO

A los efectos de realzar el objeto en movimiento a detectar y que por lo general se encuentra inmerso en ruido de la imagen de fondo, se realizó una disminución del efecto de dicha imagen. Las técnicas de sustracción de la imagen de fondo son útiles en aquellas aplicaciones donde: las cámaras tienen una distancia focal constante, no hay desplazamientos ni inclinaciones, mantienen la cámara enfocada en un fondo estacionario, y con el objeto en movimiento en primer plano (Larry Venetsky, Ross Boczar, 2013). Pero en este caso estamos abordando una cámara que

está en movimiento, en la figura 6.2 puede verse la imagen adquirida del helipuerto, y su histograma en la figura 6.3.

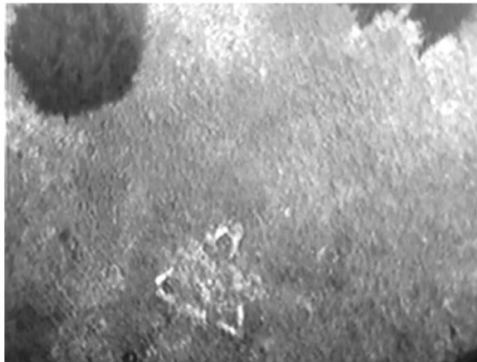


Figura 6.2. Imagen adquirida del helipuerto.

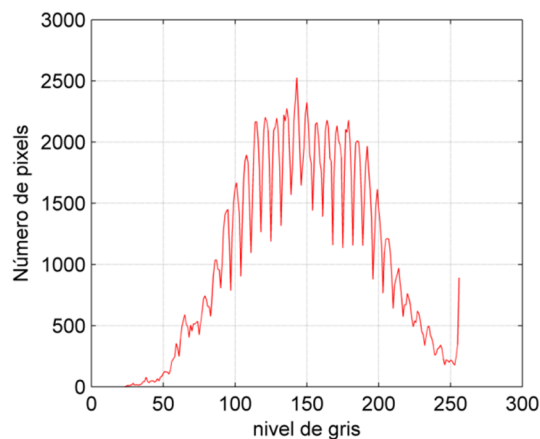


Figura 6.3. Histograma imagen de la figura 6.2.

En el histograma puede verse que la imagen tiene muy bajo contraste y rango dinámico de luminosidad, esto causa que al aplicar el algoritmo SURF en el área a detectar del helipuerto tenga una baja performance y por ende detecta muy pocos puntos característicos. Para mejorar la respuesta del algoritmo SURF se realizó una sustracción del valor medio de la imagen (Alan M. McIvor, 2004), junto con un incremento de contraste (Dah-Chung Chang ; Wen-Rong Wu, 1996) (Prabhdeep Singh, Dr. A.K Garg, 2011). Debido a que la temperatura del helipuerto es mayor que la temperatura del pasto de la superficie, la sustracción del valor medio de la imagen no produce pérdida de información en la luminosidad de la imagen del helipuerto. Por otro lado, la mejora en el contraste se logró multiplicando el resultado de la resta anterior, por un factor proporcional a la

relación entre la desviación estándar de la imagen dividida por el valor máximo de la intensidad luminosa (Dah-Chung Chang ; Wen-Rong Wu, 1996), ecuación (6.10).

$$I_P = \left[I - \alpha \cdot \sum_{i=1, j=1}^{N, M} I_{(i,j)} \right] \cdot \beta \cdot \frac{\sigma(I)}{\max(I)} \quad (6.10),$$

donde I e I_P son la imagen de entrada y la imagen de salida respectivamente, N y M son el número de píxeles X e Y respectivamente, $\sigma(I)$ y $\max(I)$ la desviación estándar y el valor máximo de intensidad luminosa de la imagen. Los factores de adaptación α y β se obtienen en forma experimental, con valores de $\alpha = 0,98313$ y $\beta = 8,0$ se obtienen las mejoras en las imagen de la figura 6.4 y en su histograma (figura 6.5).

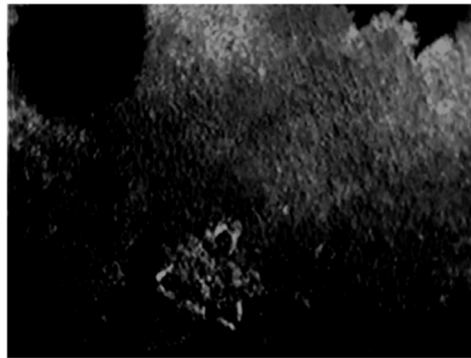


Figura 6.4. La misma imagen de la figura 6.2 después de la sustracción del efecto del fondo.

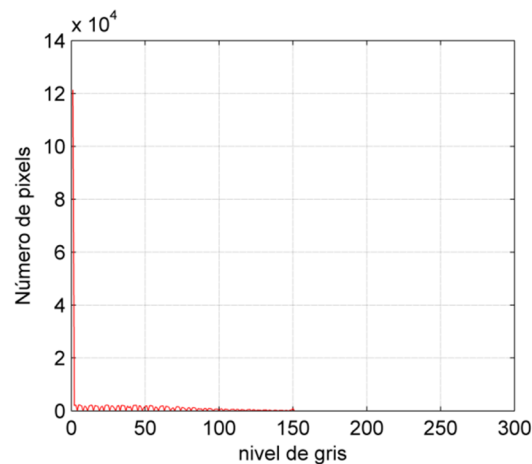


Figura 6.5. Histograma de la imagen de la figura 6.4.

Aplicando el algoritmo SURF al área del helipuerto se obtienen un total de 225 puntos característicos, en la figura 6.6 puede observarse en amarillo el área en donde se aplicó el algoritmo y en verde los 50 puntos característicos más significativos.

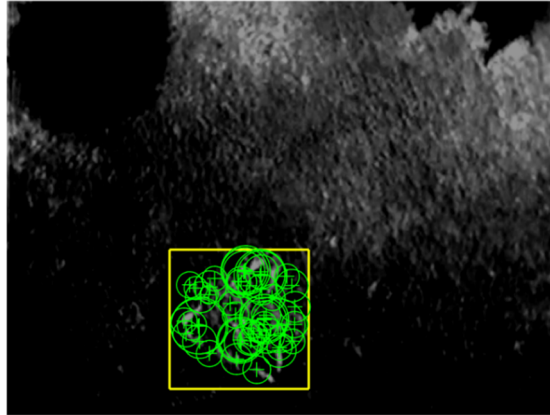


Figura 6.6. Área de aplicación de la rutina SURF y los 50 puntos característicos más significativos.

6.4. DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO DEL FILTRO DE PARTÍCULAS

Básicamente el filtro despliega una serie de partículas dentro del espacio de estados en forma aleatoria, cada una de ellas con su peso asociado. Estas partículas son las manifestaciones de los posibles estados del proceso, y sus pesos representan la función densidad de probabilidad a posteriori en función de las observaciones.

En el caso de su aplicación al seguimiento de objetos en imágenes de vídeo, podemos describir cada una de sus etapas según se observa en el algoritmo de la figura 6.7.

A) Inicialización: en esta etapa se definen todas las condiciones iniciales del filtro y los parámetros que definen su comportamiento; tales como: cantidad de partículas del filtro, número de octavas, métrica y niveles de escalas para la rutina SURF, máximos puntos característicos a analizar, nivel umbral de la métrica para considerar un punto como válido, y el umbral de probabilidad para la aceptación de las partículas.

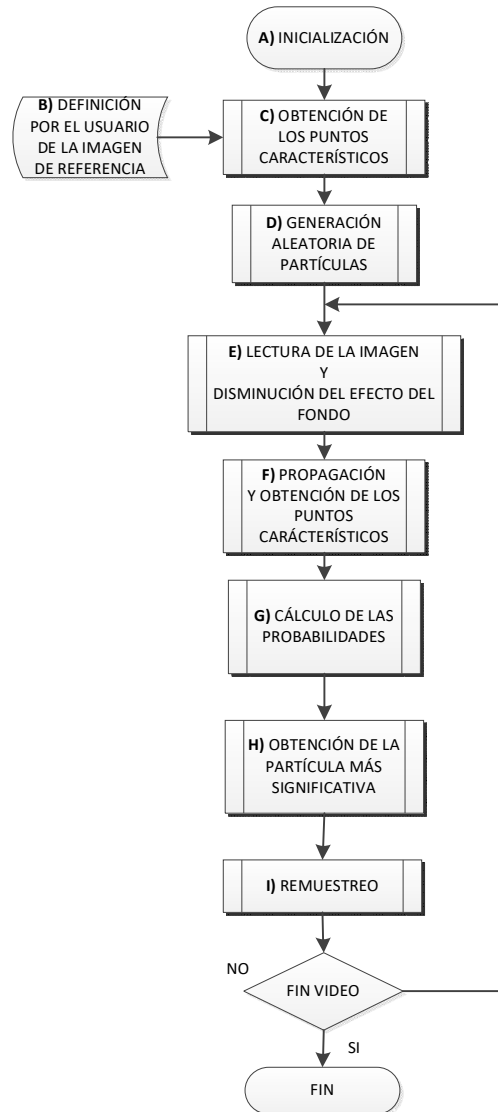


Figura 6.7. Algoritmo de Partículas para seguimiento de objetos.

B) Definición del objeto a seguir: por medio de la intervención del usuario se define el objeto a seguir u objeto referente, el cual queda caracterizado por su posición, tamaño y velocidades, las cuales son descritas por el siguiente vector de estado $(x, y, l_x, l_y, v_x, v_y, v_{lx}, v_{ly})$.

C) Obtención de los puntos característicos: por medio de la rutina SURF se obtienen los puntos característicos, en el número definido en la inicialización del algoritmo y obteniendo también sus características principales.

D) Generación aleatoria de partículas: Las partículas del filtro son inicializadas en forma aleatoria en toda la pantalla, con su probabilidad y garantizando que todas ellas se encuentran contenidas en la interior de la imagen por medio de un procedimiento de limitación, tanto sea en posición como en tamaño.

E y F) Lectura de la imagen, disminución del efecto de la imagen del fondo, propagación de las partículas y obtención de sus puntos característicos: Aquí se realiza la lectura de la imagen, se procede a disminuir el efecto del fondo de la imagen, y se obtienen para cada partícula los puntos característicos en igual manera que el proceso C). Para la propagación de las partículas se aplica el siguiente modelo de evolución de estado correspondiente a la ecuación (6.1) que adquiere el formato matricial de las ecuaciones (6.11) y (6.12)

$$P_k = A.P_{k-1} + A.v_{k-1} \quad (6.11)$$

$$A = \begin{bmatrix} I_{4x4} & \Delta t \cdot I_{4x4} \\ 0_{4x4} & I_{4x4} \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

donde I_{4x4} es la matriz identidad de 4x4, 0_{4x4} es la matriz nula de 4x4 y Δt es el tiempo de muestreo de cuadro. Posteriormente a la propagación se aplica el procedimiento limitador usado en D) para contener a la partícula dentro de la zona de la pantalla, y se aplica la rutina SURF a cada una obteniendo sus puntos característicos.

G) Cálculo de las probabilidades: Para la determinación de la probabilidad de similitud de las partículas con la partícula referente se realiza un emparejamiento de los puntos característicos de las partículas con los del referente; para lo cual se obtiene el número de pares de puntos cuya métrica sea inferior a una métrica umbral. La relación entre este número de pares de puntos respecto del número total de puntos característicos de la partícula referente nos da la probabilidad de similitud o coincidencia entre la partícula y la referencia.

H) Obtención de la partícula más significativa: Para la obtención de la partícula más significativa, se ordenan estas en función de su probabilidad en forma decreciente. El valor medio de las partículas cuya probabilidad es mayor que el umbral de probabilidad seleccionado en la inicialización, determina la posición y el tamaño del objeto a ser identificado.

G) Remuestreo: Para realizar la reasignación de las nuevas partículas se toma como referencia a la partícula más probable obtenida en el paso anterior. Y el nuevo conjunto de partículas se distribuye en función de la dispersión de cada variable, siempre limitándolas a la zona de la pantalla. Se implementó como estrategia de remuestreo la adaptación de la dispersión de las variables en función del número de partículas validas, de manera tal que, la zona de búsqueda se amplía a medida que el número de partículas válidas disminuye.

6.5. APLICACIÓN DEL ALGORITMO DEL FILTRO DE PARTÍCULAS AL SEGUIMIENTO DEL HELIPUERTO

El filtro de partículas se aplicó al seguimiento de un helipuerto utilizado como referencia para la navegación asistida por video durante el vuelo experimental, para ello se utilizó una cámara térmica (Tau 640 en la banda de 8 a 14 micrones), montada en el vehículo obteniéndose videos cenitales. En este caso el objeto a ser identificado no estaba perfectamente definido dado que la marca del helipuerto estaba afectada por la emisión infrarroja del terreno, de ahí la aplicación de la supresión del efecto de fondo en la imagen.

En la figura 6.8 puede observarse la secuencia de ejecución del filtro, selección del objetivo, inicialización del filtro de partículas y el enganche durante el vuelo (Comas Edgardo, Stacul Adrián, et al, 2020).

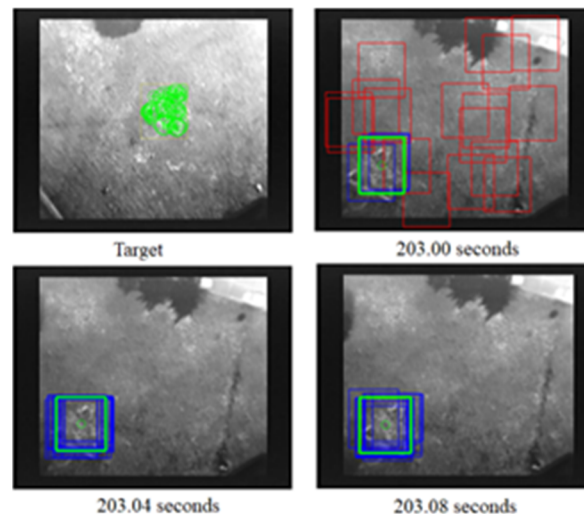


Figura 6.8. Secuencia de evolución del filtro de partículas.

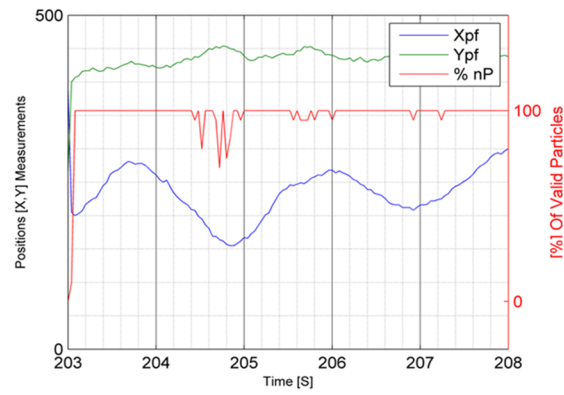


Figura 6.9. Mediciones del filtro de partículas y porcentaje de partículas válidas.

Por otro lado la figura 6.9 muestra las mediciones del filtro de partículas, y como puede observarse en la gráfica del porcentaje del número de partículas válidas este enseguida ubica el objetivo, en este caso el helipuerto.

7. CAPÍTULO 7, ALINEACIÓN DE NUBES DE PUNTOS 3D

Identificado el objeto de referencia y del que se disponen sus coordenadas y sus puntos característicos SURF, el mismo es seguido durante el desplazamiento del vehículo por medio del filtro de partículas. Para cada una de las imágenes adquiridas se dispone de la identificación del objeto y por ende también se disponen de los puntos característicos SURF. Es decir se disponen dos nubes de puntos SURF tridimensionales, la del objeto de referencia en la coordenada inicial y la de este mismo en la nueva ubicación del vehículo.

A partir de estas dos nubes de puntos el objetivo es encontrar las matrices de rotación y traslación que permitan estimar el movimiento del vehículo. Para ello se utiliza el algoritmo ICP “Iterative Closests Point”, el cual incorpora mejoras como la consideración de la información cromática, búsqueda automática de puntos adecuados para alineamiento, y el muestreo aleatorio de puntos para reducir los requerimientos computacionales (Feliz et al., 2007).

7.1. ALGORITMO ICP

El algoritmo de alineación de nubes de puntos consiste en la determinación de la matriz de transformación que permite alinear tan próximos como sea posible, a dos conjuntos de puntos pertenecientes al mismo objeto. Asumimos que ambos conjuntos poseen la misma cantidad de elementos $i = 1..N$, y denominaremos al primer conjunto, conjunto de puntos de referencia $Q = \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_N\}$ y al otro conjunto de puntos a alinear $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_N\}$.

Para determinar la calidad del ajuste definimos la función métrica del error \mathbb{E} (ecuación 7.1), como la sumatoria de los errores cuadráticos, que se corresponden con las distancias desde los puntos en un conjunto con sus vecinos más cercanos en el otro conjunto, después de aplicar la transformación ξ .

$$\mathbb{E} = \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{j=1}^{N_q} w_{i,j} \cdot \|\xi(p_i) - q_j\|^2 \quad (7.1)$$

En el espacio 3D, la transformación ξ tiene seis grados de libertad (tres rotaciones y tres traslaciones), expresando esta transformación en términos de una matriz de rotación R y un vector de traslación T , mientras que $w_{i,j}$ son los pesos para la correspondencia entre los puntos, si estos son cercanos, es decir menor a un umbral $w_{i,j} = 1$ caso contrario $w_{i,j} = 0$. Por ende el número

total de puntos involucrados puede determinarse con la ecuación (7.2) y la ecuación (7.1) toma la forma de la ecuación (7.3).

$$N = \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{j=1}^{N_q} w_{i,j} \quad (7.2)$$

$$\mathbb{E} = \sum_{i=1}^N \|(R \cdot p_i + T) - q_i\|^2 \quad (7.3)$$

En el caso de que exista una perfecta correspondencia entre los puntos de ambos conjuntos, la rotación y traslación relativa entre ambos conjuntos de puntos puede calcularse siguiendo una serie de procedimientos que se describen a continuación. En primer lugar se calcula el baricentro de cada conjunto de puntos por medio de las expresiones (7.4) y (7.5).

$$\mu_p = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N p_i \quad (7.4) \quad \mu_q = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N q_i \quad (7.5)$$

Para cada conjunto de puntos se le resta a cada punto el valor de su baricentro, resultando dos nuevos conjuntos de puntos ahora centrados, según se observa en la figura 7.1 (a) y (b), correspondientes a las ecuaciones (7.6) y (7.7).

$$Q' = \{q_i - \mu_q\} = q'_i \quad (7.6) \quad P' = \{p_i - \mu_p\} = p'_i \quad (7.7)$$

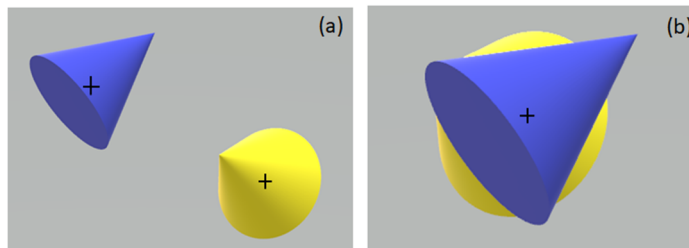


Figura 7.1. Conjuntos de puntos (a) y ambos centrados sus baricentros (b).

