

# UNA PROPUESTA DE SISTEMA DE CONTROL BORROSO EN EL MARCO DE UNA APLICACIÓN INDUSTRIAL. UNA VISIÓN DESDE LOS REQUERIMIENTOS DE USUARIO

Alejandro HOSSIAN, Roberto CARABAJAL, Maximiliano ALVEAL, Patricio BUSTAMANTE  
Facultad Regional Neuquén – Universidad Tecnológica Nacional  
Plaza Huincul (CP: Q8322) – Neuquén – Argentina  
[alejandrohossian@yahoo.com.ar](mailto:alejandrohossian@yahoo.com.ar)

Hernán MERLINO  
Departamento de Sistemas – Universidad Nacional de Lanús  
Lanús (CP: 1824) – Argentina

## RESUMEN

La lógica difusa constituye una rama de la inteligencia artificial que analiza información del mundo real en un rango entre lo verdadero y lo falso. En este sentido, esta lógica maneja conceptos vagos como “ambiente húmedo” o “abrir un poco la válvula”, que permite a ingenieros y diseñadores desarrollar sistemas de control de frenado, control de velocidad de un ventilador y otros dispositivos que juzgan información difícil de definir en términos de diseño. En este contexto, la lógica difusa asigna términos lingüísticos o borrosos a propiedades físicas como la temperatura; que por ejemplo, puede ser fría, templada o caliente. Asimismo, esta lógica proporciona un marco y unas herramientas que permiten manejar estos conceptos de manera similar a como se manejan las variables booleanas, que se sitúan en dos estados únicamente, 0 o 1 (frío o caliente). Los sistemas de control borrosos constituyen una de las principales aplicaciones de la lógica difusa en el entorno industrial. Estos sistemas, a partir de ciertas entradas, deben garantizar una determinada repuesta para actuar sobre determinados mecanismos. En este artículo, se presentan las bases de una propuesta para un sistema de control borroso para regular la temperatura a la que debe operar un horno industrial.

**Palabras Claves:** lógica difusa, variable lingüística, función de pertenencia, reglas de inferencia y sistema de control borroso.

## 1. INTRODUCCIÓN

El grupo de investigación en “Sistemas Inteligentes aplicados a la Ingeniería” desarrolla una línea de investigación en el área de las Tecnologías Inteligentes para el análisis y resolución de problemas en el campo de la ingeniería. En esta línea de acción, se estudian diversas problemáticas para ser resueltas por medio de aquella (o aquellas) tecnologías que proporcionen la mejor respuesta para el problema en cuestión. En este sentido, se aplican tecnologías tales como las Redes Neuronales Artificiales (RNA), Técnicas de Búsqueda (TB) y Aprendizaje Automático (AA) para navegación robótica en entornos estructurados, y también Sistemas Expertos (SE) para diagnóstico de fallas. De esta manera, los Sistemas Difusos (SD), basados en los conceptos de fuzzy logic, constituyen una importante herramienta para abordar ciertas problemáticas que manejen razonamiento de carácter difuso. La figura 1 muestra un esquema de trabajo donde la caja de SD figura resaltada.

El cerebro humano posee la capacidad de razonar con información que incluye incertidumbre o juicios de valor tales como: “tiene una estatura media” o “la velocidad es muy alta”.

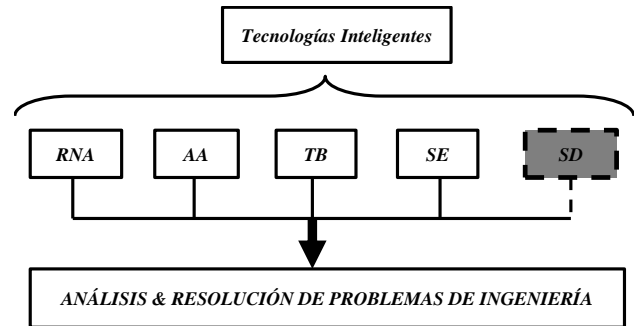


Figura 1: Esquema sobre la Línea de Investigación y Desarrollo en Tecnologías Inteligentes aplicadas a la Ingeniería

Por otra parte, el ser humano hace uso de un sentido común que le permite razonar en un ambiente donde los hechos y los conocimientos son, en numerosas ocasiones, parcialmente ciertos [1]. De esta manera, el lenguaje natural hace uso de conceptos no precisos como “hace calor” o “el precio es bajo”; que cuando se traducen al contexto de la lógica clásica, es probable que pierdan riqueza en términos semánticos. Este detalle no es menor a la hora de acometer el diseño de un sistema experto. En un sistema experto que reproduzca la capacidad de diagnóstico de un médico especialista; el ingeniero es conocedor que el médico se basa en medidas exactas, pero las recetas y el diagnóstico poseen una importante cantidad de razonamiento difuso [2]. Es importante señalar, que la lógica difusa (también llamada lógica *fuzzy*) constituye una extensión de la lógica clásica y que fue diseñada para modelar el razonamiento sobre conceptos dotados de imprecisión o incertidumbre [3].

