

## 4 Teoría, modelos y analogías

Guillermo Cuadrado; Julio Ortigala; Luis Gómez

**Resumen:** El propósito de este trabajo es comunicar ciertas pautas generales del proceso de modelado, así como los componentes de un modelo y su construcción, usando como marco epistemológico la visión semántica de las teorías. El método usado para obtener la información consistió en el análisis lógico y epistemológico de textos especializados. Se encontró que una de las funciones que cumplen los modelos es facilitar el ingreso a la actividad científica, en particular en la ingeniería. Este estudio permite concluir que analizar ejemplos con la ayuda de conceptos y de relaciones desarrolla en los alumnos habilidades de abstracción y resolución de problemas. Además, también se concluye que los modelos facilitan la comprensión de la teoría, explicitando sus significados y advirtiendo sobre sus posibilidades de uso.

**Palabras claves:** modelo, teoría, analogía, visión semántica, estructura

En la formación de ingenieros se destaca el conocimiento de la relación entre la teoría y sus modelos, aspecto que también ocupa un rol central en la epistemología contemporánea. Ésta última ofrece un punto de vista llamado '*visión semántica*', que permite comprender claramente cómo es la articulación entre teoría y modelos.

Antes de los años 1960 predominaba la *visión sintáctica* de la ciencia, que sostenía que las teorías científicas eran conjuntos de leyes generales, vinculadas por relaciones de deducibilidad. Pero, a partir de los años 1960, gracias a los trabajos de Patrick Suppes, los modelos científicos pasaron a desempeñar un rol preponderante, generando la aparición de la *visión semántica* de las teorías, considerada actualmente la visión dominante. En ésta las teorías científicas están formadas por conjuntos de modelos, que son los objetos que satisfacen los axiomas de la teoría. Aquí *satisfacer* significa que la teoría es explicativa para una porción de realidad representada por el modelo, que es una estructura no vacía de objetos y de relaciones entre ellos. Ciertamente, en una concepción realista de las teorías científicas se diría que, además de explicativa, es verdadera. En cambio si la posición es instrumentalista se la calificaría como 'explicativa' solamente.

La visión semántica tiene a P. Suppes, F. Suppe, B. van Fraassen, W. Stegmüller, U. Moulines, W. Balzer y R. Giere entre sus impulsores más notables. Cabe recordar que la *visión sintáctica*, también conocida como ‘concepción heredada’ o ‘concepción analítica clásica’, tuvo dificultades para reconstruir las teorías empíricas formalizando sus axiomas con lógicas de predicados de primer orden. En cambio Suppes salvó la dificultad axiomatizando con la teoría informal de conjuntos. De este modo introdujo en el campo empírico lo que el grupo Bourbaki había hecho con éxito en Matemática. También propuso que una teoría empírica formalizada con predicados conjuntistas tiene que tener al menos una interpretación adecuada o *modelo*. Éste último es un objeto semiótico construido a partir de idealizaciones de un sistema fáctico.

La ingeniería es una actividad orientada a transformar la realidad y para lograrlo busca los fundamentos en la ciencia, cuyo propósito es conocer esa realidad. En la mayoría de las teorías usadas en las carreras de ingeniería ese conocimiento está codificado en modelos científicos, cuya dualidad matemático-empírica proviene de la tradición galileana de la ciencia. La *visión semántica* concibe los modelos de un modo, que a juicio de los autores, es muy conveniente para formar ingenieros.

Por cierto, este trabajo se ubica en la línea de investigación de resolución de problemas en ingeniería, dentro de un campo de aplicación orientado a desarrollar metodologías educativas para la ingeniería, con fundamentos en la epistemología contemporánea. El propósito de esta contribución es informar las relaciones entre teoría y modelos, con cierto énfasis en la *visión semántica* y analizar las posibilidades de aprendizaje que ofrecen para la ingeniería.

Los modelos cumplen muchas funciones en la actividad científica, una de ellas es facilitar el ingreso a la misma y por ese motivo se evalúa que tienen un potencial educativo importante en ingeniería. Esta comunicación está organizada para presentar los conceptos de *teoría*, *modelo* y *analogía*, con énfasis en la visión semántica de las teorías. Además se muestran las pautas generales del proceso de modelado, las componentes y la construcción de un

modelo, competencia muy apreciada en la formación de ingenieros.