Si ahora calculamos a la matriz de covarianza $W = \sum_{i=1}^N q'_i \cdot p'^T_i$ su descomposición en valores singulares (SVD) no da la ecuación (7.8), en donde U y $V \in R^3$ y son unitarios con $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, que son los valores singulares de W .

$$W = U \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \cdot V^T \quad (7.8)$$

La matriz de rotación y el vector de traslación pueden calcularse por las ecuaciones (7.9) y (7.10), mientras que el valor mínimo de la función de error para (R, T) lo da la ecuación (7.11) (Procházková et al., 2018).

$$R = U.V^T \quad (7.9)$$

$$T = \mu_q - R.\mu_p \quad (7.10)$$

$$\mathbb{E} = \sum_{i=1}^N (\|p'_i\|^2 + \|q'_i\|^2) - 2.(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (7.11)$$

Después de la primera iteración si el error obtenido es superior al umbral establecido para dicho error, se procede a realizar una nueva iteración reduciendo el umbral para la distancia entre los pares de puntos de los conjuntos.

7.2. MÉTODOS DE MEJORA DEL ALGORITMO ICP

Presentadas las bases teóricas del algoritmo ICP existen una serie de mejoras a aplicar al mismo de manera tal que, se obtiene una mejora en la performance de la convergencia y se disminuye el tiempo de cálculo, siendo algunas de ellas:

- **Árboles Kd:** es una estructura de datos que permite la partición del espacio geométrico, permitiendo una mejor búsqueda multidimensional de vecinos más cercanos. Aplicando esta técnica el cálculo del algoritmo ICP llega a mejorar su velocidad en 10 veces (Li S. et al., 2016).
- **Correspondencia de Puntos:** Consiste en realizar un submuestreo de puntos, uniforme y aleatorio. Si bien esta técnica presenta problemas cuando existe ruido o formas de curvatura acentuada, debido a que no se seleccionan suficientes puntos de referencia. La selección de los puntos normales en el submuestreo produce una significativa mejora ya que reduce el número de puntos a ajustar y reduce el tiempo de cálculo de las distancias entre los mismos (Gelfand Natasha et al., 2003).

- **Ponderación de puntos:** Permite salir de la consideración de que todos los puntos poseen igual importancia, a los fines de mejorar la performance del algoritmo es más apropiado asignar un peso de importancia a cada par de puntos en función de su distancia, eliminando aquellos pares cuya distancia supera un umbral. Para ello a cada par de puntos se le asigna un peso acorde a la ecuación (7.12) (Guy Godin et al., 1994).

$$W_{peso} = 1 - \frac{dist_{(P_1, P_2)}}{dist_{m\acute{a}x}} \quad (7.12)$$

7.3. EJEMPLOS DE EVALUACIÓN DEL ALGORITMO ICP

Se realizó un ejemplo de aplicación de alineación de dos conjuntos o nubes de puntos generadas matemáticamente a los fines de evaluar el algoritmo. Se generó una superficie de ecuación $Z = \sin(x) \cdot \cos(x)$ y la misma se la rotó y desplazó generando un nuevo conjunto o nube de puntos para realizar su alineación. Al mismo tiempo se procedió a medir el tiempo de ejecución en los casos en que se utilizó una total correspondencia de puntos y cuando se utilizó la mejora por la utilización del árbol Kd. Los resultados se observan en las figuras 7.2 a 7.5.

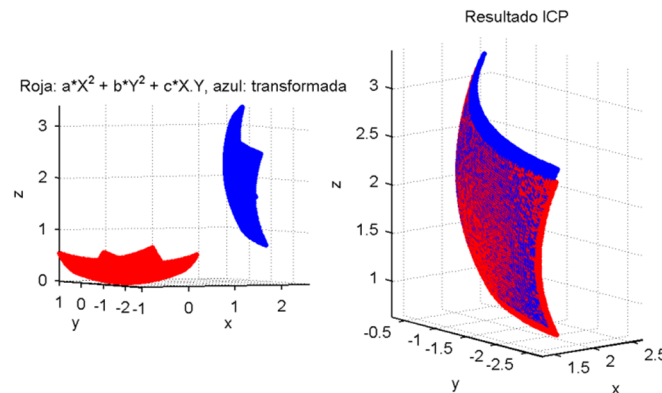


Figura 7.2. Conjunto o nubes de puntos antes y después de la aplicación del algoritmo ICP, con total correspondencia de puntos.

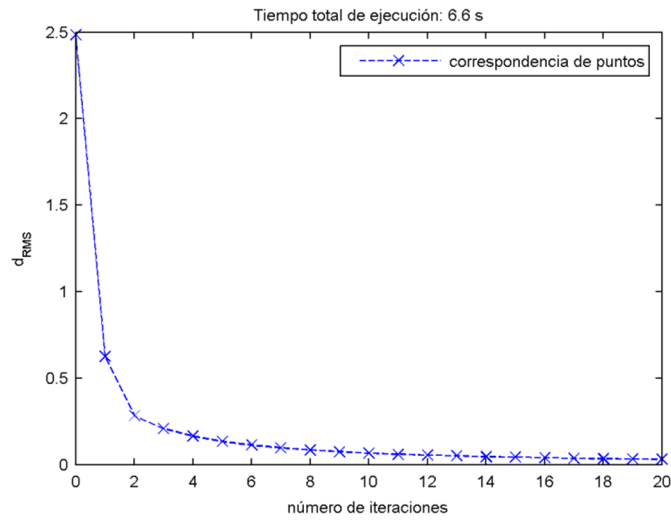


Figura 7.3. Error en función de las iteraciones y tiempo de ejecución para una total correspondencia de puntos.

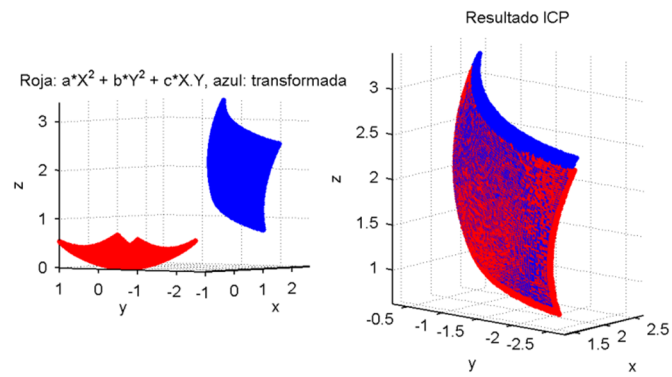


Figura 7.4. Conjunto o nubes de puntos antes y después de la aplicación del algoritmo ICP, con procedimiento árbol Kd.

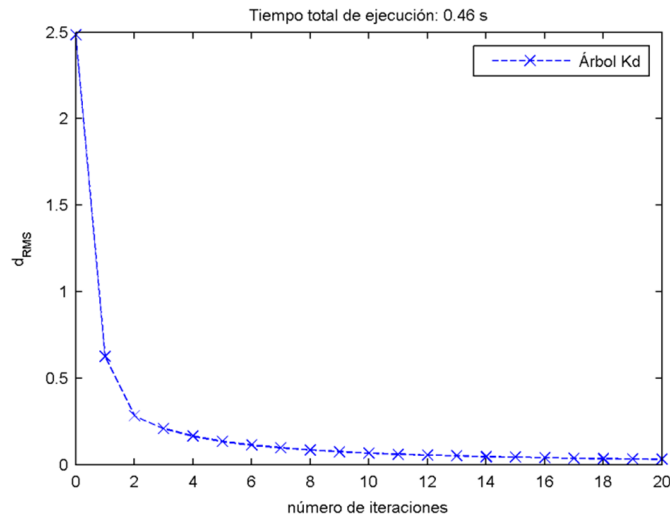


Figura 7.5. Error en función de las iteraciones y tiempo de ejecución para con procedimiento árbol Kd.

Para ambos casos se observa el mismo tipo de resultado en lo referido al alineamiento de los conjuntos de puntos, sin embargo se aprecia una notable diferencia en el tiempo de ejecución, 6,6 segundos para el caso de una total correspondencia mientras que para el caso de aplicación de la selección por medio del árbol Kd tenemos un tiempo de ejecución de 0,46 segundos.

8. CAPÍTULO 8, SISTEMA DE VALIDACIÓN

Durante el desarrollo de la presente tesis se diseñaron y desarrollaron herramientas que permitieron validar los datos, las ecuaciones y los algoritmos empleados. Como ser: la caracterización del área de vuelo para realizar los experimentos, el vehículo aéreo de 6 rotores, el sistema de adquisición de información, y un simulador como generador de datos de vuelo para corroboración y prueba.

8.1. ÁREA DE VUELO PARA LOS EXPERIMENTOS

El área seleccionada para la realización de los experimentos fue la zona de la Plaza de Armas del Instituto de Investigaciones Científicas y Técnicas para la Defensa, (figura 8.1, imagen obtenida del google maps). En esta se encuentran identificados: con una cruz el punto de referencia geodésico, y con un círculo punteado el viejo helipuerto del Instituto, el cual a pesar de no estar en óptimas condiciones de señalización igual se utilizó como referente de coordenadas. Este punto de referencia geodésico (patrón secundario) fue medido utilizando el marco de referencia del sistema Geodésico Nacional POSGAR 07 (Posiciones Geodésicas Argentinas 2007), y el resultado de las mediciones (sus coordenadas) se observan en la figura 8.2.



Figura 8.1. Área de los experimentos (imagen obtenida del google maps).

Processed: 974 17:04		WAVEP 2.00a						Page 1
BASE	A7052714	34° 34' 19.9327" S	58° 26' 21.7201" W	48.376	1.410	Occupation Time: 05/27/97 14:00 - 14:59 GPS		
Feature Name	File	Latitude	Longitude	HAE (m)	HI (m)	Expected RMS (cm)	Baseline Length (m)	
1.1: Point_generic	R052714A	34° 33' 19.9885" S	58° 30' 25.7676" W	36.699	2.200	< 10	6489.656	

Figura 8.2. Resultados de las mediciones del punto de referencia geodésico.

En la figura 8.1 no llega a apreciarse el helipuerto debido a la resolución de la cartografía utilizada en el google maps, una imagen más detallada del mismo se observa en la figura 8.3, la cual fue adquirida por la cámara infrarroja durante el vuelo del hexacóptero.

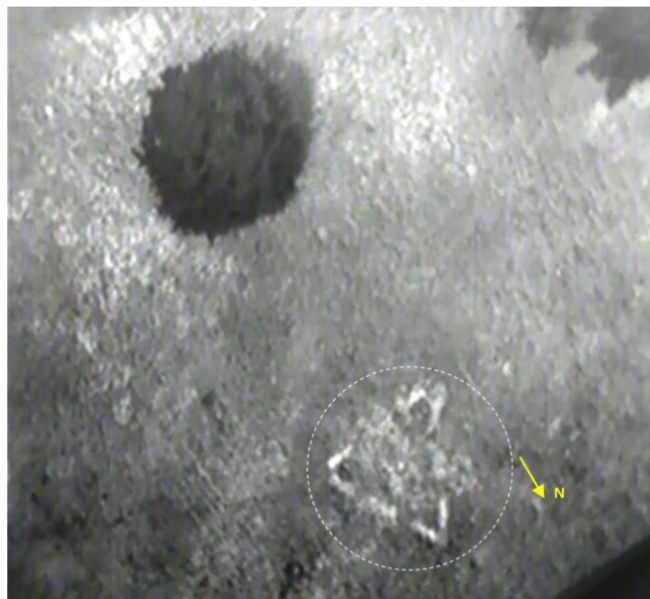


Figura 8.3. Imagen del helipuerto adquirida con la cámara infrarroja.

8.2. VEHÍCULO AÉREO DE 6 ROTORES, “HEXACÓPTERO”

El vehículo aéreo utilizado para las experiencias fue un hexacóptero desarrollado íntegramente en el Instituto, figura 8.4.



Figura 8.4. Vehículo aéreo de 6 rotores “hexacóptero”.

En el mismo pueden observarse el montaje de la antena del receptor GPS, la cámara de video y el gabinete con el instrumental de adquisición y transmisión de la información.

Para controlar el vuelo del hexacóptero y así facilitar su vuelo, se utilizó un APM (Ardu Pilot Mega), (figura 8.5). Este controlador es una plataforma de hardware la cual puede parametrizarse ofreciendo soluciones para el vuelo de vehículos aéreos no tripulados, e incluye posibilidades de vuelo manual y autónomo. Otra de las facilidades que ofrece es la planificación y ejecución en forma autónoma de una misión por medio de la definición de puntos de referencia.

En todos los modos de operación el vuelo se realiza con telemetría en tiempo real, con recepción en una estación terrena, siendo las características más importantes que presenta:

- Auto-estabilización de alta calidad y de control de altitud.
- Modo de vuelo "simple mode", lo que facilita muchísimo su vuelo.
- Capacidad para almacenar hasta 127 puntos de referencia para una misión programada.
- Modo "Loiter" permite mantenerse estático en una posición, a pesar del viento.

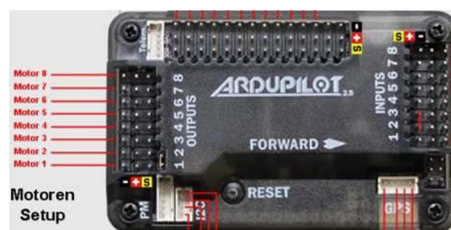


Figura 8.5. Controlador utilizado en el hexacóptero APM.

Para que el piloto pueda operar desde tierra al hexacóptero, se utilizó un equipo de Radio Control “RC, Turnigy 9x” de 2,4 GHz programable, junto con un receptor compatible a bordo de la aeronave, el “Turnigy 9X8Cv2”, (figura 8.6), con características principales:

- Codificación PCM 9 canales y 8 canales PPM (2,4Ghz)
- LCD de 8 líneas y 22 caracteres, de 167x34mm de tamaño, con contraste ajustable que permiten una buena legibilidad a la luz del día.
- Transmisión con modulación (Spread Spectrum / Frequency Hopping)
- Combina la posibilidad de programación para aviones, planeadores y helicópteros.
- Batería LIPO de 11,1v y 1.700mAh.



Figura 8.6. Radio Control y receptor de a bordo.

8.3. SISTEMA DE ADQUISICIÓN Y TRANSMISIÓN DE LA INFORMACIÓN

El sistema de adquisición y transmisión de la información se compone básicamente de dos subsistemas. El primero de ellos es el sistema de adquisición, transmisión, recepción y procesamiento de datos de telemetría, y el segundo corresponde a un sistema de transmisión y recepción de datos de video, su esquema general se observa en la figura 8.7.

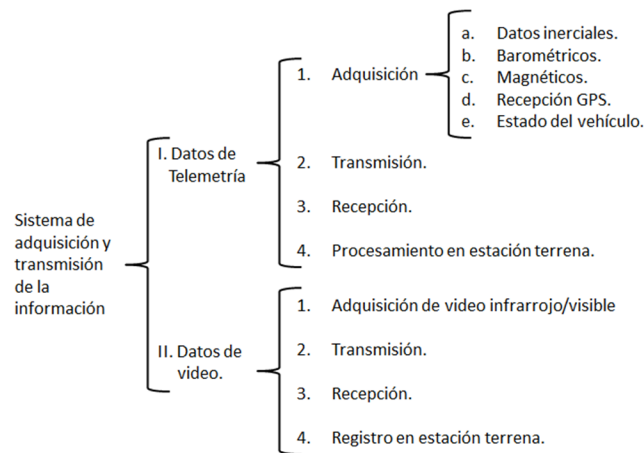


Figura 8.7. Sistema de adquisición y transmisión de la información.

8.3.1. SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS INERCIALES, MAGNÉTICOS, BAROMÉTRICOS Y DEL RECEPTOR GPS

El sistema de adquisición de datos se compone de todos los sensores detallados en el Capítulo V. Para: la lectura de todos los sensores, la organización de sus datos en una trama para su transmisión, y las tareas generales de mantenimiento, se instrumentó un controlador de a bordo basado en un microcontrolador de 32-bit ARM Cortex-M4F (kit de desarrollo STM32F4 Discovery).

El software de dicho controlador se escribió bajo el entorno de desarrollo de software libre basado en Eclipse “CoIDE”, y la descripción del formato de la trama PCM para su transmisión se describe en la tabla 8.1 (Stacul Adrian & Comas Edgardo, 2019).

Nº Canal	Canal	Bytes	Observación
0	Palabra de Sincronismo	2	0xEB90
1	Contador libre cíclico	2	0x0000 a 0xFFFF
2	IMU	24	Sensores inerciales y canales adicionales
3	GPS, cadena de caracteres ASCII	2	Mensajes NMEA: RMC y GGA
4	Señal PPS	1	Señal de 1 Pulso Por Segundo
5	Reservado	2	Para expansión
6	Temperatura barométrica	2	Barómetro
7	Presión barométrica	4	Barómetro

Nº Canal	Canal	Bytes	Observación
8	Reservado	2	Para expansión
9	Reservado	2	Para expansión
10	Estados de Instrumentación	2	Información del estado de funcionamiento de la instrumentación a bordo (sensor Ok, errores, niveles de energía, temperatura, etc.)
11	Reservado	2	Para expansión
12	Reservado	2	Para expansión
13	Reservado	2	Para expansión
14	Reservado	12	Para expansión
15	Código de chequeo de errores	1	Código de control de errores, XOR de todo menos del sincronismo
TOTAL		64	

Tabla 8.1. Descripción de la trama para transmisión de datos de los sensores.

En lo referido a los parámetros inerciales correspondientes a la medición de la Unidad de Medición Inercial “IMU” (canal número 2) su trama particular se describe en la tabla 8.2, y la descripción en detalle de cada uno de los sensores en la tabla 8.3.

Canal 2	Bytes	Observación
IMU – 1	2	Giro X
IMU – 2	2	Giro Y
IMU – 3	2	Giro Z
IMU – 4	2	Aceleración X
IMU – 5	2	Aceleración Y
IMU – 6	2	Aceleración Z
IMU – 7	2	Magnetómetro X
IMU – 8	2	Magnetómetro Y
IMU – 9	2	Magnetómetro Z
IMU – 10	2	Tensión
IMU – 11	2	Temperatura
IMU – 12	2	ADC
TOTAL	24	

Tabla 8.2. Descripción de la trama de la IMU.

SENSORES			Nro. de Bits	Resolución	Rango
IMU	ADIS16405	Giróscopo ejes X-Y-Z	14 Bits	0,0125 °/s	+/- 75 °/s
		Acelerómetro ejes X-Y-Z	14 Bits	3,33 mili G	+/- 18 G
		Magnetómetro ejes X-Y-Z	14 Bits	0,5 mili Gauss	+/- 3,5 Gauss
GPS	ET332	Caracteres ASCII del mensaje NMEA. Cuando no hay información GPS, se envía 'X'.	16 Bits		
	Señal PPS	Con valor 0xFF cuando llegó el pulso de 1 por segundo ó 0x00 cuando no lo hay.	8 Bits		
Barómetro	BMP280	Temperatura	16 Bits	0,01 °C	0 a 65 °C
		Presión	32 Bits	1 P	300 a 1.100 hP

Tabla 8.3. Detalle de las mediciones de cada uno de los sensores.

8.3.2. SISTEMA DE TRANSMISIÓN Y DE RECEPCIÓN DE DATOS DE TELEMETRÍA

El sistema telemétrico de transmisión y recepción de la trama de datos de telemetría se basó en un kit 3DR “Radio Telemetry Kit” el cual puede observarse en la figura 8.8, y en la tabla 8.4 sus principales características.

De la tabla 8.4 puede observarse que la tasa máxima admitida por el enlace de telemetría es de 250 kBits por segundo, para determinar el tiempo mínimo de muestreo recurrimos a la ecuación (8.1). Para su cálculo necesitamos determinar los bits de la trama de telemetría, partimos de la cantidad de bytes que ésta posee: 64, y considerando que para su transmisión en serie por cada byte son necesarios 10 bits, el número total de bits en la trama es de 640. Reemplazando estos valores en la ecuación (8.1) obtenemos el tiempo mínimo de muestreo:

$$T_{muestreo-mínimo} = \left(\frac{Tasa_{máxima}}{Bits_{trama}} \right)^{-1} \quad (8.1)$$

$$T_{muestreo-mínimo} = \left(\frac{250.000 \frac{bits}{s}}{640 \text{ bits}} \right)^{-1} = 2,56 \text{ ms.}$$



Figura 8.8. Kit de enlace de telemetría.