De esta manera, es posible formalizar proposiciones tales como “el paciente tiene fiebre alta” o “el proceso posee muchas fallas”; que no son sencillas de representar en forma adecuada en la lógica clásica. Desde el punto de vista conjuntista, el concepto de conjunto *fuzzy* también es una generalización del concepto de conjunto clásico. En esta línea de análisis, si se define el conjunto clásico de las personas de baja estatura como las que miden por debajo de 1,66 metros; resulta ser que una persona que mide 1,65 es baja, mientras que alguien que mide 1,67 no lo es. Cómo se puede observar, esta descripción que se infiere desde la teoría conjuntista clásica, no parece ser lo suficientemente representativa para distinguir las personas que son altas de las que no lo son. Es decir, solo 2 centímetros de diferencia en la estatura puede colocar a una persona en el conjunto de los bajos o en otro. En 1965 Zadeh [4], aplicó la lógica multivaluada a la teoría de conjuntos, estableciendo la posibilidad de que los elementos pudieran pertenecer en distintos grados a un conjunto. Así introdujo el término *fuzzy*

(borroso) y desarrolló un álgebra completa para estos conjuntos [5]. Continuando con el ejemplo de la estatura, en términos de la lógica booleana, al 1,65 le correspondería el 1 y al 1,67 el 0. Ahora bien, una descripción en el contexto de conjuntos borrosos es más apropiada para estos casos, dado que permite introducir los términos *bajo*, *medio* y *alto*. En otras palabras, un conjunto *fuzzy* se define mediante una función de pertenencia<sup>1</sup>  $\mu$ , que asocia a cada elemento del universo de discurso (valores posibles que puede tomar la variable en cuestión, estatura en este caso), un grado de pertenencia en el intervalo [0, 1]. Esta circunstancia especial, hace que, a diferencia de la teoría conjuntista clásica, un elemento puede pertenecer a más de un conjunto en distintos grados. Por ejemplo, una persona de 1,56 metros puede pertenecer al conjunto de los bajos en grado 0,65 (lo que se denota como  $\mu_{BAJA}(1,56) = 0,65$ ); y al conjunto de estatura media en grado 0,3 (lo que se denota como  $\mu_{MEDIA}(1,56) = 0,3$ ). En figura 2 se ilustran estos conceptos.

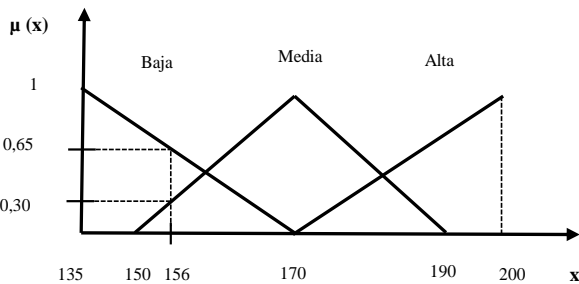


Figura 2: Función de pertenencia para la variable estatura x (en cm)

## 2. MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

En el transcurso del siglo XX, la lógica borrosa, como extensión de la lógica bivaluada, ha ido fortaleciendo su base teórica conceptual. Los soportes centrales de estas estructuras que hoy permiten el diseño y la construcción de los sistemas de control borroso, se presentan a continuación.

### 2.1 Conectivas principales en Lógica Difusa

Los conjuntos borrosos se definen por sus funciones de pertenencia explicadas en la sección anterior; y las operaciones fundamentales entre ellos son, al igual que en la teoría clásica, la unión (U), la intersección (∩) y el complemento (¬). Para abordar el diseño de sistemas difusos se debe recurrir a las conectivas de la lógica difusa (similares a las de la lógica clásica) que son: la suma lógica borrosa (∨), producto lógico borroso (∧), negación borrosa (¬) y la implicación borrosa (→). Existe un isomorfismo<sup>2</sup> entre la teoría de conjuntos y la lógica, de forma tal que la unión, intersección y complemento de conjuntos se corresponde con el ∨, el ∧ y el no lógico, respectivamente. Por tal razón, para implementar estas conectivas sobre dos conjuntos borrosos A y B con sendas funciones de pertenencia  $\mu_A$  y  $\mu_B$ , es posible hacer uso de los mismos operadores que en conjuntos difusos, los cuales son:

Para la unión:  $\mu_{A \cup B}(x, y) = \max \{ \mu_A(x), \mu_B(y) \}$

Para la intersección:  $\mu_{A \cap B}(x, y) = \min \{ \mu_A(x), \mu_B(y) \}$

Para el complemento:  $\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)$

<sup>1</sup> También llamada "Función de Membresía" (FM).

<sup>2</sup> Significa una analogía; como una forma de inferencia lógica basada en el hecho de que dos cosas son la misma en algunos aspectos, aquellos sobre los que se realiza la comparación.

En las figuras 3, 4 y 5 se ven las gráficas correspondientes a las funciones de pertenencia de las operaciones unión, intersección<sup>3</sup> y complemento respectivamente. En la primera se ve que el resultado de la suma lógica borrosa coincide con el máximo de los grados de pertenencia; en la segunda, el resultado del producto lógico borroso es el mínimo de esos grados; y en la tercera, la función de pertenencia de la negación lógica borrosa coincide con la función de no pertenencia al conjunto original.