### **Teorías, modelos y analogías**

Runes (1985, 336) presenta diversas acepciones para el término '*teoría*': gr. *theoría*, visión; aspecto hipotético universal de cualquier cosa; abstracción de toda práctica; principio del que procede la práctica; conocimiento sistemáticamente organizado de generalidad relativamente alta (como opuesto a leyes y observaciones). Por otra parte, Agazzi (1978, 97-100) sostiene que una teoría es la formulación de una totalidad compleja de conocimientos sobre cierto ámbito de la realidad, llamado el '*objeto*' de la teoría. Por cierto, el hecho de que una teoría sea la formulación de ciertos conocimientos pone en evidencia que la misma es un *lenguaje*. En efecto, se trata de un lenguaje que habla de cierta realidad, referida a un conjunto de objetos, con propiedades y relaciones definibles sobre sus elementos. Cabe aclarar que, si el lenguaje se refiriera sólo a los objetos, contendría sólo los nombres necesarios para designarlos, pero como además debe referirse a propiedades y relaciones, también necesita expresiones para ese propósito. Dicho sucintamente, una teoría no se limita a nombrar sus objetos, también pretende tratar sus propiedades y relaciones.

Dentro de la *visión semántica* se acepta que una teoría es un *objeto semiótico* que se usa para explicar *algo* distinto de ella misma y que *alguien* la utiliza para explicar ese *algo* (Moulines: 1991, 191). En este sentido, existen al menos dos cosas externas a la teoría: el usuario y el campo de aplicación. Una teoría se denomina '*formal*' cuando el campo de aplicación contiene sólo signos con significados formales y sin vínculo con la realidad; en cambio una teoría *empírica* sí tiene vínculos con entidades reales, externas a la teoría.

Las teorías pueden analizarse usando las categorías de Frege de función y objeto. Los *objetos* son entidades saturadas, esto es, cerradas en sí mismas, en contraposición a las *funciones* que son incompletas o insaturadas. Así, por ejemplo, el objeto '*Buenos Aires*' satura la expresión incompleta '*... es la capital de Argentina*' y forma con ella una proposición que es el nombre de un hecho, que es un objeto más complejo. Con esta idea como base, la

*visión semántica* concibe las teorías como *funciones* que se satisfacen con sus *modelos*. Además, si un mismo juego de modelos satisface a dos juegos de axiomas, significa que se trata de la misma teoría con dos formulaciones distintas (Moulines: 1982, 204 y 332).

En la *visión semántica*, las teorías científicas no son ni verdaderas ni falsas, por ser objetos incompletos. Por otra parte, cuando un científico afirma que un *modelo empírico* satisface las *funciones* o *predicados* de la teoría, la verdad o la falsedad, se convierten en una responsabilidad que recae sobre él mismo. Así por ejemplo la *Mecánica newtoniana de partículas* tiene tres leyes que son sus funciones o predicados, el *sistema solar* satisface las tres, el *sistema tierra-luna* también las satisface, pero no ocurre lo mismo con el *crecimiento de un árbol*. De esta manera, los dos primeros son *modelos* de la *Mecánica newtoniana de partículas*, mientras que el último no lo es. Desde el punto de vista lógico un modelo es una interpretación semántica que hace verdadero un sistema de axiomas, que suele ser la teoría (Echeverría: 1999, 57).

Agazzi (1978, 294-299) sostiene que en los modelos se recurre a la analogía, utilizando sólo una parte de las propiedades de la entidad usada para formularla, llamada '*analogado*'. Las otras propiedades se desestiman, incluso pueden llegar a producir desviaciones. Así, por ejemplo:

- \* El análisis de procesos estadístico mediante esquemas en los que se extraen objetos de una urna, es un caso de analogía, en ellos el empleo de urnas, bolas coloreadas y cosa similares, no cuenta, lo importante son las hipótesis que se establecen acerca de las urnas imaginarias, la proporción de bolas de color o modalidades de extracción.
- \* El éter se concebía por analogía como un fluido que llenaba todo en el universo. Esta analogía servía para explicar como se propagaban muchos fenómenos de un lugar a otro del universo. Sin embargo, la analogía tenía un punto débil, en los fluidos las ondas sólo se propagan longitudinalmente, mientras que lo observado en las ondas luminosas era de naturaleza transversal. Luego, cuando se intentaba descartar la parte negativa de la analogía, se eliminaban aspectos positivos también. En definitiva, una de las principales

razones del fracaso del éter como modelo, fue la imposibilidad de separar claramente los aspectos positivos de los negativos.