Banda de frecuencia	915 MHz
Conector de Antena	RP-SMA
Potencia de Transmisión	100mW (20dBm), ajustable entre 1-20dBm
Sensibilidad de Recepción	-117dBm
Interfaz	UART TTL
Estado de Conexión	LED indicadores
Tasa de datos	250 kbps
Alcance aproximado	1,5 km (con las antenas provistas)

Tabla 8.4. Enlace de telemetría y principales características.

8.3.3. SISTEMA DE PROCESAMIENTO EN ESTACIÓN TERRENA

A la salida del receptor del enlace de telemetría se encuentra el sistema de procesamiento de la información recibida, en este caso se utilizó el software “Mission Planner”, este es el suministrado por el proyecto de código abierto del sistema “ArduPilot”, (figura 8.9).

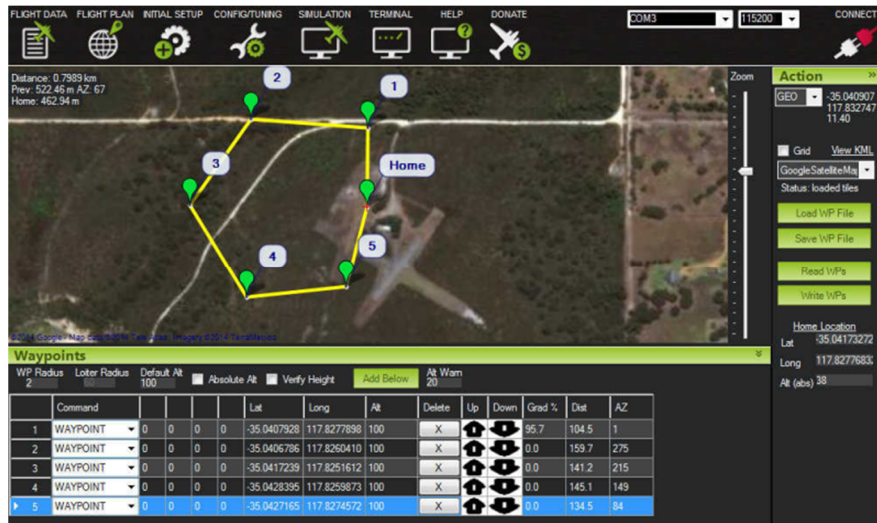


Figura 8.9. Pantalla del software de la estación terrena Mision Planner.

Este software es muy versátil y se adaptó fácilmente a los requerimientos de los experimentos, a saber: configurar y ajustar los parámetros de vuelo y control del vehículo para un desempeño óptimo, controlar su vuelo, monitorear su estado durante la operación, grabar los datos recibidos de la telemetría para su posterior análisis y operar el vehículo en el modo a simple vista del piloto, conocido como FPV o “First Person View”.

8.3.4. SISTEMA DE TRANSMISIÓN Y DE RECEPCIÓN DE DATOS DE VIDEO

El sistema de recepción y transmisión de video se compone de un transmisor “5,8Ghz 32CH AW 600mW Transmitter (TS832)” y de su correspondiente receptor “5,8Ghz 32CH FPV AV Receiver (RC832)” (figura 8.10), sus especificaciones básicas se detallan en la tabla 8.5.

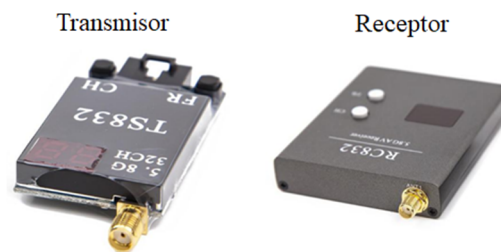


Figura 8.10. Transmisor y Receptor de video.

Especificaciones	TX TS832	RX RC832
Alimentación	7.4-16V	12V
Potencia de transmisión	600 mW	-----
Ganancia de la antena	2db	2db
Corriente operacional	220mA at 12V	200mA max
Ancho de banda de Video	8 MHz	8 MHz
Ancho de banda de Audio	6,5 MHz	6,5 MHz
Peso	22 g	85g
Formato de video	NTSC/PAL	NTSC/PAL
Conexión de antena	SMA	SMA
Dimensiones (excluyendo la antena)	54 x 32 x 10 mm	80x 65 x15 mm

Tabla 8.5. Especificaciones básicas del transmisor y receptor de video.

8.4. SIMULADOR Y GENERADOR DE DATOS DE VUELO

Se desarrolló un simulador de vuelo del hexacóptero el cual permite la generación de datos sintéticos para la prueba de los algoritmos. El mismo consta básicamente de 4 programas que se comunican por medio de puertos UDP/IP (User Datagram Protocol / Internet Protocol) y con zonas común de memoria, (figura 8.11). A continuación se describen las funcionalidades de cada uno de ellos.

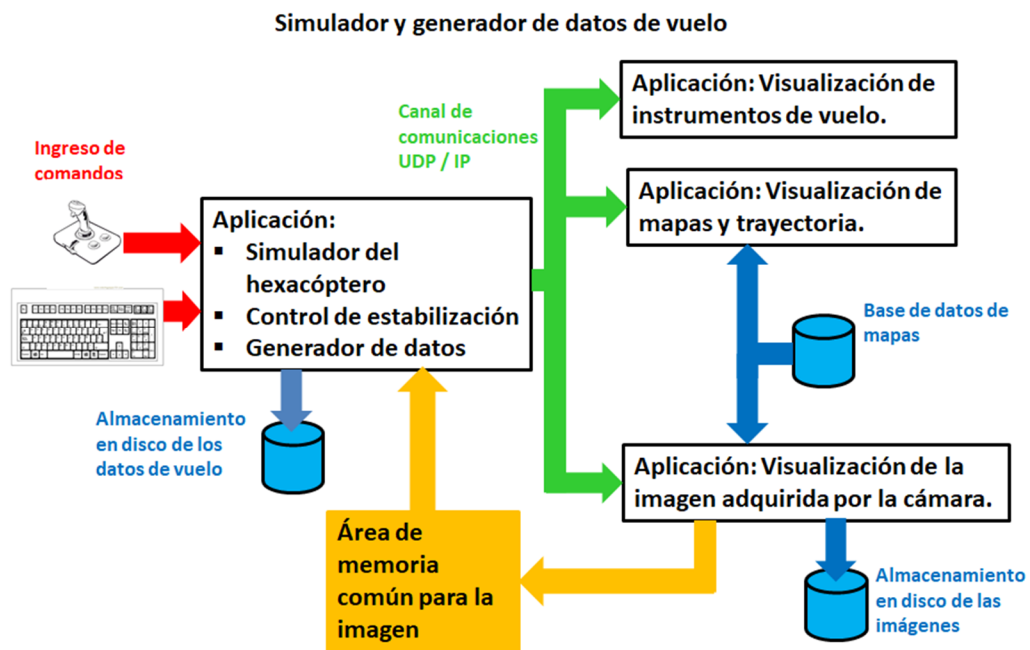


Figura 8.11. Esquema del software del Simulador de datos de vuelo.

8.4.1. VISUALIZACIÓN DE MAPAS Y TRAYECTORIA

Este programa con desempeño en tiempo real, realiza la visualización de los mapas de la zona de vuelo y también representa, la posición del vehículo, su trayectoria y el punto de referencia geodésico descrito en el punto 8.1. Este software se realizó completamente en el lenguaje de programación C#, con utilización como fuente principal de los mapas digitales la librería GMAPS.NET la cual es de uso libre y código abierto.

Este recibe los mensajes en un puerto UDP/IP, en donde entre otros datos recibe las posiciones de la referencia y del vehículo en coordenadas de Latitud, Longitud y Altura. Entre otras, una de las funcionalidades que posee es la identificación de la coordenada de Latitud y Longitud al posicionar el cursor en el mapa.

La interfaz con el usuario puede observarse en la figura 8.12 con la zona de vuelo, en esta se ha intensificado el helipuerto para que pueda ser identificado claramente. A continuación se describen los módulos que lo integran.

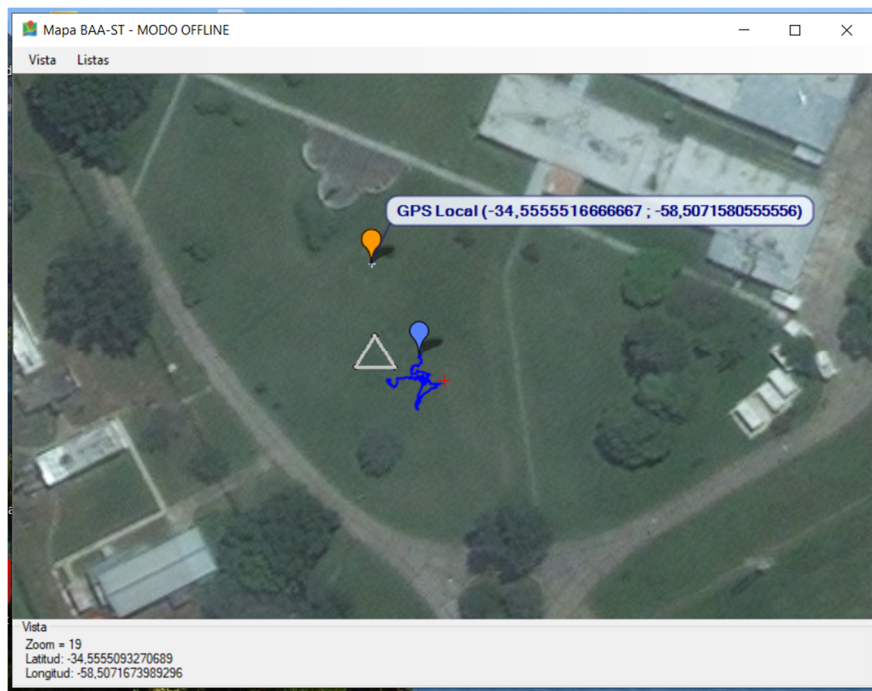


Figura 8.12. Interfaz de visualización de los mapas.

8.4.1.1. LIBRERÍAS DE MAPAS DIGITALES

La librería para el manejo de los mapas es la GMap.NET es un control .NET que permite una funcionalidad de mapas digitales para el desarrollo de aplicaciones, utiliza el concepto de “tiles” o mosaicos para acceder y presentar el mapa digital, siendo compatible con varios proveedores de mapas, entre ellos: OpenStreetMap, Yahoo Maps, Bing Maps, ArcGIS y con Google, solo sus mapas satelitales de acceso libre. Esta librería se compone de varias capas (figura 8.13), cada una de ellas con una aplicación característica como ser: “GMapControl” maneja los mapas y se encarga de su generación “render”, “GMapOverlay” genera capas en la parte superior de la capa de control, “GMapMarker” representa puntos cada uno con una ubicación geográfica específica de latitud y longitud, “MapRoute” establece una trayectoria entre dos o más puntos.

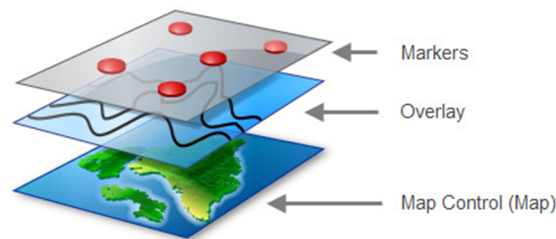


Figura 8.13. Representación en capas de los mapas.

8.4.1.2. MOSAICO DE MAPAS DIGITALES

Para optimizar el rendimiento en actualización de los mapas, el acceso a los archivos se encuentra codificado de forma tal de reducir el número de acceso a disco, de esta manera mosaicos que tienen cerca sus coordenadas X,Y por lo general están relativamente adyacentes en disco.

El número de mosaicos que integran un mapa está relacionado con su nivel de detalle por la ecuación (8.2),

$$(2^{\text{nivel}} - 1, 2^{\text{nivel}} - 1) \quad (8.2),$$

por ejemplo para el nivel de detalle 3, tenemos que los mosaicos van de (0,0) a (7,7) como puede observarse en la figura 8.14.

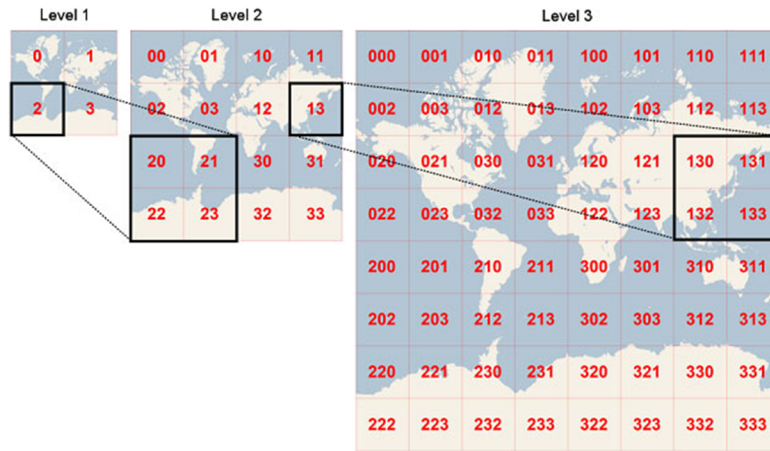


Figura 8.14. Codificación de los mosaicos según nivel de detalle.

De esta forma definido el nivel de detalle queda definida en $\frac{pixels}{metros}$ la resolución de los mosaicos a utilizar, existiendo una codificación única entre un punto con coordenadas de Latitud y Longitud, con la coordenada X,Y en el mapa y el mosaico respectivo.

8.4.2. VISUALIZACIÓN DE INSTRUMENTOS DE VUELO

Dado que la visualización de mapas y trayectorias solo ofrece una vista plana de la ubicación del móvil, se desarrolló una aplicación en “Embarcadero® Delphi 10 Seattle” que permite la observación de la altura de vuelo del hexacóptero así como también los ángulos de actitud, (figura 8.15).

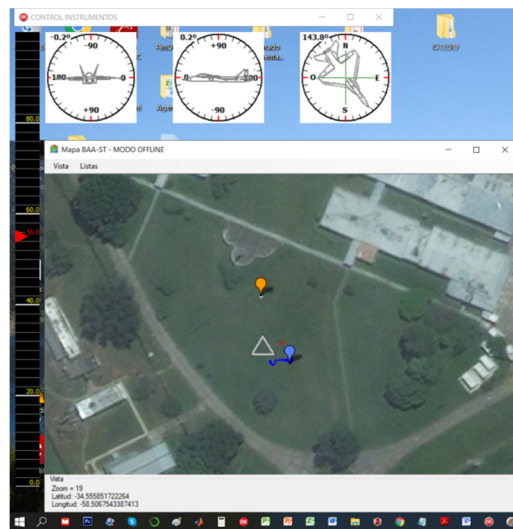


Figura 8.15. Visualización de los instrumentos de altitud y actitud.

Al igual que el programa de mapas y visualización este recibe en un puerto UDP/IP los mensajes de altura, y los ángulos de actitud (alabeo, cabeceo y guiño).

8.4.3. VISUALIZACIÓN DE LA IMAGEN ADQUIRIDA POR LA CÁMARA

Para la generación de la imagen adquirida por la cámara se escribió un algoritmo en “Embarcadero® Delphi 10 Seattle” el cual recibe por un puerto UDP/IP las coordenadas de la cámara y sus ángulos de actitud. El mismo accede a la base de datos de los mosaicos con los mapas, generando la imagen respectiva en función de las ecuaciones de modelización de la cámara obtenidas en el ítem 5.4.

Generada esta imagen, además de visualizarla y grabarla en disco queda disponible en un espacio de memoria compartida para que el resto de las aplicaciones pueda acceder. En la figura 8.16 se observa la interfaz del programa, en donde junto con la imagen adquirida se ven las coordenadas de la posición de la cámara en ENU [metros] y sus ángulos de actitud [radianes].



Figura 8.16. Interfaz de la aplicación para visualización de la imagen de la cámara.

Esta aplicación tiene dos funcionalidades, en una de ellas puede recibir los valores de posición y actitud de la aplicación simulador y representar la imagen observada por la cámara, la otra es leer los anteriores de un archivo y enviarlos a las aplicaciones descritas anteriormente, reproduciendo la trayectoria del vehículo.

8.4.4. SIMULADOR DEL HEXACÓPTERO

La función principal de este simulador es la de generar toda la información en forma idéntica a como la generan los sistemas de adquisición del vehículo, a saber: datos de la unidad de medición inercial (aceleraciones lineales, velocidades angulares y campo magnético terrestre), datos del Barómetro (presión atmosférica y temperatura), datos del GPS (latitud, longitud y altura) y tiempo al cual se toma esa información (tiempo de muestreo), el cual fue determinado en 5 mili segundos.

Todos estos valores se registran durante todo el vuelo, y son almacenados en un archivo de texto según el formato que puede verse en la tabla 8.6.

T[s]	AX[m/s ²]	AY[m/s ²]	AZ[m/s ²]	WX[rad/s]	WY[rad/s]	WZ[rad/s]	MX[mG]	MY[mG]	MZ[mG]	P[pascales]	TMP[K]	LAT[rad]	LON[rad]	ALT[m]
0,700	0,000	0,000	-9,855	0,000	0,000	0,000	172,735	-26,865	-143,957	100385,2	299,48	-0,60310779	-1,02114152	79,76
0,705	0,000	0,000	-9,831	0,000	0,000	0,000	172,735	-26,865	-143,957	100385,2	299,48	-0,60310779	-1,02114152	79,76
0,710	0,000	0,000	-9,806	0,000	0,000	0,000	172,735	-26,865	-143,957	100385,3	299,48	-0,60310779	-1,02114152	79,76
0,715	0,000	0,000	-9,783	0,000	0,000	0,000	172,735	-26,865	-143,957	100385,3	299,48	-0,60310779	-1,02114152	79,76
0,720	0,000	0,000	-9,759	0,000	0,000	0,000	172,735	-26,865	-143,957	100385,3	299,48	-0,60310779	-1,02114152	79,76
0,725	0,000	0,000	-9,737	0,000	0,000	0,000	172,735	-26,865	-143,957	100385,3	299,48	-0,60310779	-1,02114152	79,76

Tabla 8.6. Listado de valores generados por el simulador.

Esta aplicación (simulador del hexacóptero) posee una interfaz que recibe los comandos (ingresados por medio de un joystick y/o teclado) para el desplazamiento del vehículo en sus tres dimensiones dentro del sistema de coordenadas ENU. Los comandos ingresan a los controladores tipo PID (Proporcional-Integral-Derivativo) los cuales generan los valores de voltaje para los motores del hexacóptero y posteriormente los algoritmos de simulación todas las variables de los sensores.

Una vez obtenida la nueva posición y actitud de las aplicaciones de navegación estos valores son enviados por puertos UDP/IP a la aplicaciones de: visualización de mapas y trayectoria, visualización de instrumentos de vuelo y visualización de la imagen adquirida por la cámara. Esta última aplicación es la que se comunica por un espacio de memoria compartida con el simulador del hexacóptero el cual puede mostrar (en forma opcional) la misma imagen en su ventana de interfaz, como puede observarse en la figura 8.17.

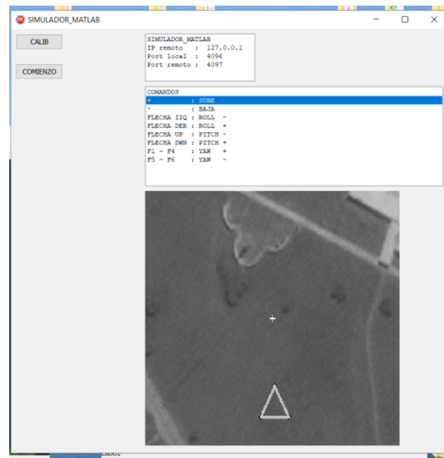


Figura 8.17. Interfaz de la aplicación de simulación.