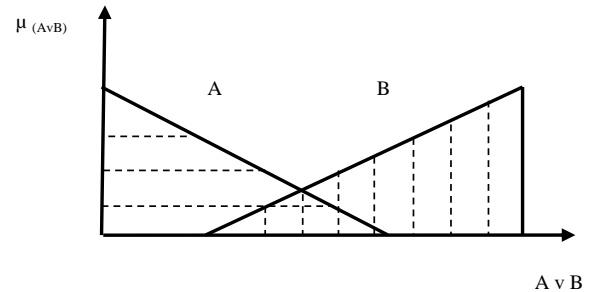


Figura 3: Función de pertenencia de suma lógica borrosa

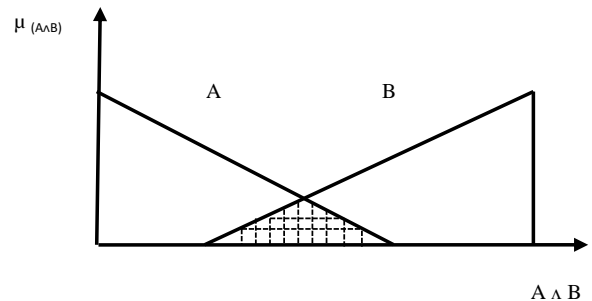


Figura 4: Función de pertenencia del producto lógico borroso

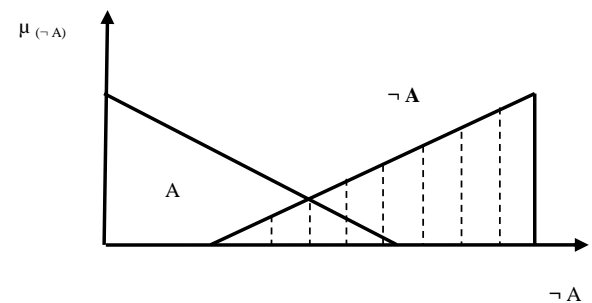


Figura 5: Función de pertenencia del no lógico borroso

La conectiva de la implicación borrosa permite modelar las reglas de inferencia de un sistema de control borroso. En el presente artículo, se hace uso del implicador de Mamdani.

Para la implicación:  $\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \min \{ \mu_A(x), \mu_B(y) \}$

### 2.2 Variable lingüística y tipos de funciones de pertenencia

Una variable lingüística es aquella que puede tomar valores provenientes del lenguaje natural; como poco, positivo, negativo, etc. Estas palabras desempeñan el rol de etiquetas en un conjunto difuso. Más formalmente, una variable lingüística se define mediante una tupla con los siguientes atributos: (A,

<sup>3</sup> A estas funciones se las conoce como "Conorma Triangular (T-Conorma)" y "Norma Triangular (T-Norma)"; respectivamente.

T(A), U, G, M). A es el nombre de la variable (por ejemplo, temperatura); T(A) constituye el conjunto de términos que refieren a la temperatura (fría, normal, baja, etc); U es el universo de discurso de la variable, el cual referencia a los posibles valores que esta puede tomar (por ejemplo, entre 0 y 250 grados centígrados para un horno industrial); G es una regla sintáctica que permite generar las sentencias correctas en A; y M(x) es una función semántica que asigna significado a los posibles valores de la variable (función de pertenencia) [6].

Las funciones de pertenencia de un conjunto borroso consiste en un conjunto de pares ordenados  $F = \{(x, \mu_F(x))/x \in U\}$  si la variable es discreta, o una función continua si no lo es. Donde el valor de  $\mu_F(x)$  representa el nivel en que el valor u de U está incluido en el concepto representado por la etiqueta F [7].

Para las funciones de pertenencia, es común que se usen determinadas familias de forma estándar, que coinciden con el significado lingüístico de las etiquetas más usadas en el campo. En este sentido, funciones de tipo triangular, trapezoidal, singleton y sigmoïdal, entre otras, son las más utilizadas. En la figura 6 se muestra un ejemplo de función triangular para la variable lingüística temperatura del cuerpo humano.

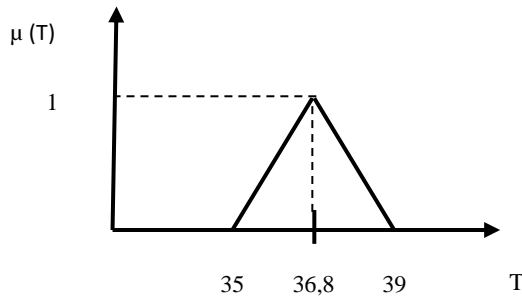


Figura 6: Función de pertenencia triangular para variable temperatura del cuerpo humano

Esta clase de función resulta apropiada en situaciones en las que se posee un valor óptimo central, el cual se va perdiendo conforme se aleja del mismo. Por ejemplo, un valor aceptable para la variable temperatura del cuerpo humano podría ser de 36,8 grados, siendo que por debajo de 35 o superior a 39 puede considerarse como peligrosa. En otros términos, lo que se desea significar, es que el grado de pertenencia al conjunto de temperaturas seguras en el cuerpo humano de valores menores o iguales a 35, o mayores o iguales a 39, son iguales a cero.

### 3. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Una de las principales aplicaciones de la lógica borrosa es el diseño de sistemas de control borroso; los cuales, a partir de ciertas entradas generen respuestas que actúen sobre determinados mecanismos. Estos sistemas se diseñan en base a elementos y conceptos centrales de la lógica borrosa.

La anatomía clásica de un sistema de control borroso está conformada por tres fases fundamentales; a saber:

A) Fase de *Fuzzificación de las Entradas*: las entradas al sistema son valores nítidos (llamados “crisp” en el contexto de la lógica difusa); y mediante este proceso de fuzzificación, se convierten en valores lingüísticos (difusos) que constituyen las etiquetas de las funciones de pertenencia representadas por conjuntos difusos. En aplicaciones de ingeniería y control industrial, es normal que las entradas se obtengan del estado de los sensores en determinados instantes. De este modo, se necesita convertirlas a conjuntos difusos modelándolas como “singleton” para llevar a cabo la inferencia.