- \* Carnot propuso para las máquinas térmicas un modelo que sigue una analogía fructífera. La forma en que una 'caída calórica', desde una fuente de alta temperatura hasta un foco de baja temperatura para accionar una máquina, es análoga a la forma de una caída de agua que acciona una rueda de aspas. Luego se descubrió que parte de esa 'caída calórica' es lo que se convierte en energía mecánica (Eisberg *et al.*: 1981, 919).

Agazzi aclara que la axiomatización de las teorías permite superar las dificultades de este tipo. Así, en lugar de usar un modelo análogo para comprender el comportamiento de una estructura empírica que se ignora parcialmente, el aspecto positivo del modelo se puede traducir en axiomas formales, sustituyendo los aspectos negativos por axiomas que se verifican en la realidad estudiada. Así ocurrió, con las ecuaciones de Maxwell. En un principio, éstas se tomaron como descripciones de oscilaciones en el éter. Sin embargo, después fueron concebidas como ecuaciones del campo electromagnético, que no presenta dificultades para la naturaleza transversal de las ondas electromagnéticas, que son irreconciliables con el modelo del éter, entendido como un fluido.

Corresponde advertir, que en la *visión semántica* una teoría ( $T$ ), tiene tres dimensiones: I) el *núcleo* ( $N$ ) o conjunto de funciones que forman las leyes de la teoría; II) el conjunto ( $M$ ) de *modelos* que satisfacen el núcleo y; III) los usuarios de la teoría ( $C$ ) (Moulines: 1991, 84-85, 113, 191).

$$T = \langle N, M, C \rangle$$

I. El *núcleo*  $N$  es el aspecto matemático que forma la estructura conceptual de la teoría, que luego se aplica a ciertas porciones de realidad. Está constituido por funciones en el sentido fregeano, es decir, son entidades incompletas. En consecuencia no describe hecho alguno y por ello no tiene sentido asignarle valores de verdad.

II. El *conjunto M de modelos o aplicaciones*, que es el aspecto semántico. Importa destacar que dentro de *M* existe el subconjunto  $M_0$  llamado '*conjunto de las aplicaciones paradigmáticas*', que son los primeros modelos descubiertos que corroboran la teoría. Por ejemplo Newton dio para su teoría: el sistema solar; los distintos subsistemas de éste último, como la tierra-luna o Júpiter y sus lunas; varios cometas; los movimientos del péndulo; los cuerpos en caída libre en las cercanías de la superficie de la tierra; las mareas y la caída libre de los cuerpos.

III. La *comunidad científica C*, son los usuarios de la teoría, constituye el aspecto pragmático de la misma. El grupo de personas dura más de una generación, sus miembros aplican un lenguaje científico específico y todos participan de técnicas de medición específicas, procedimientos de observación y de cálculo para contrastar sus hipótesis.

Esta visión de la teoría permite ver con claridad que un alumno de ingeniería es un postulante a ingresar a una comunidad científica que conoce varias teorías, de acuerdo con la especialidad. La pertenencia del alumno a esa comunidad aumenta en la medida que más modelos de esas teorías él conoce. De manera que la cantidad y calidad de modelos que el alumno conoce constituye una medida objetiva para evaluar su avance en la carrera.