8.4.4.1. ECUACIONES DEL HEXACÓPTERO

Para la instrumentación de las ecuaciones del simulador se adoptaron los siguientes sistemas de referencia: para el movimiento del hexacóptero en el plano tangente local el sistema de coordenadas ENU, y para las mediciones en el cuerpo del vehículo el utilizado en aeronáutica (figura 8.18).

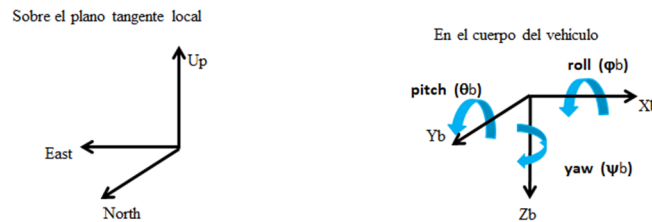


Figura 8.18. Sistemas de referencia para el simulador.

Con estas ternas de referencia, el vector posición y actitud angular del hexacóptero queda definido en coordenadas ENU por las ecuaciones (8.3); y la velocidad lineal y velocidad angular en el cuerpo del vehículo por medio de las ecuaciones (8.4) (Costa de Oliveira Marcelo, 2011) (Rich Matthew, 2012).

$$\begin{cases} r^e = [x \ y \ z]^T \\ \theta^e = [\phi \ \theta \ \psi]^T \end{cases} \quad (8.3)$$

$$\begin{cases} v^b = [u \ v \ t]^T \\ w^b = [p \ q \ r]^T \end{cases} \quad (8.4)$$

Y denominando:

$C_b^e \triangleq$ matriz de cosenos directores del cuerpo vehículo a ENU

$f^e \triangleq$ fuerza en coordenadas ENU

$f^b \triangleq$ fuerza en coordenadas del cuerpo del vehículo

$m \triangleq$ masa del vehículo

$I \triangleq$ matriz de inercia del vehículo

$T^e \triangleq$ torque en coordenadas ENU

$T^b \triangleq$ torque en coordenadas del vehículo

Recordando que $\ddot{r}^e = \dot{v}^e = \frac{d(C_b^e \cdot v^b)}{dt} = (C_b^e \cdot \dot{v}^b + \dot{C}_b^e \cdot v^b)$ y $f^e = C_b^e \cdot f^b$ podemos escribir las ecuaciones de la dinámica lineal y de la dinámica angular como se describen a continuación:

Dinámica lineal:

$$\begin{aligned} m \cdot \ddot{r}^e &= f^e \\ m \cdot (C_b^e \cdot \dot{v}^b + \dot{C}_b^e \cdot v^b) &= C_b^e \cdot f^b \end{aligned}$$

Recordando la propagación de la matriz de cosenos directores (ecuación 3.6) tenemos

$$\begin{aligned} m \cdot (C_b^e \cdot \dot{v}^b + w^b \times C_b^e \cdot v^b) &= C_b^e \cdot f^b \\ m \cdot C_b^e \cdot (\dot{v}^b + w^b \times v^b) &= C_b^e \cdot f^b \\ f^b &= m \cdot \dot{v}^b + w^b \times (m \cdot v^b) \quad (8.5) \end{aligned}$$

Dinámica angular, análogamente a la dinámica lineal $\ddot{\Theta}^e = \dot{w}^e = \frac{d(C_b^e \cdot w^b)}{dt} = (C_b^e \cdot \dot{w}^b + \dot{C}_b^e \cdot w^b)$ y $T^e = C_b^e \cdot T^b$:

$$\begin{aligned} I \cdot \ddot{\Theta}^e &= T^e \\ I \cdot (C_b^e \cdot \dot{w}^b + \dot{C}_b^e \cdot w^b) &= C_b^e \cdot T^b \\ I \cdot (C_b^e \cdot \dot{w}^b + w^b \times C_b^e \cdot w^b) &= C_b^e \cdot T^b \\ I \cdot C_b^e \cdot (\dot{w}^b + w^b \times w^b) &= C_b^e \cdot T^b \\ T^b &= I \cdot \dot{w}^b + w^b \times (I \cdot w^b) \quad (8.6) \end{aligned}$$

Las ecuaciones (8.5) y (8.6) definen la fuerza y el momento sobre el cuerpo del vehículo, lo que permite determinar las aceleraciones lineales y velocidades angulares, tal como las mide la

unidad de medición inercial. Para ello expresamos la fuerza y momento sobre la estructura del hexacóptero en función de sus motores, despreciando la fuerza y el torque ejercido por el rozamiento del aire. Para ello nos basamos en el esquema de la figura 8.19.

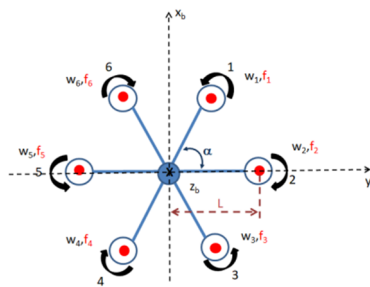


Figura 8.19. Esquema del hexacóptero.

Denominando:

$k_i \triangleq$ constante de torque de los motores

$w_i \triangleq$ velocidad angular de los motores

$\alpha \triangleq$ ángulo de separación de los brazos 60°

$L \triangleq$ longitud de los brazos

$b \triangleq$ constante de torque de los motores

$d \triangleq$ constante de torque de las hélices

$I_h \triangleq$ momento de inercia del conjunto rotor de los motores y de las hélices

La ecuación (8.7) pone de manifiesto la fuerza total en el vehículo F^b , compuesta por: la fuerza ejercida por los motores $F_{motores}^b$ y la fuerza gravitatoria F_{grav}^b .

$$F^b = F_{motores}^b + F_{grav}^b \quad (8.7)$$

$$F_{motores}^b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\sum_{i=1}^6 k_i \cdot w_i \end{bmatrix}$$

$$F_{grav}^b = C_e^b \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}^e$$

La ecuación (8.8) pone de manifiesto el torque total en el vehículo T^b , compuesto por: el torque ejercido por los motores $T_{motores}^b$ y el torque ejercido por las hélices $T_{hélices}^b$.

$$T^b = T_{motores}^b + T_{hélices}^b + T_{aero}^b \quad (8.8)$$

$$T_{motores}^b = \begin{bmatrix} b.L. [-w_2^2 + w_5^2 + \cos \alpha. (-w_1^2 + w_6^2 - w_3^2 + w_4^2)] \\ b.L. \sin \alpha. (+w_1^2 + w_6^2 - w_3^2 - w_4^2) \\ d. (+w_1^2 - w_2^2 + w_3^2 - w_4^2 + w_5^2 - w_6^2) \end{bmatrix}$$

$$T_{hélices}^b = I_h \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (-\dot{w}_1 + \dot{w}_2 - \dot{w}_3 + \dot{w}_4 - \dot{w}_5 + \dot{w}_6) \end{bmatrix}$$

De estas ecuaciones se obtienen los valores medidos por la unidad inercial los cuales son utilizados para obtener, por medio de las ecuaciones de navegación del Capítulo III su posición y actitud en coordenadas ENU.

Debido a que estos vehículos son naturalmente inestables para posibilitar su manejo por medio del Joystick y/o teclado se programaron controladores del tipo PID para cada uno de los 6 grados de libertad que posee el hexacóptero.

8.4.4.2. MODELO DE LOS MOTORES

Debido a que los motores poseen su propia dinámica, estos fueron simulados por medio de su modelo matemático (Cero, et al, 2007), en donde su modelo esquemático se representa en la figura 8.20.

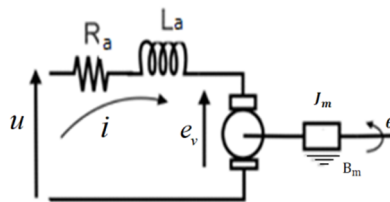


Figura 8.20. Modelo esquemático de los motores.

Denominando:

$k_v \triangleq$ constante de fuerza contra electromotriz

$k_T \triangleq$ constante de torque

$R_a \triangleq$ resistencia de armadura

$L_a \triangleq$ inductancia de armadura

$B_m \triangleq$ constante de fricción de la carga

$J_m \triangleq$ constante de inercia de la carga

Y siendo $e_v = k_v \cdot \omega$ (8.9) la fuerza contra electromotriz, $\omega_m = \frac{\partial \theta_m}{\partial t}$ la velocidad angular del motor, del modelo de la figura 8.20 tenemos las ecuaciones eléctricas (8.10) y (8.11), y las mecánicas (8.12) y (8.13).

$$u = R_a \cdot i + k_v \cdot \omega_m + L_a \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \quad (8.10)$$

$$T_m = k_T \cdot i \quad (8.11)$$

$$T_m = J_m \cdot \dot{\theta}_m + B_m \cdot \dot{\theta}_m \quad (8.12)$$

$$T_m = J_m \cdot \dot{\omega}_m + B_m \cdot \omega_m \quad (8.13)$$

De la ecuación (8.8) despejamos la derivada de la corriente de armadura (8.12) y de la ecuación (8.11) la aceleración angular del eje del motor (8.13).

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L_a} \cdot u - \frac{R_a}{L_a} \cdot i - \frac{k_v}{L_a} \cdot \omega_m \quad (8.12)$$

$$\dot{\omega}_m = \frac{k_T}{J_m} \cdot i - \frac{B_m}{J_m} \cdot \omega_m \quad (8.13)$$

De estas últimas dos ecuaciones obtenemos el esquema correspondiente al modelo del motor, (figura 8.21).

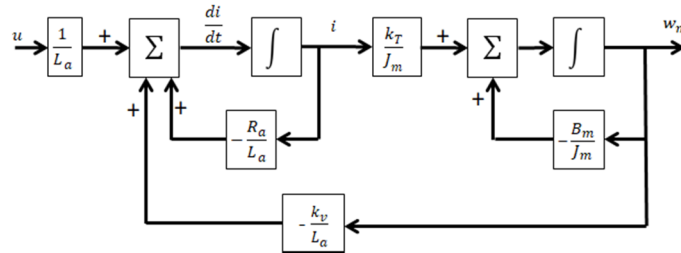


Figura 8.21. Esquema del motor de continua.

9. CAPÍTULO 9, DESCRIPCIÓN DE LOS ALGORITMOS Y RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para la validación de los datos, ecuaciones y algoritmos empleados se realizó un vuelo sobre el área descrita en el ítem 8.1. En esta área se tomó el plano tangente local al elipsoide terrestre en el punto de referencia geodésico (patrón secundario), y ahí se ubicó el punto de origen de la terna ENU (0, 0, 0) usada como referencia de coordenadas.

9.1. DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO GENERAL DE NAVEGACIÓN

En la figura 9.1 se observa el esquema del algoritmo general de navegación utilizado, ahí se observa sobre la izquierda el ingreso de la información generada por el hardware: IMU, Receptor GPS, Barómetro y Cámara de Video, y en la parte inferior el ingreso de la imagen referente seleccionada por el usuario previamente al vuelo y con sus coordenadas ENU, esta imagen es la utilizada por el algoritmo de procesamiento de video para obtener los parámetros a incorporar al estimador de Kalman (posición y guiño) para fundamentalmente ser usada cuando la señal del receptor GPS no es válida o no es confiable.

En dicho esquema se resaltan en color rojo lo fundamentalmente investigado y desarrollado en la presente tesis, como ser las señales de validación de la recepción GPS y de la medición de la cámara ambas utilizadas por los estimadores, y por otro lado el bloque del algoritmo de procesamiento de video el cual se detalla en los párrafos siguientes. Se describe a continuación brevemente la función de cada uno de los bloques.

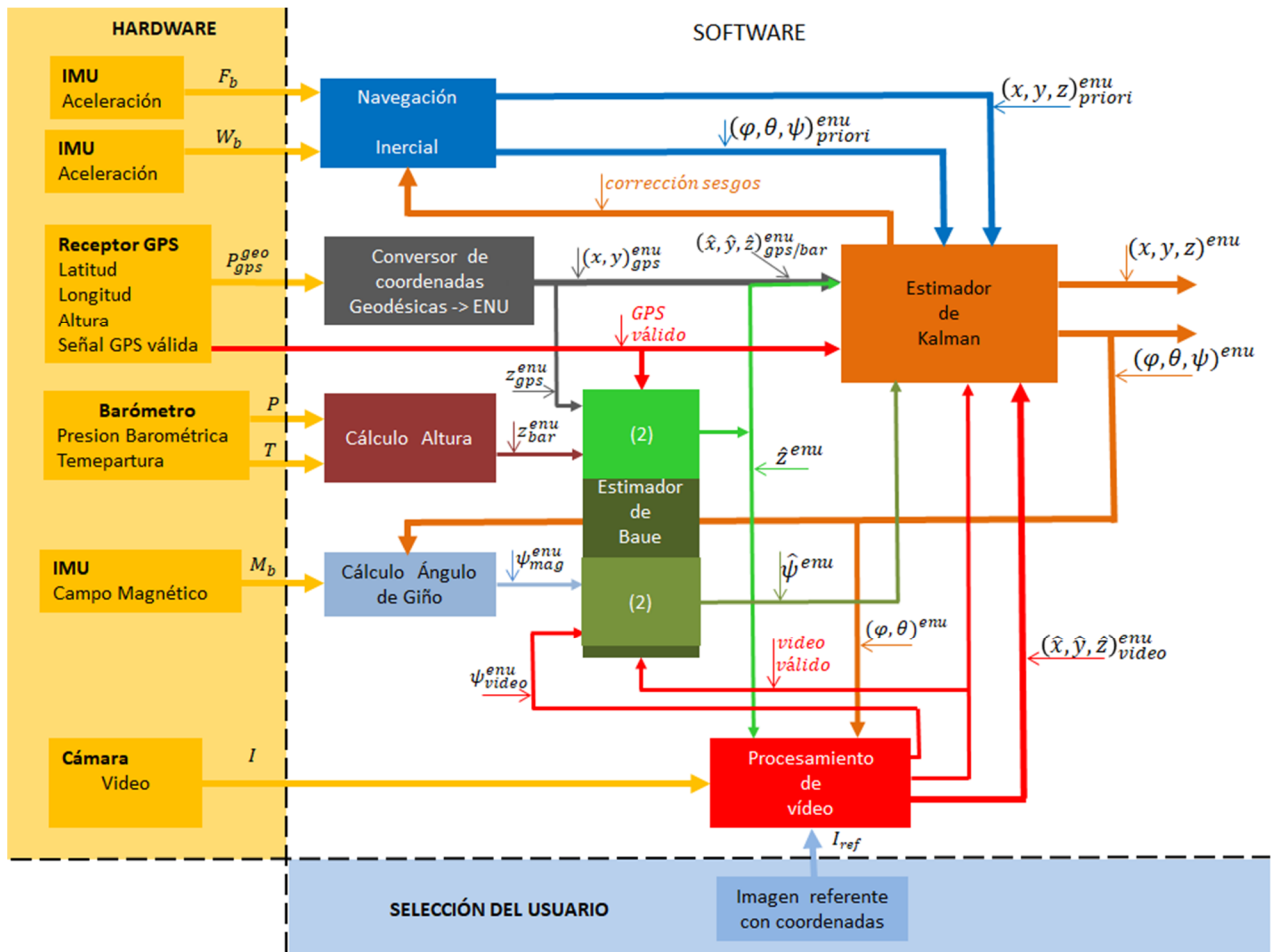


Figura 9.1. Esquema del algoritmo general de navegación.

Conversión de coordenadas Geodésicas a ENU: Recibe las señales del receptor GPS de latitud, longitud y altura, y luego realiza la transformación a las coordenadas de navegación ENU (Capítulo 2), (Drake, 2002).

Cálculo de Altura: Este algoritmo de cálculo recibe el valor de la temperatura y presión atmosférica, con estos datos y las condiciones iniciales de estos parámetros, se determina la altura de vuelo (Capítulo 5, sección 5.2).

Cálculo de Ángulo de Giño: Este ángulo de guiño o de orientación respecto del norte magnético, se obtiene según detalle en el Capítulo 5 sección 5.2, a partir de las mediciones del campo magnético terrestre medido por la unidad de medición inercial.

Estimador BAUE: Comprende a dos estimadores de magnitudes escalares, uno para la estimación de la altura de vuelo y el otro para la determinación de la orientación respecto del norte. En el primer caso se realiza la estimación entre la altura medida por el receptor GPS y la obtenida por medio de la presión atmosférica, en el segundo entre las orientaciones obtenidas de la medición del campo magnético terrestre y la del sistema de procesamiento de video. Debido a que el receptor GPS y el sistema de procesamiento de video obtienen las mediciones de las variables exógenas, y estas son las que pueden o no ser validas en función de las condiciones generales del vuelo. Este estimador recibe además de las señales de validación, la varianza de cada una a fin de determinar su peso en la estimación, Capítulo 4, sección 4.6.

Navegador inercial y Estimador de Kalman: Las magnitudes de las variables inerciales son procesadas por el algoritmo de navegación inercial, el cual actúa en conjunto con el estimador de Kalman, el cual además de estimar los valores de las magnitudes de la navegación corrige los valores de los sesgos de los instrumentos de medida. El estimador de Kalman (al igual que el estimador BAUE) recibe también la información de la validez de la recepción GPS y de la medición del sistema de procesamiento de video, con ellas determina su peso en la estimación. En las ecuaciones (9.1) se describe el vector de estados, en donde la estimación de la actitud se realiza por medio de su representación por cuaterniones Capítulo 4, sección 4.5.

$$\left. \begin{aligned}
 Q|_{4,1} &= \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \\ q_w \end{bmatrix}, \quad P^{emu}|_{3,1} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \\
 A^b|_{3,1} &= \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}, \quad W^b|_{3,1} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad M^b|_{3,1} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \\
 bA^b|_{3,1} &= \begin{bmatrix} ba_x \\ ba_y \\ ba_z \end{bmatrix}, \quad bW^b|_{3,1} = \begin{bmatrix} bw_x \\ bw_y \\ bw_z \end{bmatrix}, \quad bM^b|_{3,1} = \begin{bmatrix} bm_x \\ bm_y \\ bm_z \end{bmatrix}
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow X_k = \begin{bmatrix} Q|_{4,1} \\ P^{emu}|_{3,1} \\ A^b|_{3,1} \\ W^b|_{3,1} \\ M^b|_{3,1} \\ bA^b|_{3,1} \\ bW^b|_{3,1} \\ bM^b|_{3,1} \end{bmatrix}_{25 \times 1} \quad (9.1)$$

9.2. DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO DE PROCESAMIENTO DE VIDEO

Para el algoritmo de procesamiento de video el cual puede observarse en la figura 9.2, es necesario determinar en primeria instancia la imagen referente, la cual se ha de utilizar para la navegación ante la degradación de la recepción de la señal del GPS. Esto lo realiza el usuario

cuando programa la misión, determinando sus coordenadas ENU, referidas al punto de referencia $(0, 0, 0)$ establecido.