B) Fase de *Evaluación de las Reglas de Control*: es sabido que en los sistemas de control basados en lógica borrosa no es preciso conocer un modelo matemático del sistema real; dado que este se puede visualizar como una caja negra a la cual se le suministran entradas, y por medio del sistema la planta genera la salida deseada. En el control convencional sí se precisa conocer la planta del sistema. Determinadas las variables lingüísticas representadas por sus funciones de pertenencia, se establecen reglas de control empíricas que modelan aspectos cualitativos del conocimiento humano y establecen la acción de control que se va a ejecutar. Estas reglas se confeccionan con la asistencia de la experticia de un ser humano y poseen la estructura “SI antecedente – ENTONCES consecuente” de un sistema experto clásico; donde tanto el antecedente como el consecuente pertenecen a conjuntos borrosos. Un ejemplo clásico de una regla de inferencia difusa sería:

*“Si hay obstáculo a la derecha entonces girar a la izquierda”*

En el ámbito de ejecución de esta fase, el sistema determina cuales son las reglas que se activan en forma paralela generando una consecuencia. Es decir, se le asigna un grado de pertenencia a un conjunto difuso que caracteriza a dichas salidas.

C) Fase de *Desfuzzificación de las Salidas*: esta fase constituye la herramienta que permite obtener la acción de control nítida a partir de una acción de control difusa. Es decir, se pasa el grado de pertenencia provisto por el consecuente de la regla de inferencia a un valor real. Para llevar a cabo esta acción, es preciso haber sintonizado las funciones de pertenencia de cada una de las salidas para lograr un valor cuantificable. Existen diversas técnicas para desfuzzificar las salidas borrosas; siendo la más utilizada la del centro de gravedad o de área, que es la empleada en el caso de estudio. En aplicaciones de ingeniería de control las salidas constituyen importantes valores para los efectores (voltaje a generar, velocidad de giro del rotor, etc).

En figura 7 se muestra la arquitectura de funcionamiento para un sistema de control difuso con las tres fases descritas.

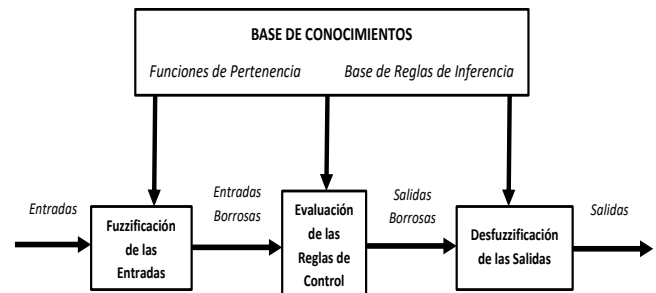


Figura 7: Arquitectura de un Sistema de Control Borroso

La base de conocimientos almacena toda la información de la aplicación que se va a controlar; tal como las funciones de pertenencia que definen los términos lingüísticos y la base de reglas para controlar las variables. Asimismo, la base de reglas caracteriza las metas de control y el criterio de los expertos para realizar el control mediante el uso de las proposiciones.

### 4. SOLUCIÓN PROPUESTA – ANÁLISIS DE CASO

En base a conceptos descriptos en las secciones que anteceden, se propone el diseño de un sistema de control borroso para regular la temperatura (T) de operación de un horno industrial. El horno posee los siguientes elementos:

- Un sensor que lee valores de temperatura cada 30 segundos.
- Una resistencia para calentar el interior del horno, cuya temperatura se controla por medio de un voltaje de aplicación.

Este sistema tiene dos variables de entrada y una de salida.

Las variables de entrada se caracterizan de esta manera:

**Error de Temperatura ( $E_R$ ):** refiere a la diferencia entre la temperatura actual que lee el sensor y la temperatura deseada.

**Variación de Temperatura ( $\Delta T$ ):** refiere a la diferencia entre la temperatura actual que lee el sensor y la temperatura anterior leída 30 segundos antes; es decir, significa la velocidad de variación de la temperatura interior del horno en 30 segundos.

La variable de salida se caracteriza de la siguiente manera:

**Voltaje de Aplicación ( $V_{AP}$ ):** refiere a la cantidad de voltaje que se debe aplicar en la resistencia para controlar la temperatura.

Se asume que los valores de las variables lingüísticas están normalizados, y se llaman  $x$  en las funciones de pertenencia.

A) **Fuzzificación de las Entradas:** la fuzzificación de una entrada es el proceso por el cual se calcula su nivel de pertenencia a uno o varios de los conjuntos difusos en que se particiona el rango de valores posibles para dicha entrada. Para cada variable de entrada se analizan los siguientes elementos: 1) Denominación de la Variable Lingüística, 2) Universo de Discurso, 3) Conjuntos Difusos y 4) Función de Pertenencia.

Variable de Entrada ( $E_R$ ):

1) Error de Temperatura; 2) se considera como universo de discurso el conjunto de los números reales; sin imponer a priori, ningún rango de valores válidos; 3) se considera en base al juicio de expertos que el dominio de errores de temperatura posibles se puede subdividir en tres conjuntos borrosos: negativo, cero y positivo. Por lo tanto: si  $E_R < 0 \rightarrow T_{ACTUAL} < T_{DESADA}$ , si  $E_R = 0 \rightarrow T_{ACTUAL} = T_{DESADA}$  y si  $E_R > 0 \rightarrow T_{ACTUAL} > T_{DESADA}$ ; 4) el juicio de los expertos sugiere el uso de una función de pertenencia de tipo triangular en el intervalo  $[-1, 1]$  con un valor óptimo central de 0 para  $E_R$ . Esto significa que valores de  $E_R$  dentro de este intervalo, tendrán diferentes grados de pertenencia al conjunto difuso cero (es decir,  $\mu_{ER} = 0$ ), el cual varía de acuerdo a dos funciones lineales, como se observa en figura 8. Para el conjunto difuso negativo (es decir,  $\mu_{ER} < 0$ ) es constante e igual 1 para valores de  $E_R$  en el intervalo  $(-\infty, -1]$  y decrece linealmente hasta 0 en  $[-1, 0]$ ; donde se observa una figura de solapamiento triangular entre los conjuntos difusos  $\mu_{ER} = 0$  y  $\mu_{ER} < 0$ . De esta forma, un valor de  $E_R$  en  $[-1, 0]$ , pertenece en un grado al conjunto difuso negativo y en otro al conjunto  $\mu_{ER} = 0$ . Por su parte, el conjunto difuso positivo (es decir,  $\mu_{ER} > 0$ ) crece en forma lineal en el intervalo  $[0, 1]$  (solapándose con el conjunto  $\mu_{ER} = 0$ ), para luego ser constante e igual a 1 en el intervalo  $[1, +\infty)$ .