Algunas de las ideas principales de *visión semántica* son (Quintanilla: 1978, 35-41; Moulines: 1982: 191; Balzer: 1997, 41-42):

- a) Las teorías empíricas se axiomatizan con la teoría intuitiva de conjuntos.
- b) Una teoría empírica se reconstruye formando una *estructura matemática con predicados conjuntistas*. Al mismo tiempo los *modelos o aplicaciones* satisfacen la estructura, así por ejemplo: el '*péndulo*' es un modelo o interpretación adecuada de la '*mecánica clásica de partículas*', que es su estructura teórica.
- c) Cada teoría empírica tiene tres componentes: uno formal o sintáctico (*núcleo*), otro semántico o empírico (*modelos*) y otro pragmático supone que un *usuario* de la teoría utiliza un modelo de ésta con algún propósito. Esto se puede ilustrar

con el caso de un ingeniero que usa el modelo de flexión pura, por ejemplo, para realizar una verificación rápida del cálculo de un eje.

- d) En un modelo, un término es teórico si presupone la *ley científica* característica de la teoría, caso contrario no lo es.
- e) En la *visión sintáctica* una teoría es un conjunto de enunciados vinculados por relaciones de deducibilidad, como ocurre con *Los Elementos* de Euclides. En cambio en la *visión semántica*, una teoría es una estructura (*núcleo*) que vincula al conjunto de sus *modelos*.
- f) La construcción de modelos matemáticos de los fenómenos implica el uso de representaciones como: fórmulas, sistemas de ecuaciones, gráficas, tablas, diagramas, simulaciones informáticas.
- g) La analogía o relación de *similitud* (homomorfismo o isomorfismo parcial) vincula los *modelos* (representaciones) con las *porciones de realidad estudiadas* (representados). Dicho brevemente, cada sistema real es similar a un modelo matemático de la teoría.
- h) La metodología de análisis y reconstrucción de las teorías es común para todas las ciencias.
- i) El principal objeto de estudio de la epistemología contemporánea son las teorías.

### **Modelación matemática:**

Los modelos matemáticos fueron propuestos por primera vez por Galileo. Éste desarrolló un método inductivo que integra la experimentación con la matemática; va de los efectos a la causa; define cada concepto físico como una hipótesis matemática, cuya comprobación se realiza luego mediante experimentos (Cortés Morató *et al.*, 1996). Además, el método galileano introduce simplificaciones o idealizaciones, como es el caso de los cuerpos que caen en el vacío o el ciclo de Carnot, que tiene barreras adiabáticas o el modelo de la mesa de billar para la teoría cinética de los gases. De este modo, las idealizaciones y la experimentación permiten la representación matemática del objeto de conocimiento, facilitando la aproximación gradual de su

comprensión, a la vez que ponen restricciones a la realidad (Agazzi, 1978: 27-29).

Cabe agregar que los modelos son representaciones que explican hechos reales con funciones. Son más esquemáticos y simples que los casos concretos porque sólo captan los aspectos que el constructor estima esenciales; éstos pueden ser los atributos más frecuentes o regulares, por ejemplo. Ahora bien, el proceso de modelado convierte los problemas reales, generalmente opacos por la cantidad de detalles de la realidad, en problemas matemáticos, más claros y sintéticos. Por lo general, un modelo surge de analizar un ejemplo y describirlo con funciones, de esta manera se consigue un conocimiento aceptable de la realidad estudiada (Ríos: 1995, 17).

Existen ciertas pautas generales que facilitan la construcción de modelos:

- 1) Los modelos son simplificaciones de la realidad, que se hacen teniendo en cuenta el propósito del constructor.
- 2) Para simplificar la realidad se introducen *hipótesis simplificadoras*, que luego se modifican para introducir grados de complejidad creciente.
- 3) El modelo es una síntesis que surge de aplicar el principio de superposición de los efectos. Éste último señala que los componentes de un sistema físico pueden estudiarse en forma independiente y luego superponer causas y efectos, pero es válido sólo para variables extensivas.
- 4) Hay que realizar ensayos para determinar el rango de validez del modelo.
- 5) La incertidumbre que introducen las simplificaciones se salvan usando coeficientes de seguridad.
- 6) Los cálculos del modelo predicen el comportamiento de la porción de realidad estudiada sólo si están dentro del rango ensayado.

Ledder (2006, 31-38) sostiene que los modelos matemáticos son conjuntos de ecuaciones que pretenden describir y predecir cuantitativamente fenómenos reales. Sólo representan un

aspecto simplificado de la realidad. Un modelo es exitoso cuando realiza predicciones acertadas y de esta manera confirma el conocimiento usado para elaborarlo.