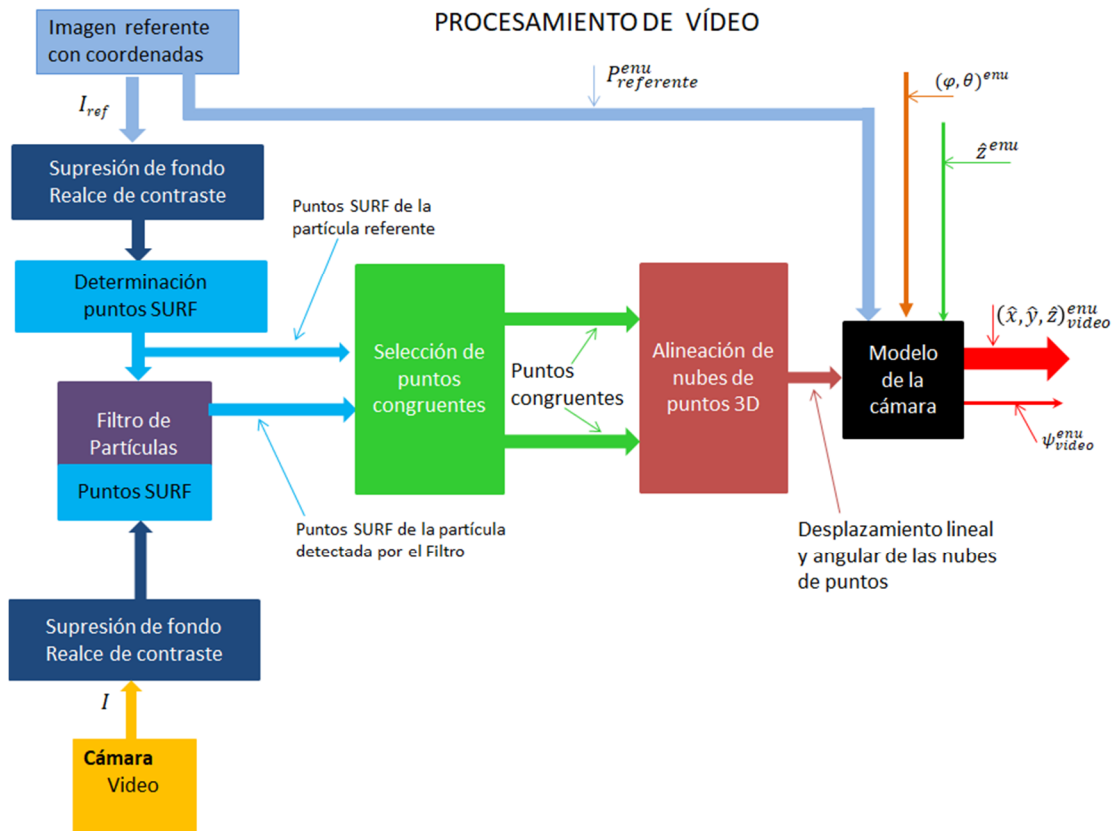


Figura 9.2. Esquema del algoritmo de procesamiento de vídeo.

Dado que el helipuerto (tomado como referencia) no se encuentra óptimamente señalado, se realizó una mejora sobre las imágenes adquiridas por la cámara, ya sea para la imagen referente como para las adquiridas durante el vuelo. Estos procedimientos (supresión de fondo y realce de contraste), son los descritos en el Capítulo 6, sección 6.3, posteriormente se determinan los puntos característicos SURF, los cuales su procedimiento también es descrito en el mismo capítulo, sección 6.2. Con esta información el filtro de partículas realiza el seguimiento del helipuerto en función de la correspondencia de los puntos SURF de las partículas con sus homólogos de la partícula referente, determinando la partícula más probable junto con sus puntos característicos, Capítulo 6, sección 6.1.

Entre estos dos conjuntos de puntos característicos, el de la partícula referente y el de la partícula más probable obtenida durante el vuelo para el tiempo t_k , se realiza su alineación para

poder determinar las matrices de desplazamiento y de rotación. Esta alineación se lleva a cabo por medio del algoritmo “Iterative Closests Point”, descrita en el Capítulo 7, secciones 7.1 y 7.2. Estas matrices están referidas a la partícula de referencia, y si bien los desplazamientos angulares son obtenidos en radianes los desplazamientos lineales son medidos en pixeles en el sistema de coordenadas de la cámara. Finalmente la transformación al espacio de coordenadas ENU, lo que permite obtener como salida la posición absoluta de la cámara (X, Y en ENU y el ángulo de orientación respecto del norte) se realiza por medio del modelo matemático de la cámara, la posición del referente, la estimación de la altura de vuelo y los ángulos de balanceo y cabeceo, los cuales por la característica del vuelo se encuentran próximos a cero.

9.3. CONDICIONES INICIALES

Las condiciones iniciales del vuelo pueden verse en la figura 9.3, se determinaron las coordenadas ENU del helipuerto y la posición del hexacóptero respecto del punto origen de coordenadas, dado que todas las coordenadas de altura prácticamente coinciden se establecieron en cero metros. En lo referido a la actitud inicial del hexacóptero se observa el ángulo de orientación del hexacóptero respecto del norte en radianes, mientras que los ángulos de alabeo y cabeceo se encuentran en cero radianes.

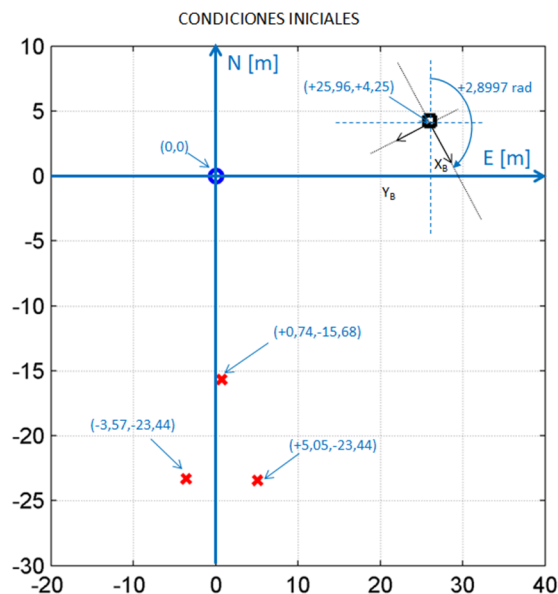


Figura 9.3. Disposición de las condiciones iniciales.

Ubicado el hexacóptero en su posición inicial las magnitudes medidas por la unidad de adquisición en esa posición inicial se muestran en la tabla 9.1.

Aceleración $\left[\frac{m}{s^2}\right]$	X	0,130
	Y	0,033
	Z	-9,918
Velocidad angular $\left[\frac{rad}{s}\right]$	X	-0,033
	Y	0,000
	Z	-0,005
Campo magnético [mGauss]	X	-2006,50
	Y	1364,00
	Z	134,50
Presión atmosférica [Pascuales]		101377,00
Temperatura [°C]		35,88
Latitud [rad]		-0,60310748
Longitud [rad]		-1,0211376
Altura [m]		21,3

Tabla 9.1. Valores iniciales de las magnitudes medidas.

En esta tabla puede observarse particularmente en las mediciones de la aceleración lineal y en la velocidad angular la presencia de un sesgo, dada a sensibilidad de estas magnitudes en la navegación inercial resulta necesario realizar su corrección. Para ello y antes de iniciarse el vuelo se realiza durante un tiempo su medición (60 segundos aproximadamente), en donde se determinan sus valores medios y sus varianzas, estas últimas para ser aplicadas en la matriz de covarianza del ruido de la medición utilizada por el estimador de Kalman.

Por otro lado la unidad de adquisición de la información en su conjunto posee tres tiempos de muestreo, los de la unidad de medición inercial y barométrica, el de la cámara y el del receptor GPS, según se detallan en la tabla 9.2.

Unidad	Tiempo de Muestreo [ms]
Unidad de Medición Inercial y Barómetro	5
Cámara de video	40
Receptor GPS	1.000

Tabla 9.2. Tiempos de muestreo de las diferentes unidades de adquisición.

9.4. MEDICIONES REALIZADAS EN EL VUELO

El vuelo se realizó desde el punto inicial de despegue hacia la zona del helipuerto, sobrevolando el mismo para finalizarlo realizando el aterrizaje en las coordenadas ENU ($X=+3.11\text{m}$, $Y=-23.82\text{m}$, $Z=0\text{m}$), sobre el mismo helipuerto. Si bien durante todo el vuelo hubo registro de medición del receptor GPS, el mismo se desactivó por software durante un lapso de tiempo de vuelo sobre el helipuerto, para posteriormente volverlo a activar antes del aterrizaje y evaluar el comportamiento del algoritmo.

9.4.1. MEDICIÓN DEL RECEPTOR GPS

En la figura 9.4 puede observarse: el helipuerto identificado por el triángulo que se forma por las tres cruces en rojo, el origen de coordenadas por la línea negra, y la trayectoria del vuelo del hexacóptero a partir de las mediciones del receptor GPS, en donde el triángulo y el cuadrado verde indican el punto de despegue y de aterrizaje respectivamente. También se marcan en la trayectoria (en color rojo) los instantes en que se ha de considerar el receptor GPS desactivado y activado (etiquetas “GPS off” y “GPS on”), para incorporar al estimado de Kalman únicamente las mediciones exógenas obtenidas de las mediciones de la cámara.

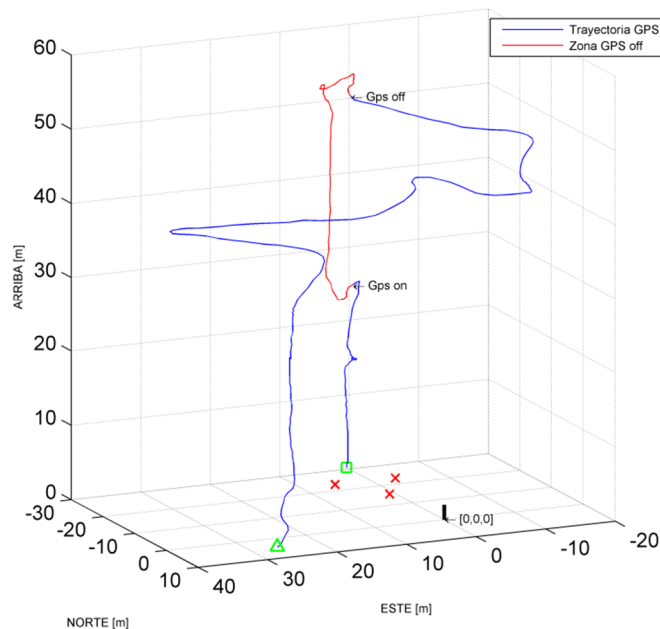


Figura 9.4. Trayectoria obtenida del receptor GPS.

9.4.2. MEDICIÓN DEL BARÓMETRO

Para obtener una mejor estimación de la altura y como única medición de la altura durante el tiempo en donde el receptor GPS no se encuentra operativo, se incorporó un sensor de presión barométrica, el cual incluye un sensor de temperatura ya que la ecuación de la altura en función de presión requiere de esta magnitud para su cálculo. En la figura 9.5 puede verse el registro de la medición de la temperatura del sensor, y la presión barométrica.

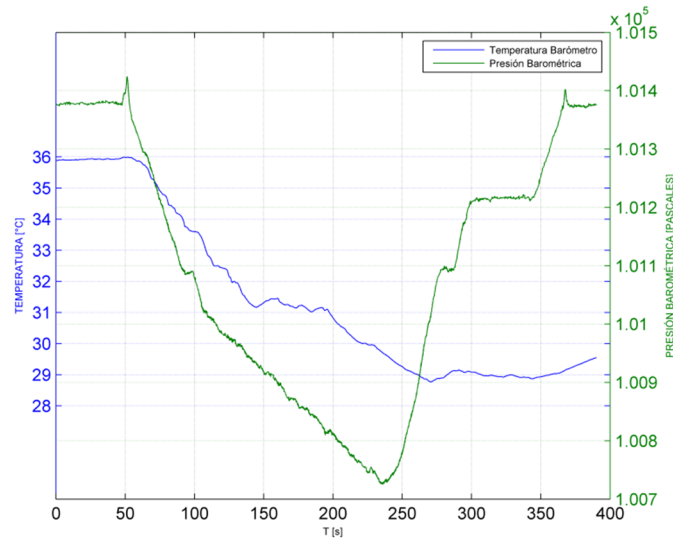


Figura 9.5. Temperatura del barómetro y Presión barométrica.

Mientras que en la figura 9.6 puede observarse la medición de altura obtenida de ambos sensores (receptor GPS y Barómetro), y sobre estas mediciones de altura se indican los puntos en donde el receptor GPS se desactiva y activa. Y, además de la diferencia en las mediciones entre ambos sensores, se identifican claramente los instantes del despegue y aterrizaje del hexacóptero con un impulso positivo de presión indicado por el barómetro debido a su principio de medición (deformación de membrana).

En la condición inicial el receptor GPS mide una altura de 21.3 metros sobre el nivel del mar (tabla 9.1), en ese punto dicha medición se refiere al valor de referencia 0 (cero) metros, y se calibra la medición del barómetro. A partir de ahí se observa una diferencia entre ambas mediciones de aproximadamente 2 (dos) metros, y después del aterrizaje el barómetro mide el mismo nivel 0 (cero) metros que al inicio del vuelo, mientras que el receptor GPS mantiene la diferencia aproximada de 2 (dos) metros.

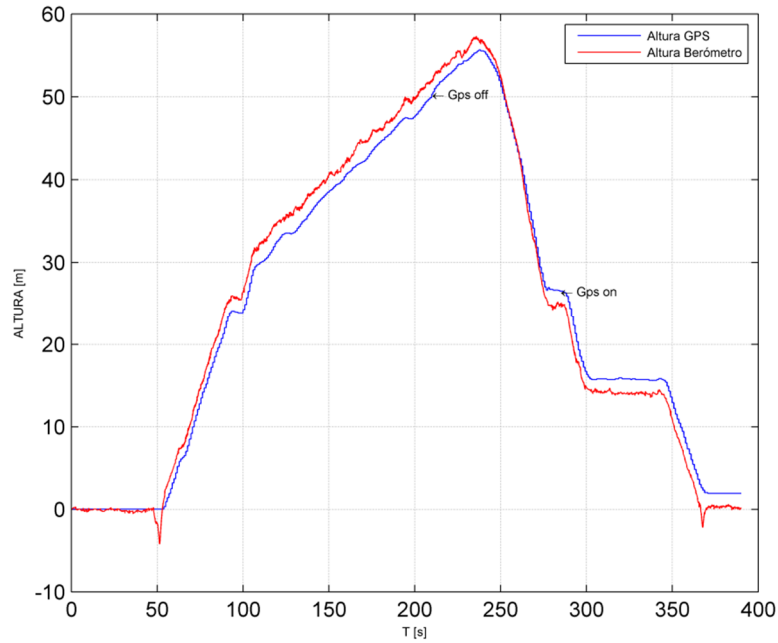


Figura 9.6. Altura obtenida del receptor GPS y del Barómetro.

Dado que el terreno en donde se realizó la experiencia es prácticamente plano, esta diferencia corresponde al error en la medición de altura del receptor GPS. Se debe tener presente que en la guía para pilotos de los GPS figura como clara advertencia no usar en navegación vertical (GARMIN, Pilot's Guide, 2019), dado que el error en altura aproximadamente 1.5 veces el error en la medición del plano, y este último error se encuentra entre los 10 a 25 metros (España Martín, 2016).

9.4.3. MEDICIÓN DE LA UNIDAD DE MEDICIÓN INERCIAL

La unidad de medición de las variables inerciales realiza su medición en la terna de ejes del vehículo, en donde esta se encuentra definida según la figura 8.18. Si bien la unidad mide las aceleraciones en unidades de $[G]$ se han transformado a $\left[\frac{m}{s^2}\right]$, para la velocidad angular que se mide en $\left[\frac{^\circ}{s}\right]$ se han transformado a $\left[\frac{rad}{s}\right]$, y para el campo magnético terrestre el cual se mide en unidades de $[Gauss]$ de se han transformado a $[mGauss]$. En la figuras 9.7, 9.8 y 9.9 se observan las mediciones de la unidad de medición inercial pero en coordenadas del vehículo, es decir

transformadas por medio de las matrices de transformación de la unidad de medición inercial, al cuerpo del vehículo, Capítulo 5, sección 5.1, (ecuaciones 5.1).

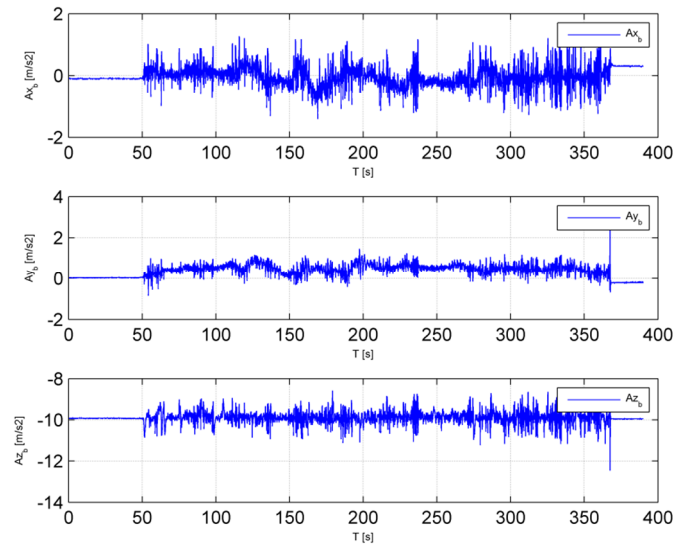


Figura 9.7. Aceleraciones en la terna del vehículo.

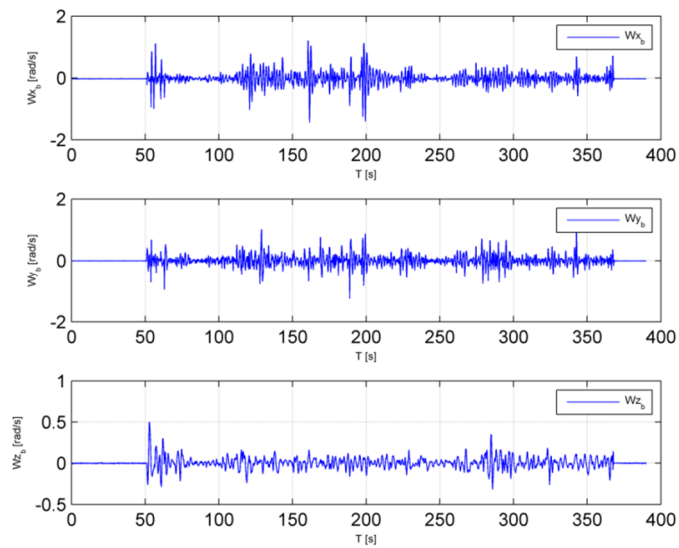


Figura 9.8. Velocidades Angulares en la terna del vehículo.

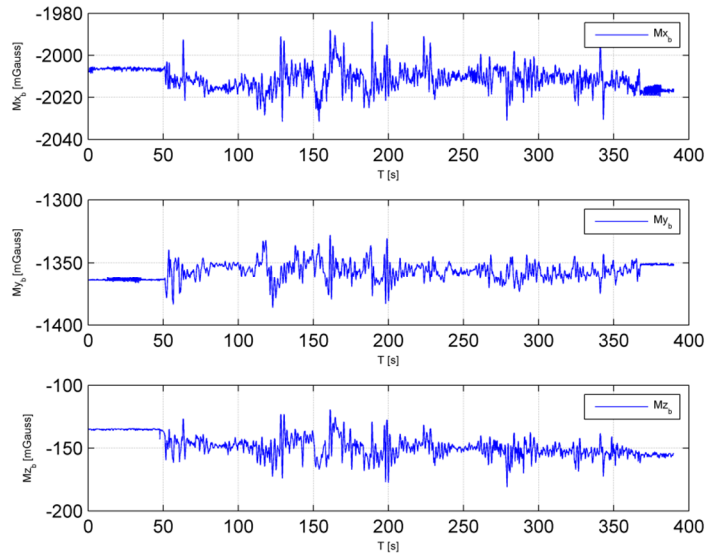


Figura 9.9. Campo Magnético terrestre en la terna del vehículo.