$$\mu_{ER}(x) = \begin{cases} 1 & \text{Si } (-\infty < x \leq -1) \\ -x & \text{Si } [-1 \leq x \leq 0] \\ x+1 & \text{Si } [-1 \leq x \leq 0] \\ -x+1 & \text{Si } [0 \leq x \leq 1] \\ x & \text{Si } [0 \leq x \leq 1] \\ 1 & \text{Si } [1 \leq x < +\infty) \end{cases}$$

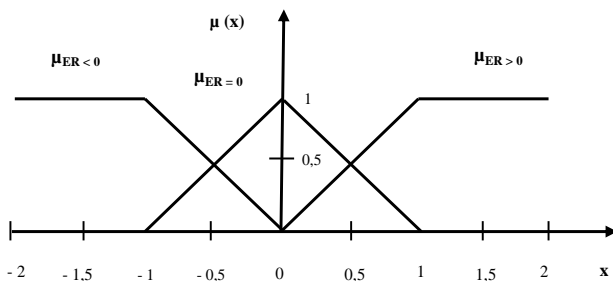


Figura 8: Función de pertenencia para la variable lingüística  $E_R$

Variable de Entrada ( $\Delta T$ ):

1) Variación de Temperatura; 2) se considera como universo de discurso el conjunto de los números reales; sin imponer a priori, ningún rango de valores válidos; 3) se considera en base al juicio de expertos que el dominio de variaciones de temperatura posibles se puede subdividir en tres conjuntos borrosos: negativo, cero y positivo. Por lo tanto: si  $\Delta T < 0 \rightarrow T_{ACTUAL} < T_{ANTERIOR}$ , si  $\Delta T = 0 \rightarrow T_{ACTUAL} = T_{ANTERIOR}$  y si  $\Delta T > 0 \rightarrow T_{ACTUAL} > T_{ANTERIOR}$ ; 4) con similar criterio que para la variable  $E_R$ , los expertos también sugieren para esta variable el uso de una función de pertenencia  $\mu_{\Delta T}$  de tipo triangular con dos funciones lineales, pero acotada ésta en el intervalo  $[-0.5, 0.5]$  con un valor óptimo central de 0 para  $\Delta T$ . Si  $\Delta T$  adopta valores menores a  $-0.5$ ;  $\mu_{\Delta T}$  es constante e igual a 1 hasta  $-0.5$  y luego decrece linealmente hasta 0 en  $[-0.5, 0]$ . Aquí se observa una figura de solapamiento triangular entre los conjuntos difusos  $\mu_{\Delta T} = 0$  y  $\mu_{\Delta T} < 0$ . Si  $\Delta T$  adopta valores mayores a  $+0.5$ ;  $\mu_{\Delta T}$  crece linealmente en el intervalo  $[0, 0.5]$  (solapándose con el conjunto  $\mu_{\Delta T} = 0$ ), para luego ser constante e igual a 1 en el intervalo  $[0.5, +\infty)$ . Se detalla la ley de variación de la función de pertenencia  $\mu_{\Delta T}$  y su correspondiente gráfica en figura 9.

$$\mu_{\Delta T}(x) = \begin{cases} 1 & \text{Si } (-\infty < x \leq -0.5) \\ -2x & \text{Si } [-0.5 \leq x \leq 0] \\ 2x+1 & \text{Si } [-0.5 \leq x \leq 0] \\ -2x+1 & \text{Si } [0 \leq x \leq 0.5] \\ 2x & \text{Si } [0 \leq x \leq 0.5] \\ 1 & \text{Si } [0.5 \leq x < +\infty) \end{cases}$$

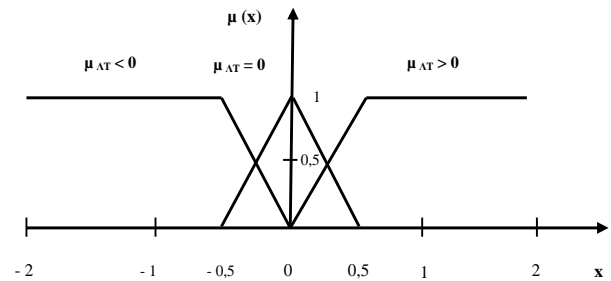


Figura 9: Función de pertenencia para la variable lingüística  $\Delta T$

B) **Evaluación de las Reglas de Control:** en esta fase se crea la base de reglas de control, las cuales poseen la estructura "SI antecedente – ENTONCES consecuente". Para ello, es preciso definir los conjuntos difusos para la variable de salida (voltaje de aplicación) de igual forma que con las variables de entrada.