### **Componentes del modelo matemático**

Los modelos tienen variables independientes y dependientes, constantes, parámetros y funciones de entrada. La variable independiente toma valores dentro de un rango, que es el dominio del problema. La variable dependiente cambia durante el problema. Las constantes son valores fijos de propiedades que no cambian. Los parámetros son aquellas propiedades que se mantienen en el dominio del modelo, pero pueden variar para una familia de problemas similares. Los parámetros son los componentes más importantes del modelo matemático.

### **Proceso de modelado**

La siguiente guía es sólo para orientar y puede haber pasos simultáneos.

1. Determinar el propósito del modelo. Éste a veces consiste en estudiar una familia de experimentos u observaciones relacionadas. Luego se busca determinar como diferencias en los detalles producen diferencias en los resultados.
2. Delinear el modelo conceptual que describe la situación idealizada.
3. Definir símbolos para representar variables constantes y parámetros.
4. Plantear las ecuaciones matemáticas que describen las relaciones que existen en el modelo conceptual.
5. Introducir simplificaciones definiendo nuevas cantidades en términos de las ya existentes o combinando ecuaciones.
6. Analizar el modelo con técnicas analíticas, gráficas y numéricas.
7. Criticar el modelo.

En el modelado se pueden distinguir tres aspectos:

El matemático o estructural que identifica ecuaciones o sistemas de éstas para construir modelos;

El *semántico* que busca modelos o escorzos de realidad que satisfacen las ecuaciones propuestas que están vinculadas al núcleo teórico alguna teoría.

El *pragmático* que muestra el uso de las teorías en el campo científico o en el ejercicio profesional como sistemas de representación que se pueden materializar en programas de simulación y que tienen el potencial para facilitar el acceso al conocimiento y la formación de recursos humanos en ciencia.

## **Conclusiones**

El proceso de axiomatización y reconstrucción de una teoría compacta y reorganiza la estructura de la información vinculada a la misma, lo que facilita su comprensión y transmisión. El método de analizar y comprender un ejemplo con la ayuda de conceptos y de relaciones tiene todo el potencial para desarrollar en los alumnos habilidades de abstracción y resolución de problemas.

Los modelos de aplicación, facilitan la comprensión de una teoría, porque explicitan sus significados y advierten sobre las posibilidades de uso.

## **Referencias:**

- Agazzi, E. (1978). *Temas y problemas de filosofía de la Física*. Barcelona: Herder.
- Balzer, W. (1997). *Teorías empíricas: modelos estructuras y ejemplos. Los elementos fundamentales de la Teoría Contemporánea de la Ciencia*. Madrid: Alianza.
- Cortés Morató, J. y Martínez Riu, A. (1996). *Diccionario de filosofía en CD-ROM*. Barcelona: Herder.
- Echeverría, J. (1999) *Introducción a la metodología de la ciencia. La filosofía de la ciencia en el siglo XX*. Madrid: Cátedra.
- Eisberg R. y Lerner L. (1984). *Física. Fundamentos y Aplicaciones. Vol. II*. México: Mc Graw Hill.
- Ledder, G. (2006). *Ecuaciones diferenciales. Un enfoque de modelado*. México: Mc Graw Hill.
- Moulines, C. Ulises (1982). *Exploraciones Metacientíficas*. Madrid: Alianza.

- Moulines, C. Ulises (1991). *Pluralidad y recursión. Estudios epistemológicos*. Madrid: Alianza.
- Quintanilla, M. Á. (1978). 'Semántica y Filosofía de la Ciencia' en: *El Basilisco*, N° 4, septiembre-octubre 1978. Oviedo: Fundación Gustavo Bueno.
- Ríos, Sixto (1995). *Modelización*. Madrid: Alianza.
- Runes, D. (Ed.) (1985.). *Diccionario de Filosofía*. 3ra. Ed. Barcelona: Grijalbo.
- Stegmüller, W. (1981). *La concepción estructuralista de las teorías. Un posible análogo para la ciencia física del programa de Bourbaki*. Madrid: Alianza.
- Suppes, P. (1979). *Introducción a la Lógica Simbólica*. México: Compañía Editorial Continental.

\*\*\*