En la figura 9.9 puede observarse la presencia de un corrimiento en los tres ejes del campo magnético, y este ocurre a partir del momento del encendido de los motores (Comas Edgardo & Legnani Walter, 2017). Este campo magnético es constante y puede corregirse, de manera que no influya en el cálculo de la orientación del vehículo respecto del norte magnético. Dicha corrección puede verse en el gráfico 9.10, en donde se aplicó un valor constante a cada eje [+10.5 +14 - 22] mGauss.

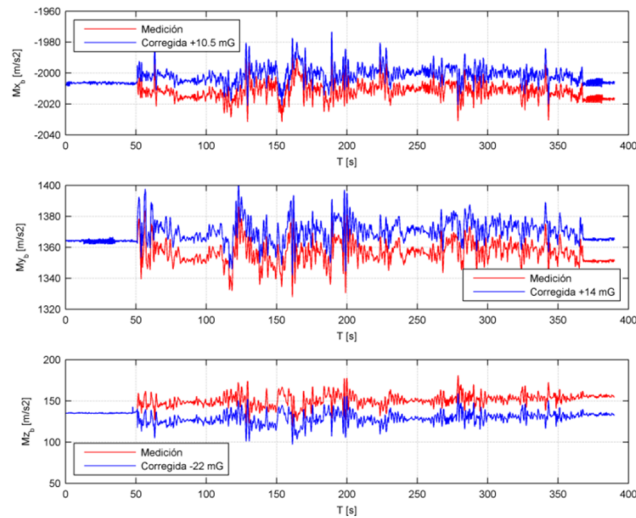


Figura 9.10. Campo Magnético Terrestre corregido.

9.5. SOLUCIONES DE LA NAVEGACIÓN

A los fines de poder comparar los resultados obtenidos y tener un marco de referencia para la comparación de los mismos se resolvió la navegación en distintas situaciones de observación de los parámetros exógenos, según puede verse en la tabla 9.3, y los cuales se describen a continuación en función de los distintos sensores activados, teniendo en consideración que la unidad de medición inercial “UMI” la cual incluye el magnetómetro y el barómetro en todas las soluciones permanecen activados.

ZONA	S1				S2				S3			
	INS	BAR	GPS	CAM	INS	BAR	GPS	CAM	INS	BAR	GPS	CAM
Antes de detectar el referente	on	on	on	off	on	on	on	off	on	on	on	off
En la zona de detección del referente	on	on	on	off	on	on	off	off	on	on	off	on
Después de detectar el referente	on	on	on	off	on	on	on	off	on	on	on	off

Tabla 9.3. Soluciones de la navegación 1 a 3.

Como se observa en la tabla 9.3 las diferencias se observan en la zona de detección del referente, fuera de esta zona tenemos en todos los casos únicamente desactivada la cámara, siendo las diferencias de estas soluciones:

- Solución 1, “S1”: se utiliza la UMI, el receptor GPS y el barómetro durante todo el vuelo, mientras que la cámara permanece desactivada.
- Solución 2, “S2”: ídem solución 1, pero en la zona de detección del referente se desactiva el receptor GPS.
- Solución 3, “S3”: ídem solución 2 pero activando la cámara en la zona de detección del referente.

9.5.1. SOLUCIÓN 1 DE LA NAVEGACIÓN “S1”

Utilizando como observadores exógenos el barómetro y el receptor GPS, las magnitudes observadas que se incorporan al estimador de Kalman son: los valores medidos por el GPS en las coordenadas este y norte, mientras que la altura se incorpora como el resultado de la estimación BAUE entre las mediciones obtenidas del receptor GPS y del barómetro, y el valor del guiño el obtenido de las observaciones del magnetómetro, según el esquema del algoritmo representado en la figura 9.1.

En la figura 9.11 se observa la trayectoria solución “S1” obtenida bajo estas condiciones de observación de las variables exógenas, donde se ven los instantes en que se desactiva y activa el GPS, sobre la zona de detección del referente.

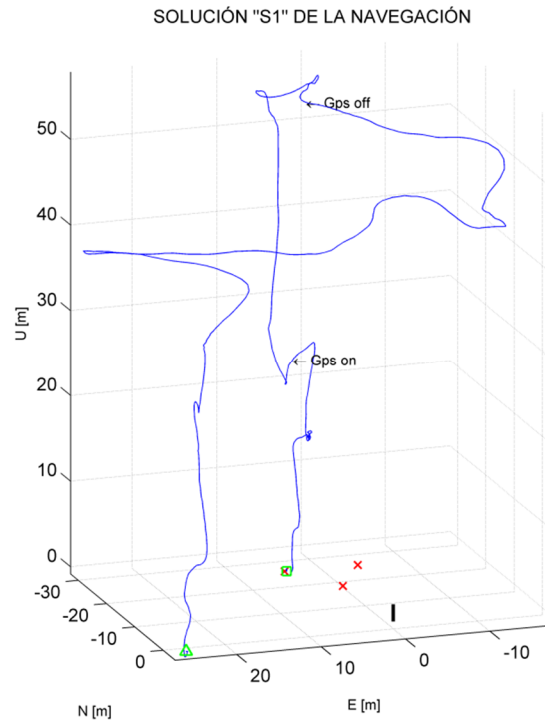


Figura 9.11. Trayectoria “S1” obtenida de la solución de la navegación.

Los ángulos de roldo, cabeceo y guiño pueden observarse en la figura 9.12, estos se encuentran expresados en radianes, y los ángulos de roldo y cabeceo muestran que el plano formado por los ejes X_b e Y_b en el vehículo se mantiene prácticamente paralelo al plano tangente local, salvo las correcciones por el accionar del viento que realiza el sistema controlador del vuelo del hexacóptero. Estos dos ángulos se encuentran comprendidos entre $\mp 0,02 \text{ rad}$, lo que aproximadamente corresponden a $\mp 1,15 \text{ grados}$.

El mismo comportamiento del controlador del vuelo del hexacóptero puede observarse en los valores del ángulo del guiño, el cual el controlador de vuelo tiende a mantener el valor del ángulo inicial antes del despegue, salvo las correcciones mínimas dentro del mismo entorno que para los ángulos de roldo y cabeceo. Por otro lado y a los fines de tener una referencia del comportamiento del estimador de Kalman, en la figura 9.13 se observan las gráficas de las posiciones ENU obtenidas del receptor GPS y las de la solución de la navegación.

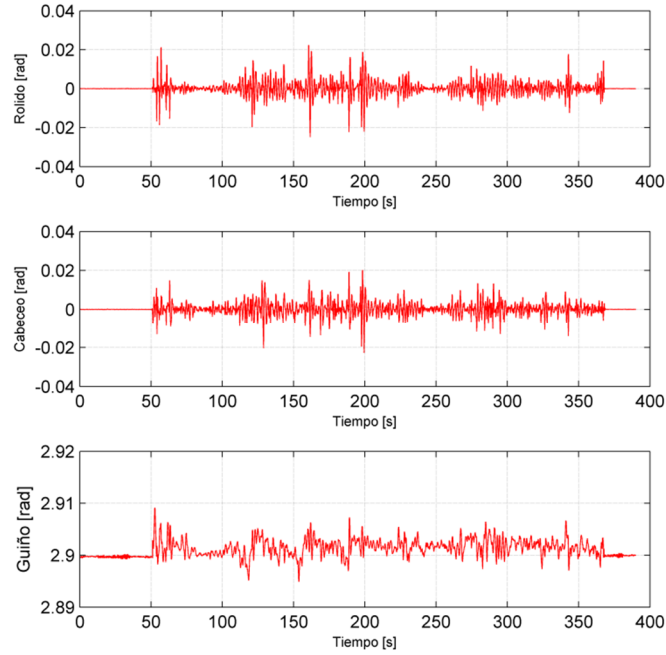


Figura 9.12. Ángulos de rolado, cabeceo y guiño (solución 1, “S1”).

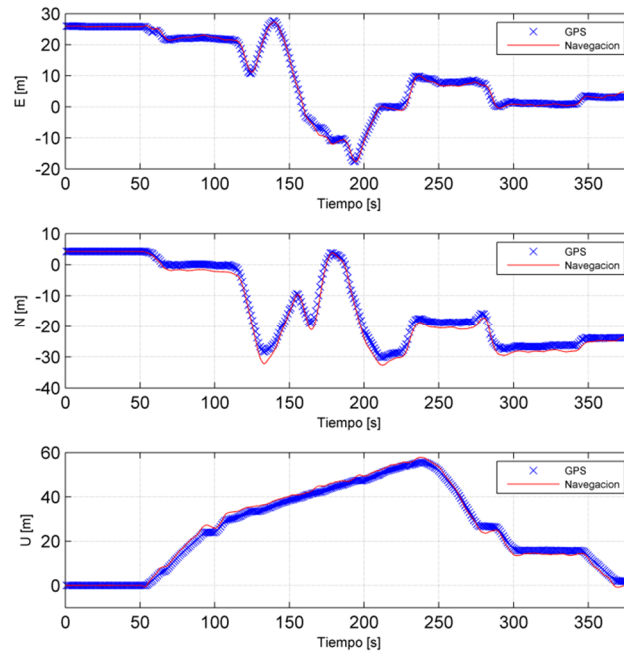


Figura 9.13. Posiciones ENU del receptor GPS y de la navegación (solución 1, “S1”).

En esta figura 9.13, se observa prácticamente coincidencia en las coordenadas E y N, y la diferencia de 2 (dos) metros (aproximadamente) en la coordenada U, dado que esta coordenada proviene del estimador BAUE (según se mencionara anteriormente) entre el receptor GPS y el barómetro, diferencia expuesta en el punto 9.4.2, figura 9.6.

9.5.2. SOLUCIÓN 2 DE LA NAVEGACIÓN “S2”

En este caso no se utilizó el observador exógeno (receptor GPS) en la zona de detección del referente, es decir en esta zona se utilizó el barómetro, la unidad de medición inercial y de campo magnético terrestre.

En la figura 9.14 se observan las soluciones de las trayectorias “S1” en azul y “S2” en rojo, y los detalles del intervalo en donde el receptor GPS se desactiva, y se activa. En esta figura puede observarse que durante ese intervalo se aleja considerablemente de la trayectoria real, manteniéndose en el entorno de los últimos datos de observación en las coordenadas E y N, mientras que sigue a la coordenada U debido a la medición del barómetro. La divergencia en la trayectoria comienza a partir del instante de desactivarse el receptor GPS, lo cual se debe al error introducido por la navegación inercial según se observa en el anexo “Detalle Gps off” en la figura 9.14.

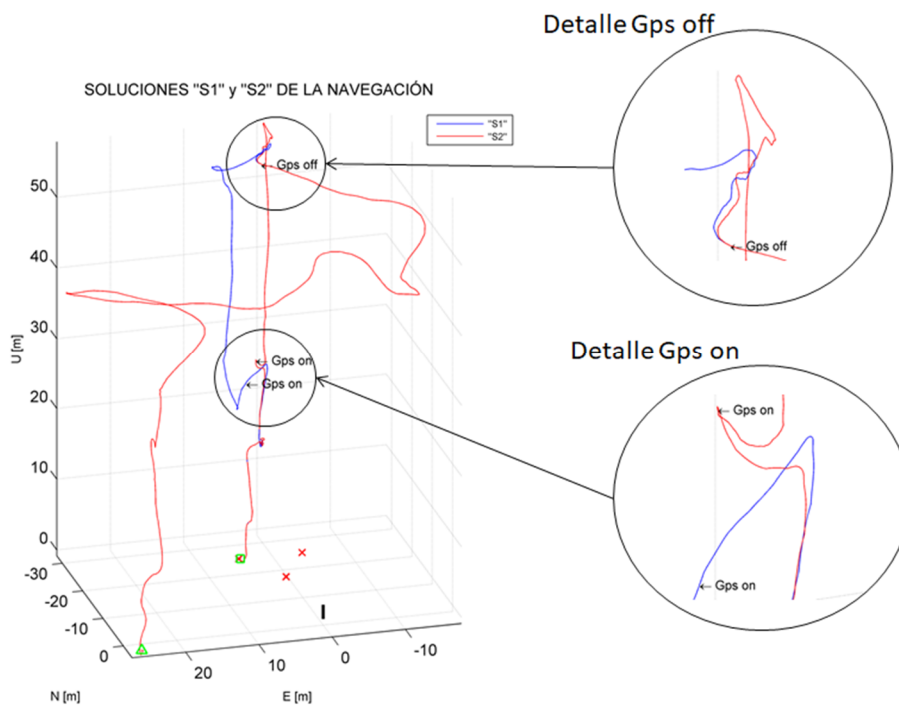


Figura 9.14. Trayectorias solución “S1”, “S2” y detalle de los instantes “Gps off” y “Gps on”.

Mientras que en el instante de la activación del receptor GPS se observa una separación en las posiciones para una y otra solución, anexo “Detalle Gps on” en la figura 9.14, a partir dicho instante puede observarse una de la rápida convergencia (debido al estimador de Kalman) de la trayectoria S2 hacia los valores de la trayectoria S1, correspondiente a los valores observados de las variables exógenas.

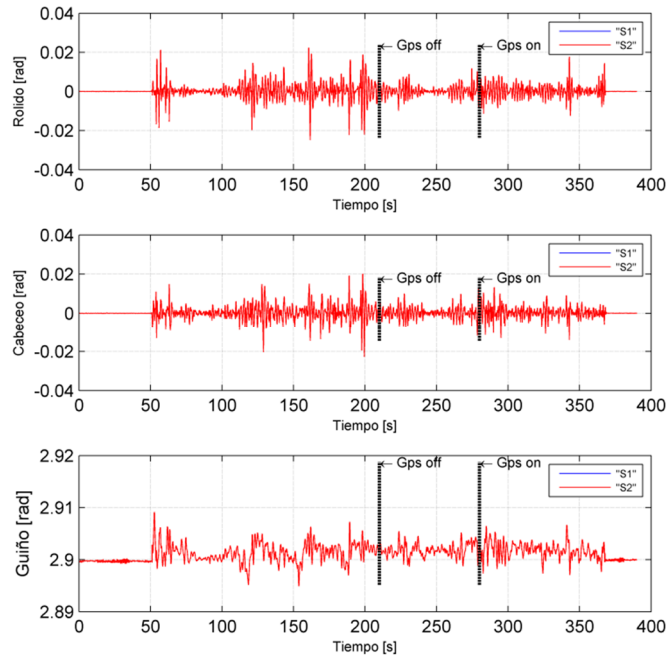


Figura 9.15. Ángulos de rolido, cabeceo y guiño correspondientes a la solución 2, “S2”.

En la figura 9.15 se observan las posiciones angulares del hexacóptero para ambas soluciones, puede verse una total coincidencia entre ambas dado que la solución “S2” se encuentra totalmente superpuesta por la solución “S1”, de manera tal que esta última no alcanza a apreciarse. El motivo por el cual la solución de las posiciones angulares no se ven afectadas por la desactivación del receptor GPS, es que en su estimación se siguen incorporando las observaciones exógenas correspondientes al ángulo de guiño proveniente de los sensores de campo magnético terrestre (magnetómetros) de la unidad de medición inercial.

Por otro lado en la figura 9.16 puede verse la comparación de las posiciones para ambas soluciones “S1” y “S2”, y se identifica en el intervalo en donde el receptor GPS se encuentra desactivado. En esta zona se observa claramente como el estimador de Kalman mantiene las últimas observaciones, exceptuando a la altura en donde el barómetro sigue activado. En el

instante en que el receptor GPS es activado el estimador empieza a converger a los valores de la solución 1.

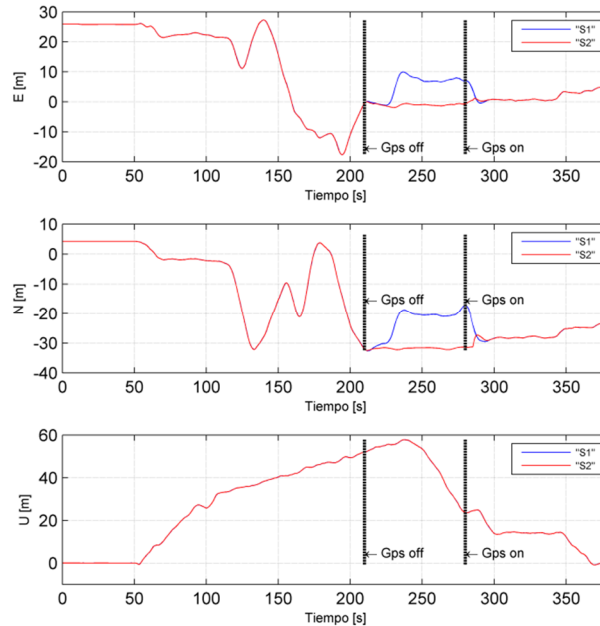


Figura 9.16. Comparación posiciones ENU, soluciones “S1” y “S2”.

9.5.3. SOLUCIÓN 3 DE LA NAVEGACIÓN “S3”

En este caso en la zona de detección del referente y manteniendo desactivado el receptor GPS, se activó la cámara como observador exógeno. De las imágenes obtenidas de esta y previo proceso descrito y esquematizado en el punto 9.2 y figura 9.2 respectivamente, se obtienen las observaciones exógenas del sistema de video. Estas observaciones corresponden: en posición a las coordenadas E y N, y en actitud a el ángulo de guiño respecto del N; con este último ángulo se ingresa a un proceso de estimación BAUE junto con el obtenido de la unidad de observación del campo magnético terrestre para obtener finalmente su estimación. Con estas observaciones se ingresa al estimador de Kalman obteniendo la solución de la navegación “S3”, la cual se observa en la figura 9.17 junto con la solución “S1”. En esta figura también se anexan los detalles de los instantes en donde se desactiva y activa el receptor GPS.

En la figura 9.18 se observan las posiciones angulares del hexacóptero para esta solución “S3”, al igual que en la solución “S2” estos ángulos de actitud no se ven afectados por la desactivación del receptor GPS y la activación de la cámara, coincidiendo totalmente con la solución “S1”. Únicamente se observó un muy pequeño aumento del ruido en la zona de

activación de la cámara para el ángulo del guiño; esto se debe a la incorporación en el estimador de Kalman de la estimación BAUE del dicho ángulo entre el obtenido del análisis de la imagen del video y el obtenido de los medidores de campo magnético terrestre.

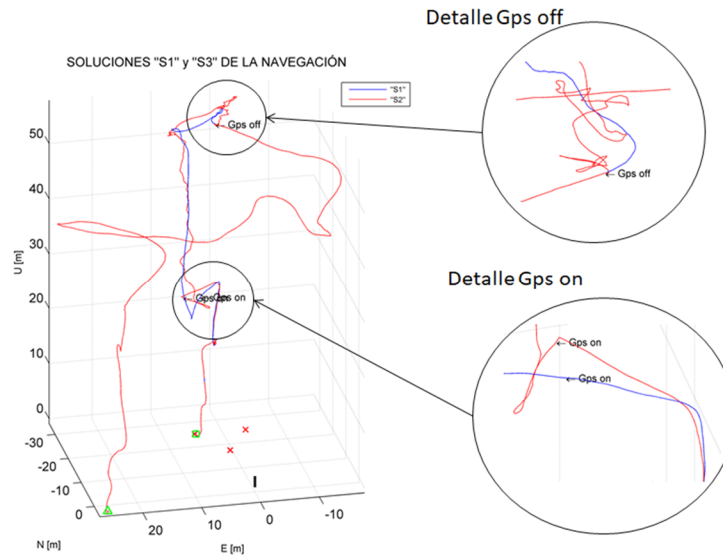


Figura 9.17. Trayectorias "S1" y "S3" obtenidas de la solución de la navegación.