Variable de Salida ( $V_{AP}$ ):

1) Voltaje de Aplicación; 2) se considera como universo de discurso el intervalo de números reales  $[-1, +1]$ ; 3) los expertos juzgan suficiente tres conjuntos borrosos como subdivisión del dominio  $V_{AP}$ : bajar, mantener y subir el voltaje. En definitiva, con la asistencia de los expertos se arriba a la siguiente ley de variación de la función de pertenencia

$\mu_{VAP}$  y su correspondiente gráfica en figura 10.

$$\mu_{VAP}(x) = \begin{cases} 1 & \text{Si } [-1 \leq x \leq -0.5] \\ -2x & \text{Si } [-0.5 \leq x \leq 0] \\ 2x+1 & \text{Si } [-0.5 \leq x \leq 0] \\ -2x+1 & \text{Si } [0 \leq x \leq 0.5] \\ 2x & \text{Si } [0 \leq x \leq 0.5] \\ 1 & \text{Si } [0.5 \leq x \leq +1] \end{cases}$$

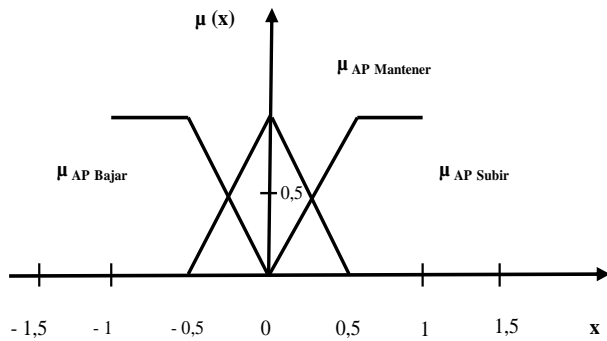


Figura 10: Función de pertenencia para la variable lingüística  $V_{AP}$

Con la fuzzificación de la variable de salida, se crean las reglas que los expertos consideran adecuadas para el control del horno.

R1: Si  $E_R = \mu_{E_R < 0}$  Y  $\Delta T = \mu_{\Delta T < 0}$

Entonces  $V_{AP} = \mu_{V_{AP} SUBIR}$

R2: Si  $E_R = \mu_{E_R < 0}$  Y  $\Delta T = \mu_{\Delta T = 0}$

Entonces  $V_{AP} = \mu_{V_{AP} SUBIR}$

R3: Si  $E_R = \mu_{E_R < 0}$  Y  $\Delta T = \mu_{\Delta T > 0}$

Entonces  $V_{AP} = \mu_{V_{AP} MANTENER}$

R4: R2: Si  $E_R = \mu_{E_R = 0}$  Y  $\Delta T = \mu_{\Delta T < 0}$

Entonces  $V_{AP} = \mu_{V_{AP} SUBIR}$

R5: Si  $E_R = \mu_{E_R = 0}$  Y  $\Delta T = \mu_{\Delta T = 0}$

Entonces  $V_{AP} = \mu_{V_{AP} MANTENER}$

R6: Si  $E_R = \mu_{E_R = 0}$  Y  $\Delta T = \mu_{\Delta T > 0}$

Entonces  $V_{AP} = \mu_{V_{AP} BAJAR}$

R7: Si  $E_R = \mu_{E_R > 0}$  Y  $\Delta T = \mu_{\Delta T < 0}$

Entonces  $V_{AP} = \mu_{V_{AP} MANTENER}$

R8: Si  $E_R = \mu_{E_R > 0}$  Y  $\Delta T = \mu_{\Delta T = 0}$

Entonces  $V_{AP} = \mu_{V_{AP} BAJAR}$

R9: Si  $E_R = \mu_{E_R > 0}$  Y  $\Delta T = \mu_{\Delta T > 0}$

Entonces  $V_{AP} = \mu_{V_{AP} BAJAR}$

Estas reglas se presentan en forma de matriz de reglas difusas en figura 11; que relacionan las variables de entrada ( $E_R$  y  $\Delta T$ ) con la variable de salida ( $V_{AP}$ ), la cual regula el comportamiento de los actuadores a la salida del sistema.

		$E_R$		
		$\mu_{E_R < 0}$	$\mu_{E_R = 0}$	$\mu_{E_R > 0}$
$\Delta T$	$\mu_{\Delta T < 0}$	$\mu_{V_{AP} SUBIR}$	$\mu_{V_{AP} SUBIR}$	$\mu_{V_{AP} MANTENER}$
	$\mu_{\Delta T = 0}$	$\mu_{V_{AP} SUBIR}$	$\mu_{V_{AP} MANTENER}$	$\mu_{V_{AP} BAJAR}$
	$\mu_{\Delta T > 0}$	$\mu_{V_{AP} MANTENER}$	$\mu_{V_{AP} BAJAR}$	$\mu_{V_{AP} BAJAR}$

Figura 11: Matriz de reglas difusas para el horno industrial

Se realiza la inferencia para valores nítidos de entrada al sistema; contemplando dos etapas en el proceso de inferencia:

I) Valoración del antecedente de cada regla que se activa: cada regla posee dos antecedentes conectados por la operación lógica AND; por lo que se aplica el producto lógico borroso o *T - Norma* (mínimo de ambos valores). Se ingresan al sistema los siguientes valores de entrada:  $E_R = -0,5$  y  $\Delta T = 0,7$ .

Para  $E_R = -0,5$  se activarían las reglas en las que  $E_R$  tiene pertenencia a  $\mu_{E_R < 0}$  y a  $\mu_{E_R = 0}$ ; dado que se cumple:

$$\mu_{E_R < 0}(-0,5) = 0,5; \mu_{E_R = 0}(-0,5) = 0,5 \text{ y } \mu_{E_R > 0}(-0,5) = 0$$

Para  $\Delta T = 0,7$  se activarían las reglas en las que  $\Delta T$  tiene pertenencia a  $\mu_{\Delta T = 0}$ ; dado que se cumple:

$$\mu_{\Delta T < 0}(0,7) = 0; \mu_{\Delta T = 0}(0,7) = 0 \text{ y } \mu_{\Delta T > 0}(0,7) = 1$$

Como se deben cumplir ambos antecedentes (conectados por un AND), se activan las reglas R3 y R6:

R3: Si  $E_R = \mu_{E_R < 0}$  Y  $\Delta T = \mu_{\Delta T > 0}$

Entonces  $V_{AP} = \mu_{V_{AP} MANTENER}$

R6: Si  $E_R = \mu_{E_R = 0}$  Y  $\Delta T = \mu_{\Delta T > 0}$

Entonces  $V_{AP} = \mu_{V_{AP} BAJAR}$

Se observa que ambas reglas por separado pueden poseer consecuentes diferentes.

En la regla R3 el antecedente está formado por los valores  $\mu_{E_R < 0}(-0,5) = 0,5$  y  $\mu_{\Delta T > 0}(0,7) = 1$  vinculados por la conectiva lógica AND; por lo que se adopta el valor mínimo 0,5.

En la regla R6 el antecedente está formado por los valores  $\mu_{E_R = 0}(-0,5) = 0,5$  y  $\mu_{\Delta T > 0}(0,7) = 1$  vinculados por la conectiva lógica AND; por lo que se adopta el valor mínimo 0,5 (se aplica el producto lógico borroso).

II) Obtención del consecuente de cada regla que se activa: a cada regla  $R_i$  (*Antecedente, Consecuente*) se le vincula un *peso* coincidente con el grado de pertenencia de la entrada al conjunto indicado en el antecedente; mediante este peso, se establece el grado de pertenencia de la variable de salida. En el presente caso, las dos reglas R1 y R3 tienen el mismo peso asociado de 0,5. Por consiguiente, para R3 es  $\mu_{V_{AP} MANTENER} = 0,5$  y para R6 es  $\mu_{V_{AP} BAJAR} = 0,5$ .

*Desfuzzificación de las Salidas:* para las reglas R3 y R6 se calcula el consecuente de cada una. En lógica difusa, la conectiva de implicación (ENTONCES) es el mínimo entre el valor del antecedente y del consecuente (implicador de Mamdani  $\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$ ). En el presente problema, el mínimo antecedente es 0,5 para R3 y R6; siendo este el valor del grado de pertenencia de  $V_{AP}$  para los dos conjuntos difusos que se activan en los consecuentes ( $\mu_{V_{AP} MANTENER} = 0,5$  y para R6 es  $\mu_{V_{AP} BAJAR} = 0,5$ ). Por lo tanto, la variable de salida  $\mu_{V_{AP}}$  se trunca a 0,5 para las funciones de pertenencia  $\mu_{V_{AP} MANTENER}$  y  $\mu_{V_{AP} BAJAR} = 0,5$ ; cuyas leyes son:

$$\mu_{V_{AP} BAJAR}(x) = \begin{cases} 0,5 & \text{Si } [-1 < x < -0,25] \\ -2x & \text{Si } [-0,25 < x < 0] \end{cases}$$

$$\mu_{V_{AP} MANTENER}(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{Si } [-0,5 \leq x \leq -0,25] \\ 0,5 & \text{Si } [-0,25 \leq x \leq 0,25] \\ -2x + 1 & \text{Si } [0,25 \leq x \leq 0,5] \end{cases}$$

Obtenidos ambos consecuentes para las reglas R3 y R6 en forma de función de pertenencia y cuyas gráficas se representan en figuras 12 y 13, se obtiene un consecuente final agregando ambas conclusiones en una sola. Por lo tanto, para llegar a la función de pertenencia truncada global ( $\mu_{V_{AP} TRUNCADA}$ ) se combinan ambas como una suma lógica borrosa (*T - Conorma* descrito en sección 2.1). Usando de *T - Conorma* la función máxima, se obtiene el consecuente  $\mu_{V_{AP} TRUNCADA}$ , cuya gráfica se representa en figura 14. Con estos dos elementos se traduce este consecuente difuso en un valor nítido de la variable de salida  $V_{AP}$ , el cual representa el voltaje de control a aplicar en la resistencia del horno. Para ello se hace uso del método del centroide, que consiste en hallar el centro del área definida por el conjunto del consecuente difuso  $\mu_{V_{AP} TRUNCADA}$ .

$$\mu_{VAP\ TRUNCADA}(x) = \begin{cases} 0,5 & \text{Si } [-1 < x < 0,25] \\ -2x + 1 & \text{Si } [0,25 < x < 0,5] \end{cases}$$