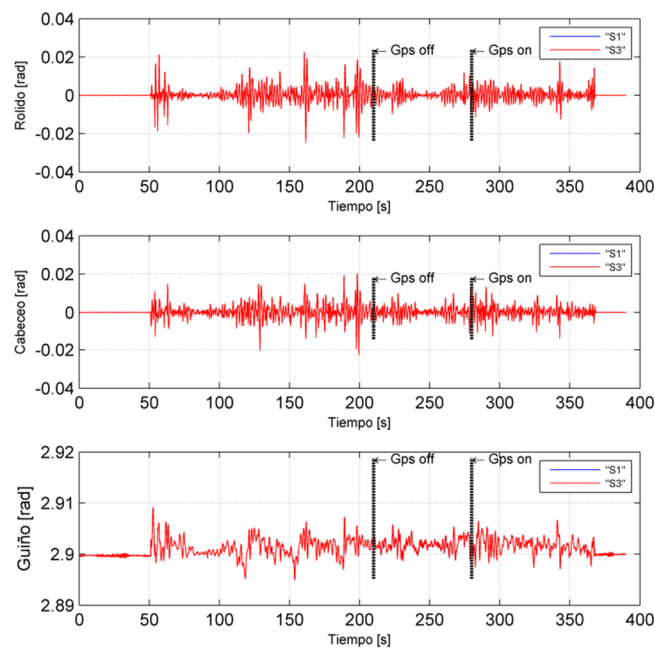


Figura 9.18. Ángulos de rolido, cabeceo y guiño correspondientes a la solución 3, "S3".

9.6. COMPARACIÓN DE LOS ERRORES ENTRE LAS SOLUCIONES “S2” Y “S3”

Para la comparación de errores en la solución “S3” se compararon sus resultados con los obtenidos en la solución 1 “S1” (tomada como referencia), que es la obtenida con el uso de todos los sensores exceptuando la cámara, y la que arroja valores más exactos en la solución de la navegación. Los gráficos obtenidos del error absoluto para la posición en cada uno de los ejes coordenados pueden verse en la figura 9.19, y en la figura 9.20 el error en cada ángulo de la actitud.

Para el caso de la posición figura 9.19, se observa el error absoluto para ambas soluciones “S2” y “S3” referido a la solución “S1”, y en el caso de la solución “S3” se identifica el valor del error máximo en las coordenadas este y norte, junto con el tiempo en que ocurre; los valores de las coordenadas del error máximo se detallan en la tabla 9.4.

Para el caso de la coordenada arriba “U” el error cometido está en el orden $10^{-4} m$ por la utilización del barómetro como observador de la variable exógena de altura, observándose que en todos los casos (posición y actitud) estos errores se encuentran concentrados en el intervalo en donde el receptor GPS permanece desactivado.

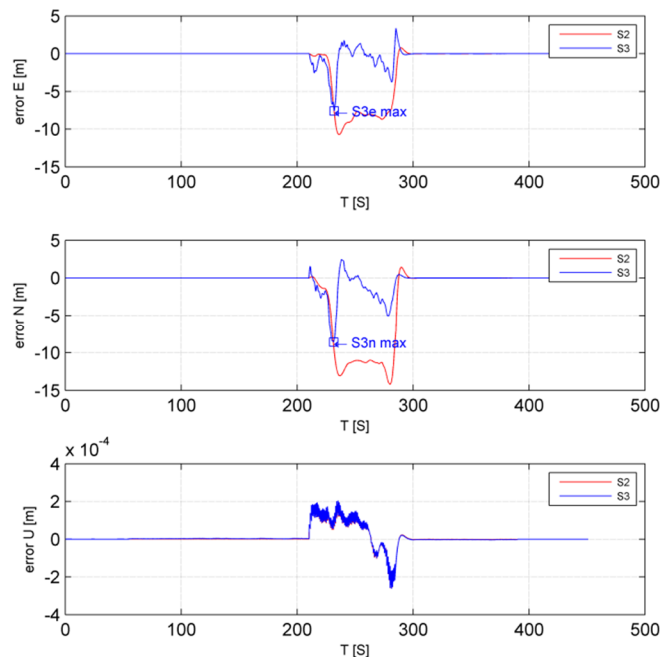


Figura 9.19. Error absoluto de la posición para las soluciones “S2” y “S3”.

ERROR	max	
	T [s]	V [m]
Se3	231,95	7,56
Sn3	231,51	8,61

Tabla 9.4. Coordenadas de los puntos de error máximo para la solución “S3”.

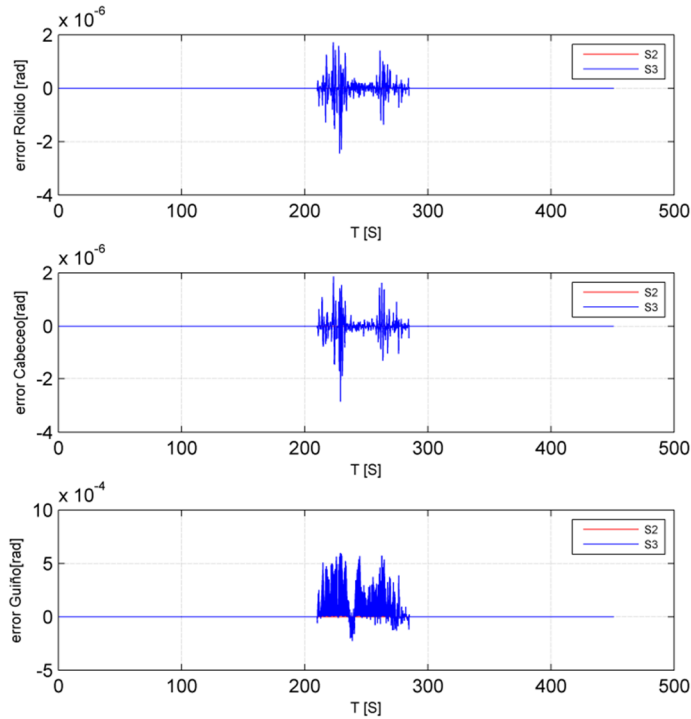


Figura 9.20. Error absoluto de la actitud para las soluciones “S2” y “S3”.

Para el caso de la actitud los errores se encuentran en el orden de 10^{-6} rad y se registra un aumento de este error en el guiño que pasa a estar en el orden de 10^{-4} rad . El aumento de este error así como su ruido es generado por la incorporación de la información angular obtenida del sistema de video, la cual es fusionada con la de los magnetómetros en un estimador BAUE.

Para obtener una mejor apreciación del error se calculó el error relativo de la posición según se observa en la figura 9.21, como el cociente entre el error absoluto y la distancia al origen de coordenadas (ecuación 9.2).

$$Error [\%] = 100 * \frac{e_{obs}}{D_o} \quad (9.2)$$

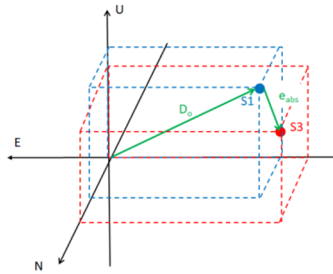


Figura 9.21. Descripción del cálculo del error relativo.

En la figura 9.22 se observa el error relativo en la posición en función del tiempo de vuelo para ambas soluciones de navegación “S2” y “S3”. Dado que para la determinación de los errores se tomó como referencia la solución “S1” es que, durante el intervalo en donde el receptor GPS se encuentra desactivado es donde aparecen los errores, ver figuras 9.19 y 9.20. En el caso de la solución “S2” en donde no hay información del sistema de video se registra un error mayor, llegando a un valor máximo del 53,4%. En cambio para la solución “S3” donde se utiliza la cámara de video como observador de las variables exógenas al sistema de vuelo, este error alcanza un valor máximo bastante menor, 18,7%. También se determinó dentro del intervalo en donde el receptor GPS se encuentra desactivado el error relativo promedio para ambas soluciones; la solución “S3” registro un error relativo promedio del 6,0%, mientras que para la solución “S2” su valor del error relativo promedio es muy superior, 23,4%.

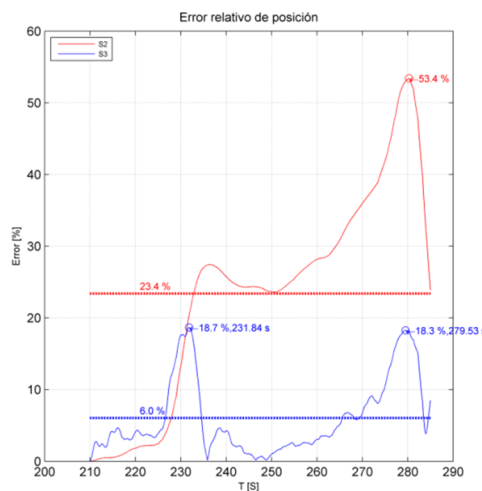


Figura 9.22. Error relativo en la posición.

Enfocándonos en la solución “S3”, para el caso en donde se producen los errores relativos máximos en las coordenadas (231,84s, 18,7%) y (279,53s, 18,3%), si observamos el video

estamos en zonas de condiciones no óptimas para el filtro de partículas. Para el primer caso a partir de los 222,00 segundos comienza a aparecer ruido en la señal de video, y por condiciones del vuelo a partir de los 226,28 segundos aproximadamente comienza a desaparecer el referente de la imagen, para hacerlo por completo a los 226,76 segundos, según se observa en la figura 9.23.

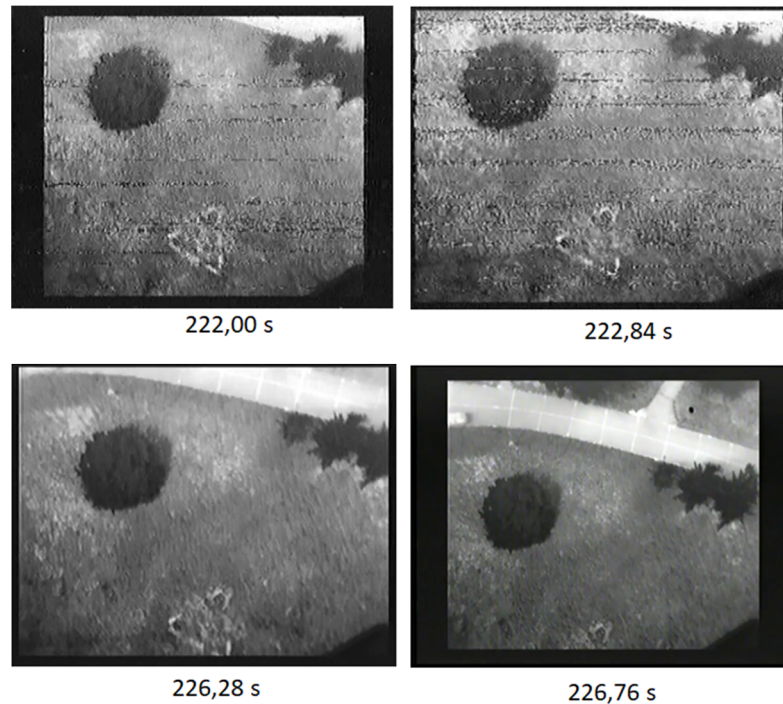


Figura 9.23. Imagen del video con ruido, y con el referente fuera de la imagen. Coordenadas (231,84s, 18,7%).

En el segundo caso ocurre algo similar, el ingreso de ruido a los 278,44 segundos y la desaparición del referente en el intervalo entre los 278,60 segundos hasta los 283,44 segundos aproximadamente, (figura 9.24).

Estas condiciones del video actúan desfavorablemente para el seguimiento del referente por el filtro de partículas, el cual ante la pérdida del mismo debe redistribuir las partículas en un área más amplia de búsqueda hasta conseguir nuevamente su seguimiento.

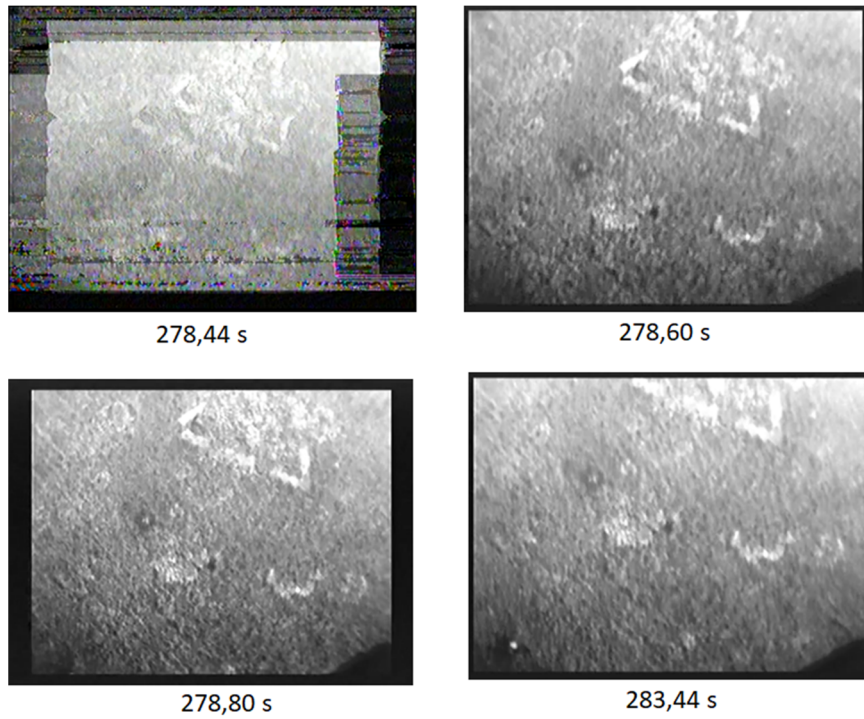


Figura 9.24. Imagen del video con ruido, y con el referente fuera de la imagen. Coordenadas (279,53s, 18,3%).

10. CAPÍTULO 10, CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

A lo largo de este trabajo se realizó la investigación sobre diferentes técnicas de procesamiento de imágenes, y se desarrollaron los algoritmos de navegación que incorporan el procesamiento digital de video, conocido como “Vision in the Loop”. Siendo una de las premisas principales que los algoritmos respondieran a condiciones reales de vuelo, sin información del receptor GPS, y sobre todo cuando las imágenes adquiridas por el sistema de la cámara de video no sean favorables. Finalmente se alcanzó el objetivo de independizar la navegación de la calidad de la recepción del receptor GPS, permitiendo entre otras capacidades, realizar:

- La aproximación y posicionamiento sobre el referente a los fines de dejar una carga útil o establecer un vínculo más robusto con el mismo.
- El mantenimiento de una posición y el desplazamiento dentro del entorno de visualización de al menos uno de los referentes; hasta el restablecimiento de la información del receptor GPS.
- Una aproximación al referente para lograr el aterrizaje; en este caso se debe considerar un referente a tal fin.

10.1. CONCLUSIONES

Para llevar adelante esta investigación se utilizó una aeronave no tripulada, un hexacóptero instrumentado con su sistema de vuelo, y un sistema desarrollado ad hoc de adquisición de datos inerciales, de campo magnético terrestre, de altitud barométrica, un receptor GPS y una cámara en el espectro infrarrojo. Para poder cuantificar el funcionamiento de estos algoritmos, se realizó una experiencia sobre un terreno conocido en un marco de referencia geodésico y con un referente para la navegación (helipuerto), perfectamente referenciado con respecto a dicho marco de referencia.

Previo a la diagramación de los algoritmos de navegación (figura 9.1) y de procesamiento de las imágenes de video (figura 9.2), se realizó un trabajo de investigación sobre las diferentes técnicas de procesamiento de imágenes; para ver cuales se adaptaban mejor al objetivo de identificación del referente y su seguimiento en una imagen infrarroja.

Dado que el seguimiento del referente o helipuerto se encuentra ligado al vuelo del hexacóptero y este tiene las características de ser no lineal y encontrarse sometido a ruido no Gaussiano, se utilizó para su seguimiento un estimador de partículas. Partiendo de esta premisa, se avanzó en como determinar la probabilidad de que una partícula contenga al referente. Para ello en primer lugar se procedió a mejorar la imagen aplicando una disminución del efecto de la imagen del fondo ítem 6.3, y sobre esta nueva imagen mejorada se probaron los distintos algoritmos para identificar el helipuerto.

Dado que el helipuerto se encuentra delineado por la figura de un triángulo equilátero, en primer lugar se trató de identificar las líneas de sus lados y sus vértices; para ello se aplicaron los métodos de detección de flancos Prewitt, Sobel y Canny, y los métodos de detección de esquinas Moravec y Harris, los cuales arrojaron resultados poco satisfactorios debido al ruido de la imagen, sus variaciones de escala y la difusa visualización del helipuerto. El mismo resultado se obtuvo, y por las mismas causas al aplicar la transformada de Hough para tratar de identificar las líneas de los lados del helipuerto.

Los mejores resultados se obtuvieron en la clasificación por medio de la detección de sus puntos característicos obtenidos de la aplicación del algoritmo Scale Invariant Feature Transform “SIFT y su variante “SURF” el cual provee un mejor desempeño, ítem 6.2. Finalmente este procedimiento fue el aplicado al estimador de partículas, pudiendo implementarse el seguimiento del helipuerto con muy buen desempeño.

Para la obtención del desplazamiento de la cámara respecto de su posición inicial se utilizó la alineación de las nubes de puntos característicos obtenidos del algoritmo “SURF”, entre los obtenidos de la imagen de referencia y los de la imagen del estimador de partículas; con una previa selección de los puntos congruentes entre ambas nubes. De esta alineación se obtuvieron los desplazamientos referidos a la condición inicial en el marco de la cámara, en píxeles para X e Y, y en radianes para la rotación en el ángulo de guiñada respecto del norte. Previo a la transformación por medio del modelo matemático de la cámara de las coordenadas de esta a las coordenadas ENU, se realizó un previo suavizado de las señales para minimizar el efecto del ruido introducido en la imagen. En esta determinación se utilizaron los datos de altura obtenidos del barómetro como así también los ángulos de rolido y cabeceo obtenidos de la solución de la navegación. Esta información obtenida exógenamente junto con la obtenida de los otros sensores en forma endógena, es incorporada al algoritmo de navegación para determinar la solución del estado de la navegación.

Otras de las cosas que se observa en los sensores de campo magnético terrestre, es la aparición de un campo magnético constante que altera la observación de estos sensores, a partir del instante en que se encienden los motores, el cual es corregido para la obtención correcta del valor del ángulo de guiño respecto del norte, ítem 9.4.3 y figuras 9.9 y 9.10.

La navegación se resolvió para tres situaciones descritas en el ítem 9.5 tabla 9.3. La solución “S1” fue la que se tomó como referencia para la comparación de los resultados de las otras dos soluciones “S2” y “S3”. En la solución “S2” se desactivo el receptor GPS en la zona de detección del referente, y en la solución “S3” se mantuvo desactivado el receptor GPS y se activó el sistema de video.

En ambas soluciones “S2” y “S3” en el instante de activación del receptor GPS se observa una rápida convergencia a la solución “S1”, así como también en su desactivación comienza la divergencia de la solución “S1, la cual se acentúa más en la solución “S2”. En esta última se observa que el sistema, si bien se aparta notablemente de las coordenadas E y N, sigue bien a la coordenada U por acción de la incorporación del datos del barómetro. De todas formas, si bien se realiza un seguimiento correcto de la altura, en el grafico del error relativo (figura 9.22) se ve claramente el aumento de este error relativo para la solución “S2”. El error relativo de la solución “S3” tiene la misma forma que el error relativo de la solución “S2”, el error relativo de la solución “S3” se encuentra en un nivel bastante inferior al de la solución “S2”. Se observan dos máximos relativos en el error relativo para ambas soluciones, en particular a los 231,84 y 279,53 segundos para la solución “S3”. En un entorno de estos tiempos, se observa: un deterioro en la señal de video; un incremento notable del ruido; pérdida del referente por salir del campo visual debido a las condiciones del vuelo; y fuertes diferencias de intensidad en la zona del helipuerto, según se observa en las imágenes de las figuras 9.23 y 9.24.