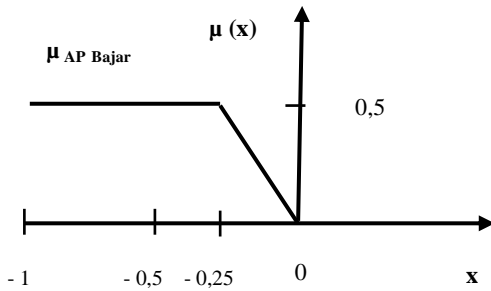


Figura 12: Función de pertenencia  $\mu_{VAP\ BAJAR}$  truncada A 0,5

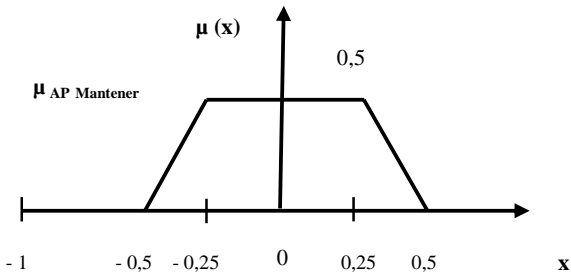


Figura 13: Función de pertenencia  $\mu_{VAP\ MANTENER}$  truncada A 0,5

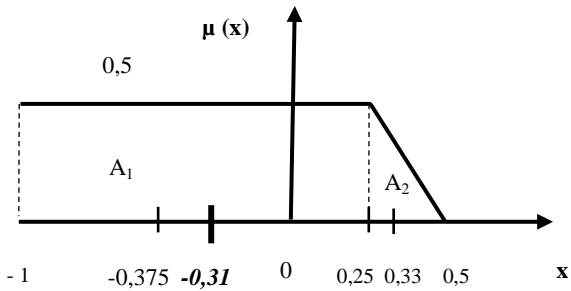


Figura 14: Función de pertenencia global  $\mu_{VAP\ TRUNCADA}$

Los valores  $X_{c1} = -0,375$  y  $X_{c2} = 0,33$  de figura 14, son los centros de las áreas  $A_1$  y  $A_2$  respectivamente. Los valores de ambas áreas son:  $A_1 = 1,25 \times 0,5 = 0,625$  y  $A_2 = 0,5 \times (0,5 - 0,25) / 2 = 0,0625$ . El centro del área del conjunto difuso  $\mu_{VAP\ TRUNCADA}$  se obtiene:

$$X_{CA} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \times X_{ci}}{\sum_{i=1}^n A_i} = \frac{A_1 \times X_{c1} + A_2 \times X_{c2}}{A_1 + A_2}$$

$$X_{CA} = \frac{0,625 \times (-0,375) + 0,0625 \times 0,33}{0,625 + 0,0625} = -0,31$$

El voltaje a aplicar en la resistencia del horno industrial es de -0,31 (figura 14); de acuerdo a los datos nítidos de las variables de entrada ( $E_R = -0,5$  y  $\Delta T = 0,7$ ) y a las fases implementadas.

## 5. CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Algunas conclusiones son: 1) el problema analizado se enmarca en el módulo de SD de sistemas inteligentes aplicados a la ingeniería. 2) se propone el diseño de un sistema de control borroso en base a conceptos centrales de la lógica borrosa y bajo su anatomía clásica conforme a sus tres fases fundamentales: fuzzificación de las entradas, evaluación de las reglas de control y desfuzzificación de las salidas. 3) se hace uso del juicio de los expertos en el dominio de aplicación, para la confección de las funciones de pertenencia y de las reglas que gobiernan el control del sistema. En lo que respecta a la discusión de resultados: 1) se destaca la importancia de la variabilidad de los resultados que se obtengan en función de los valores nítidos de entrada al sistema; dado que varía la interpretación física de la variable nítida de salida. 2) en línea con el punto anterior, el valor concreto de salida -0,31 sugiere una disminución del voltaje a aplicar en la resistencia del horno; lo que es lógico si se analizan los grados de pertenencia en las funciones lingüísticas de  $E_R$  y  $\Delta T$ , dados por los antecedentes en las reglas R3 y R6. 3) continuando con este análisis, para  $E_R = -0,5$  las premisas de ambas reglas arrojan el mismo nivel de pertenencia para la variable  $E_R$  ( $\mu_{E_R < 0}(-0,5) = 0,5$  y  $\mu_{E_R = 0}(-0,5) = 0,5$ ), pero combinados con incrementos de temperatura ( $\Delta T = 0,7$ ) que proporcionan el nivel de pertenencia  $\mu_{\Delta T > 0}(0,7) = 1$  en ambos antecedentes, es aceptable que el valor de salida -0,31 posea un grado de pertenencia levemente mayor al conjunto difuso  $\mu_{VAP\ BAJAR}$  que al de  $\mu_{VAP\ MANTENER}$ . 4) Esta conclusión se puede observar en figura 10 que ilustra la función de pertenencia para la variable lingüística  $V_{AP}$ , entendiendo que los altos valores de incremento de temperatura ( $\Delta T = 0,7$  que proporcionan  $\mu_{\Delta T > 0}(0,7) = 1$ ), reflejan esta idea.

## 6. FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

Se está trabajando en las siguientes líneas de investigación: I) trabajar con valores de entrada representados por conjuntos difusos. II) hacer uso de controladores difusos para controlar condiciones ambientales incorporando microprocesadores de la familia PIC. III) optimizar el diseño de sistemas de control borroso mediante algoritmos de aprendizaje del campo de la inteligencia artificial (algoritmos genéticos, retropropagación, entre otros). IV) se está trabajando en el análisis de la respuesta del sistema ante un cambio brusco de condiciones, a los efectos de visualizar el error de temperatura en función de tiempo.

## 7. REFERENCIAS

- [1] Martín del Brío, B., "Redes neuronales y Sistemas Borrosos". Ed. Alfaomega, España, 2007.
- [2] Escolano, F., "Inteligencia Artificial". Ed. Thomson 2004.
- [3] Ponce Cruz, P., "Inteligencia Artificial Ed. Alfaomega, España, 2007.
- [4] Zadeth, L., "Fuzzy Logic, neural networks and soft computing". Communications of the ACM, 3, 3, 1994.
- [5] Hiler, J. R.; Martínez, V. J. (2000) "Redes Neuronales Artificiales. Fundamentos, modelos y aplicaciones", Ed. Alfaomega Ra-Ma. Madrid, España.
- [6] Santos, R. Duro, "Evolución Artificial y Robótica Autónoma", Ed. Alfaomega – Ra-Ma, México 2005.
- [7] A. García Serrano, "Inteligencia Artificial. Fundamentos, práctica y aplicaciones", Alfaomega, México 2012.