A los fines de probar los algoritmos a lo largo del presente trabajo se desarrollaron dos herramientas de software a tal fin. La primera de ellas corresponde a un software Simulador y generador de datos de vuelo descrito en el ítem 8.4, el cual se utilizó para generar trayectorias sintéticas y validarlas en el algoritmo de navegación. La segunda corresponde a un software para graficar el error relativo de las soluciones “S2” y “S3”, sincronizado en tiempo con las imágenes capturadas. Esto permitió realizar la identificación de las características de las imágenes en función del error relativo para ambas soluciones, identificando las situaciones planteadas en el ítem 9.6, (figuras 9.23 y 9.24).

En la figura 10.1 puede verse la interfaz de dicho software sobre el lado derecho, y sobre el lado izquierdo la imagen adquirida a los 229,24 segundos, tiempo indicado en la esquina superior izquierda e indicado en los trazados del error por los cursores en amarillo para cada solución, mientras que los botones debajo de la imagen permiten realizar el avance y retroceso cuadro a cuadro, y activar un modo de avance automático.

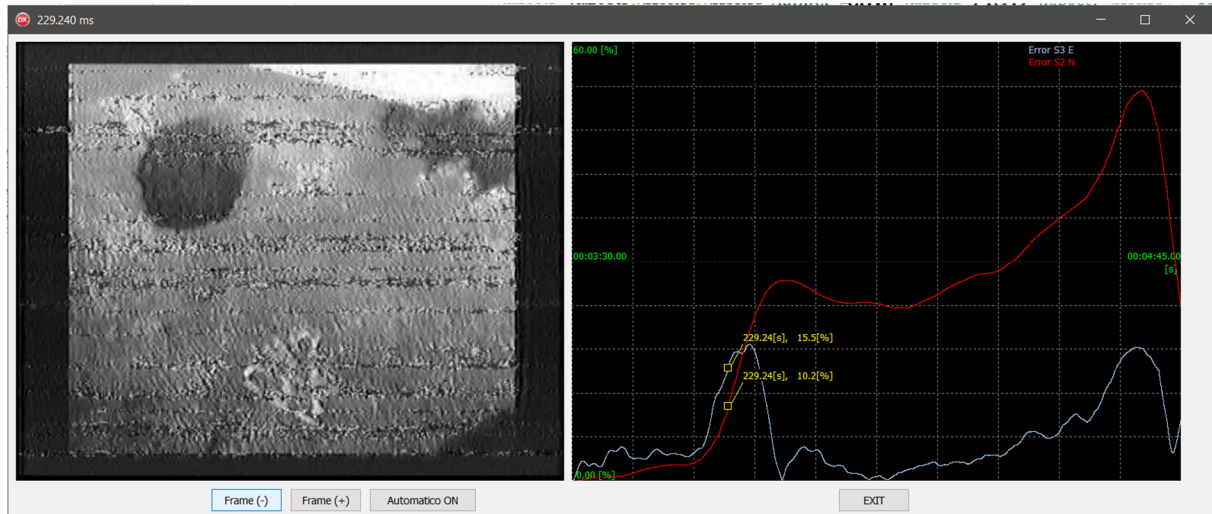


Figura 10.1. Software de visualización imágenes en sincronismo con el error relativo.

10.2. TRABAJOS FUTUROS

De los desarrollos matemáticos realizados y los diferentes experimentos y evaluaciones que se realizaron durante el desarrollo de la presente tesis, emergieron tareas que resultan de gran interés para trabajos futuros que puedan encararse. Estos están relacionados con el algoritmo general de navegación (descrito en 9.1, figura 9.1) y el algoritmo de procesamiento de video (descrito en 9.2, figura 9.2), en particular para este último dadas las características de las imágenes: infrarrojas, con ruido presente, y una difusa delineación del referente (heliporto).

10.2.1. ALGORITMO DE NAVEGACIÓN

A continuación se enumeran trabajos posibles de encarar, siempre con la premisa de considerar una mala o nula recepción en la señal GPS.

- Incorporación de varios referentes a lo largo de la trayectoria a los fines de estimar la observación exógena de la posición como la obtenida entre los referentes observados, extendiendo así el área de cobertura y mejorando el error de posicionamiento. Esto conlleva a la modificación de los filtros de partículas, y el agregado de un nuevo estimador de estado que permita incorporar a todos los referentes, sus datos de posiciones y características.
- El agregado de otra cámara para generar una visión binocular, obteniendo una visualización desde dos perspectivas, generando información adicional del referente y así poder mejorar la estimación de la observación de la posición de la cámara.
- Agregar cámaras de observación lateral en cada cuadrante para la detección de otros vehículos previamente definidos, y desarrollar técnicas de coordinación espacio-temporal, y seguimiento robusto, basadas en visión aplicables en enjambres de células de vuelo. Pudiendo de esta manera extender las aplicaciones a seguimientos de vehículos y a encuentros en coordenadas de tiempo y posición predeterminados.
- En función del agregado de las cámaras descritas en el punto anterior, incorporar técnicas para evitar obstáculos.
- Modificar el referente con un mayor detalle y agregar un sensor de altura por ultra sonido cuyo rango de medición se encuentra entre 0,02 a 4,00 metros aproximadamente. Así se lograría una mayor resolución a bajas alturas, permitiendo realizar el aterrizaje con independencia del receptor GPS.

10.2.2. ALGORITMO DE PROCESAMIENTO DE VIDEO

A continuación se enumeran trabajos posibles de encarar en el área de procesamiento de las imágenes para mejorar la determinación del referente.

- Realizar la evaluación del desempeño del filtro de partículas, utilizando otra herramienta de software para la determinación de sus puntos característicos, algunos de estos algoritmos son: “SIFT”, “ORB”, “KAZE, etc. (Tareen Shaharyar & Saleem Zahra, 2018).

- Explorar otras técnicas de supresión del fondo de la imagen empleando herramientas de análisis de mayor costo computacional, como ser la transformada onditas “Wavelet” aplicada a imágenes infrarrojas (Yu-Qiu Sun, et al, 2005), y la aplicación de métodos basados en la morfología suave y “Filtros Retinex” (Zhang Lili, et al, 2005).
- Otro es la mejora en la estrategia de búsqueda del referente, para lograr una mejor detección del helipuerto cuya imagen está contaminada con ruido de fondo y con un delineado difuso. La estrategia propuesta consiste en descomponer la imagen de referencia en $N \times N$ sub-imágenes, cada una con su correspondiente identificación en secuencia de ubicación para la composición de la imagen original. De esta forma se generan $N \times N$ filtros de partículas, cada uno buscando una parte de la imagen de referencia; y cada uno especializado en la búsqueda de un entorno reducido de la imagen. Cada filtro de partículas mantendrá la determinación de los puntos característicos entre el referente y sus partículas para obtener la probabilidad de similitud entre ambos; y como herramienta para determinarlos empleara el algoritmo que surja con el mejor desempeño según la propuesta anterior. Como resultado, cada filtro de partículas nos da la posición de la partícula más probable junto con la probabilidad de similitud con una parte del objeto a seguir. Con las posiciones de las partículas más probables de cada filtro se verifica cuales cumplen con la correspondiente secuencia de formación de la imagen original, quedándonos con aquellas partículas que cumplen con la secuencia correcta. El valor medio de las posiciones de estas partículas nos dará la posición más probable del objetivo a seguir. Y, en el caso de no encontrar partículas en las secuencias correctas, podemos obtener la posición más probable del objeto a seguir como la posición de la partícula con la mayor probabilidad de similitud.

11. PUBLICACIONES A QUE DIO LUGAR LA TESIS

Durante el desarrollo de la presente tesis se realizaron una serie de publicaciones en revistas internacionales, notas técnicas, un libro, y presentaciones en congresos. Todas estas publicaciones y presentaciones guardan estrecha relación con la temática en el área de investigación. Estas incluyen: procesamiento de imágenes, navegación, y adquisición de datos; agrupadas por sus características y en forma cronológica se enumeran a continuación.

11.1. PUBLICACIONES EN REVISTAS INTERNACIONALES

- Date: 2020, February 7
 Journal: Electronic Letters on Computer Vision and Image Analysis
 Title: Robust Object Tracking in Infrared Video via Particle Filters
 Authors: Edgardo Comas, Adrián Stácul and Claudio Delrieux
 DOI: <http://doi.org/10.5565/rev/elcvia.1185>
 ISSN: ELCVIA ISSN: 1577-5097

- Date: 2018, December 15
 Journal: International Journal of Electronics and Communication Engineering
 Title: Filtering and Acquisition of PCM Frames Using System Generator
 Authors: Adrian Stacul and Edgardo Comas
 ISSN: ISSN (P): 2278-9901; ISSN (E): 2278-991X

- Date: 2017, October 10
 Journal: Chaos, Solitons and Fractals Nonlinear Science, and Non Equilibrium and Complex Phenomena
 Title: A preliminary study on the non-linear behavior of hypersonic flow,
 Authors: Edgardo Comas and Walter Legnani.
 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2017.10.010> 0960-0779

11.2. LIBROS

- Fecha: 2016, Febrero.
- Título: Control en Espacio de Estados
- Autores: Edgardo Comas y Adrián Stacul.
- Editorial: CEIT, Centro de Estudiantes de Ingeniería Tecnológica
- ISBN: 978-987-1978-28-1

11.3. PUBLICACIONES EN REUNIONES CIENTÍFICAS

- Fecha: 2019, Octubre.
Conferencia: Terceras Jornadas Doctorales UTN.BA en Procesamiento de Señales e Imágenes (PSI).
Lugar: Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Buenos Aires
Título: Modelado e Implementación de Sistemas de Navegación Aérea Autónoma Basada en Visión Artificial. Edgardo Comas. Poster.
Autor: Edgardo Comas

- Fecha: 2017, Mayo.
Conferencia: VI Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial.
Lugar: Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca.
Título: Multiresolution Analysis of Hypersonic Flow for Atmospheric Sounding.
Autores: Edgardo Comas, Walter Legnani
ISSN: 2314-3282

- Fecha: 2015, Junio.
Conferencia: Congreso de Micro Electrónica Aplicada.
Lugar: Universidad Nacional de La Matanza
Título: Diseño, desarrollo e implementación de una estación terrena para cohetes sonda.
Autores: Edgardo Comas, Adrián Stacul, et al.
ISBN: ISBN: 978-987-3806-24-7

- Fecha: 2015, Junio.
Conferencia: Congreso de Micro Electrónica Aplicada.
Lugar: Universidad Nacional de La Matanza
Título: Navegación GRADICOM II.
Autores: Edgardo Comas, Cristian Bruña
ISBN: ISBN: 978-987-3806-24-7

- Fecha: 2013, Agosto.
Conferencia: Simposio Argentino de Sistemas Embebidos.
Lugar: Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ingeniería
Título: Sensado INS/GPS con monitoreo en tiempo real.
Autores: Edgardo Comas, Daniel Pastafiglia, et al
ISBN: ISBN 978-1-4799-1101-1

11.4. NOTAS TÉCNICAS

- Fecha: 2010:
Título: Control Continuo implementación en Tiempo Discreto.
Institución: Instituto de Investigaciones Científicas y Técnicas para la Defensa.
Autor: Edgardo Comas
ISSN: 0325-1527
Registro: 506768

- Fecha: 2010:
Título: Control Discontinuo por variables de estados.
Institución: Instituto de Investigaciones Científicas y Técnicas para la Defensa
Autor: Edgardo Comas
ISSN: 0325-1527
Registro: 5067967

12. BIBLIOGRAFÍA

- Agüí Juan Carlos López, 2008. Guía Básica para la Simulación de MONTECARLO.
- Alan M. McIvor, 2004. Background Subtraction Techniques, in: 2004, IEEE International Conference on Systems, pp. 3099–3104, vol4.
<https://doi.org/10.1109/ICSMC.2004.1400815>
- Arnaud Doucet and Adam M. Johansen, 2012. A Tutorial on Particle Filtering and Smoothing. Handb. Nonlinear Filter. 12.
- Brookes Mike, 2011. The Matrix Reference Manual. URL
<http://www.ee.imperial.ac.uk/hp/staff/dmb/matrix/intro.html>
- Cero, et al, 2007. Modelo matemático del motor de corriente directa.
<https://doi.org/10.131140/RG.2.2.27816.16645>
- Christensen & Fogh, 2008. Inertial Navigation System. Aalb. Univ.
- Clynch James, 2006a. Earth Coordinates.
- Clynch James, 2006b. Geodetic Coordinate Conversions.
- Comas Edgardo & Legnani Walter, 2017. A preliminary study on the non-linear behavior of hypersonic flow. Chaos Solitons Fractals. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2017.10.010>
- Comas Edgardo & Stacul Adrian, 2016. Control en Espacio de Estados. Editorial CEIT.
- Comas Edgardo, et al, 2020. Robust Object Tracking in Infrared Video via Particle Filters. Electron. Lett. Comput. Vis. Image Anal. <https://doi.org/10.5565/rev/elcvia.1185>
- Costa de Oliveira Marcelo, 2011. Modeling, Identification and Control of a Quadrotor Aircraft. Czech Technical University in Prague.
- Dah-Chung Chang ; Wen-Rong Wu, 1996. Image contrast enhancement based on a local standard deviation model, in: 1996, IEEE Nuclear Science Symposium, pp. 1826–1830, vol3.
<https://doi.org/10.1109/NSSMIC.1996.587984>
- Delrieux & Gambini, 2003. Computación Gráfica. Universidad de Buenos Aires.
- Department Of Defense World Geodetic System, 2000. WGS84 NIMA-Technical Report TR8350-2.
- Diebel, James, 2006. Euler Angles, Unit Quaternions, and Rotation Vectors.
- Drake, S., 2002. Converting GPS coordinates [ϕ , λ , h] to navigation coordinates (ENU). DSTO DSTO-TN.
- España Martín, 2016. Sistemas de Navegación Integrada con Aplicaciones, Segunda Edición. ed.
- Favieri Adriana, 2008. Introducción a los Cuaterniones. Univ. Tecnológica Nac.-FRH.

- Feliz, R., Gómez-García-Bermejo, J., Zalama, E., 2007. Alineamiento automático de nubes densas de puntos a partir de información geométrica y cromática.
- Fredrik Gustafsson, 2010. Particle Filter Theory and Practice with Positioning Applications. IEEE Aerosp. Electron. Syst. Mag. 25. <https://doi.org/10.1109/MAES.2010.5546308>
- GARMIN, Pilot's Guide, 2019. GPS 175/GNX 375, GARMIN Pilot's guide.
- Gelfand Natasha, Ikemoto, Rusinkiewicz, Levoy, 2003. Geometrically stable sampling for the ICP algorithm, in: Fourth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling, 2003. Proceeding, pp. 260–267. <https://doi.org/10.1109/IM.2003.1240258>
- Grewal & Andrews, 2001. Kalman Filtering Theory and Practice.
- Guy Godin, Marc Rioux, Rejean Baribeau, 1994. Three-dimensional registration using range and intensity information. Presented at the Proc.SPIE.
- H. Kandil and A. Atwan, 2012. A Comparative Study between SIFT- Particle and SURF-Particle. Int. J. Signal Process.
- Herbert Bay, Tinne Tuytelaars, and Luc Van Gool, 2008b. Speeded Up Robust Features. Comput. Vis. Image Underst. 110. <https://doi.org/10.1016/j.cviu.2007.09.014>
- Hofmann et al, 2006. Physical Geodesy.
- Jari Kaipio, Erkki Somersalo, 2004. Statistical and Computational Inverse Problems. Springer Science.
- Jorge Antezana y Demetrio Stojano, 2016. Análisis Matricial.
- Larry Venetsky, Ross Boczar, 2013. Optimization of Background Subtraction for Image Enhancement. Mach. Intell. Bio-Inspired Comput., Proc.SPIE 8751. <https://doi.org/10.1117/12.2014319>
- Lewis Frank, et al, 2008. Optimal and Robust Estimation.
- Li S., Wang J., Liang Z., Su L., 2016. Tree point clouds registration using an improved ICP algorithm based on kd-tree, in: 2016 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), pp. 4545–4548. <https://doi.org/10.1109/IGARSS.2016.7730186>
- Liggins Martin et al, 2008. Multisensor Data Fusion Theory and Practice.
- Maybeck, Peter, 1979. Stochastic models, estimation and control.
- Nixon Mark, Aguado Alberto, 2008. Feature Extraction and Image Processing, Second. ed.
- NOAA National Geophysical Data Center, 2015. World Magnetic Model for 2015-2020.
- Petersen & Pedersen, 2012. The Matrix Cookbook.

- Prabhdeep Singh, Dr. A.K Garg, 2011. Non Uniform Background Removal using Morphology based Structuring Element for Particle Analysis. *Int. J. Comput. Appl.* 33.
- Procházková et al, 2018. Notes on Iterative Closest Point Algorithm.
- Pucheta, et al., 2014. Representaciones Cinemáticas De Orientación y Ecuaciones De Estimación.
- Rich Matthew, 2012. Model development, system identification, and control of a quadrotor helicopter. Iowa State University.
- Rogers Robert, 2003. *Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems*, 2nd ed. ed.
- Roitman Gustavo, 2010. *Teoría y técnicas de Fusión de Datos, con aplicaciones a la Fusión de Imágenes Digitales*. Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires Argentina.
- Savage, 2009. *Computational Elements for Strapdown Systems*.
- Serrano, et al., 2014. Rotaciones, secuencia aeroespacial y cuaterniones. *Cienc. Tecnol.*
- Stacul Adrian & Comas Edgardo, 2019. Filtering and Acquisition of PCM Frames Using System Generator. *Int. J. Electron. Commun. Eng.* Vol. 8.
- Tania Jacquelin Patiño Ordoñez, 2012. *Recuperación de Imágenes Basadas en Contenidos Utilizando el Método SURF*. Universidad Politécnica Salesiana.
- Tareen Shaharyar & Saleem Zahra, 2018. A Comparative Analysis of SIFT, SURF, KAZE, AKAZE, ORB, and BRISK, in: 2018 International Conference on Computing, Mathematics and Engineering Technologies (ICoMET), pp. 1–10.
<https://doi.org/10.1109/ICOMET.2018.8346440>
- Tornero et al, 2007. Fast Ego-motion Estimation with Multi-rate Fusion of Inertial and Vision. *Int. J. Robot. Res.* Vol. 26. <https://doi.org/10.1177/0278364907079283>
- Valenzuela Rafael, 2012. *Vehículos Espaciales y Misiles*. Univ. Sevilla.
- Wahba & Grace, 1965. A Least Squares Estimate of Spacecraft Attitude. *SIAM Rev.* Vol. 7.
- Wang & Wang, 2011. Intelligent Calibration Method of low cost MEMS Inertial Measurement Unit. *International Journal of Intelligent Engineering & Systems*.
- Wolfgang & Torge, 2001. *Geodesy*, second. ed.
- Xu Guochang et al, 2007. *GPS Theory, Algorithms and Applications*, Second Edition. ed.
- Yanushevsky Rafael, 2011. *Guidance of Unmanned Aerial Vehicles*.
- Yu-Qiu Sun, et al, 2005. Background Suppression Based on Wavelet Transformation to Detect Infrared Target, in: 2005 International Conference on Machine Learning and Cybernetics.
<https://doi.org/10.1109/ICMLC.2005.1527751>

Zhang Lili, et al, 2005. New Method of Image Background Suppression Based on Soft Morphology and Retinex Theory. Journall Electr. Comput. Eng. 2015, 1–11.
<https://doi.org/10.1155/2015/389487>