

## 21 Una estrategia alternativa para el aprendizaje del Test de Hipótesis: Cartas de Control Estadístico de Procesos.

Julio Ortigala; Liliana Marconi;  
Guillermo Cuadrado; Sabrina Mori

**Resumen:** La Ciencia estadística tiene entre sus objetivos manejar información cuantitativa o cualitativa concerniente a individuos, grupos, series de hechos, y a partir de esta información realizar una descripción de la realidad (estadística descriptiva) y/o realizar inferencias sobre la población en estudio (estadística inferencial). Para conseguir estos objetivos realiza la recopilación, organización, presentación, análisis e interpretación de información con el fin de realizar una toma de decisión más efectiva. En este trabajo se presenta una estrategia para reforzar conceptos relacionados con el test de hipótesis que presentan dificultades de interpretación en los alumnos de ingeniería. La utilización de las cartas de control estadístico para la mejor comprensión de estos temas, ha resultado una herramienta significativa que permite que los alumnos puedan lograr un mejor conocimiento de las Pruebas de Hipótesis, que constituyen la base de la investigación científica y una interpretación más acabada de los llamados riesgos del productor y del consumidor.

**Palabras claves:** estadística, test de hipótesis, cartas de control, investigación

Las aplicaciones a diversos campos y/o disciplinas, convierten a la Estadística y La Teoría de la Probabilidad, en un área de potencial crecimiento, dadas sus variadas herramientas para la resolución de situaciones problemáticas. Su utilización es sumamente frecuente en la toma de decisiones en diversos campos de las ciencias, aplicadas a múltiples problemas: los económicos, (para estimar, por ejemplo, las ventas futuras de una empresa), los biológicos (probar la efectividad de una droga nueva), las industriales (controles de producción), los médicos e inclusive aquellos vinculados a las Ciencias de la Educación.

Específicamente en el campo de la ingeniería, la importancia de la estadística se ha manifestado plenamente en el desarrollo de las herramientas del control estadístico de procesos y la mejora continua. Muchas compañías han corroborado que la baja calidad

de un producto, tiene un gran efecto en la productividad global de la compañía, en el mercado, la posición competitiva, y finalmente, en la rentabilidad de la empresa. Mejorar los aspectos de calidad conlleva al éxito de la compañía. La estadística es un elemento decisivo en el incremento de la calidad, ya que las técnicas que ella provee, pueden emplearse para describir y comprender la variabilidad encontrada en productos y servicios.

Hoy día, el concepto de Control Estadístico de la Calidad puede considerarse plenamente incorporado al acervo empresarial. Se ha convertido en una actividad estratégica de las empresas, con la que pueden ganar nuevos mercados e incentivar su competitividad a nivel mundial.

Puede decirse que el Control estadístico de procesos es consustancial a la actividad de la empresa. No obstante, durante muchos años se desarrolló con criterios y aplicaciones dispares y su práctica fue ocasional e intuitiva. Su origen cronológico puede situarse en 1924 cuando el Dr. Walter A. Shewhart de Bell Telephone Laboratories desarrolló el concepto de carta de control estadístico. En la misma empresa se desarrollaron algunos de las herramientas más significativas del control estadístico de la calidad y no por casualidad la Bell se ha mantenido en los primeros lugares en cuanto a confiabilidad en los Estados Unidos y en esta empresa en lo concerniente a la fabricación; las tolerancias comienzan a contemplarse como estándares a superar y no como objetivos a conseguir. Las ventajas de este enfoque radican en su capacidad para mejorar procesos y prevenir la aparición de problemas.

El ingrediente básico en la nueva concepción del control de calidad es la utilización masiva del método científico –y, en concreto, de la estadística-, en la planificación de recogida y análisis de los datos necesarios para la toma de decisiones tendientes a mejorar todos los procesos. Un control de calidad del que no se deriven actuaciones constantes para el perfeccionamiento de los sistemas no es un control de calidad verdadero.

La extensión de los conceptos de calidad a todos los procesos de la empresa comporta una revolución en los métodos de gestión. La calidad es responsabilidad de todas las personas de la

empresa y no sólo del departamento de Control de Calidad. Para que este concepto no se quede en una mera exhortación, es necesario suministrar herramientas a todo el personal para que pueda integrarse en las tareas del control integral de la calidad. Ello requiere incrementar los esfuerzos en EDUCACIÓN de todo el personal y, sobre todo, la educación a partir del propio trabajo cotidiano.

Esta educación, debe explicitarse en todos los niveles educativos y alcanzar su pináculo con los alumnos de ingeniería, incorporando conceptos que les permitirán participar activamente en las actividades específicas de cada organización.

Los docentes universitarios, tienen la posibilidad de lograr, a través de la enseñanza, la construcción de nuevos aprendizajes. El objetivo primordial radica en que no sólo el alumno adquiera el nuevo contenido que se le presenta sino que realice una conexión con las estructuras cognitivas que ya dispone, con la finalidad de que pueda aprehender el conocimiento para su desempeño como potencial profesional.

Sin embargo, las metodologías clásicas de enseñanza han dado cuenta de frecuentes problemáticas por parte de los estudiantes en lo que respecta la vinculación con el contenido y la transferencia a entornos novedosos. Debido a que, del trabajo diario con variados grupos de estudiantes universitarios, se observa una persistencia en las dificultades de adquisición de varios conceptos relacionados con esta ciencia, este trabajo trata de mostrar una herramienta diseñada básicamente para controlar proceso en línea, la carta de control, como una alternativa para colaborar en el proceso de enseñanza, aprendizaje y desarrollo. En particular el trabajo indaga sobre aquellos aspectos que se encuentran vinculados con los tests de hipótesis estadísticos.

En esta experiencia de cátedra, se percibe que en estos temas en particular, el estudiante que cursa asignaturas en cuarto año de Ing. Química, tiene algunas dificultades para distinguir conceptos, interpretarlos y obtener los resultados solicitados.

## **Importancia de la Prueba de Hipótesis**

Representa un elemento fundamental en el proceso de investigación. Luego de formular un problema, el investigador enuncia la hipótesis, que orientará el proceso y permitirá llegar a conclusiones concretas del proyecto que recién comienza. La hipótesis bien formulada tiene como función encausar el trabajo que se desea llevar al efecto. Hayman (1974) cita: “aclaran (las hipótesis bien formuladas) acerca de cuales son las variables que han de analizarse y las relaciones que existen entre ellas, y permiten derivar los objetivos del estudio constituyéndose en la base de los procedimientos de investigación”.

Tamayo (1989), señala que “ésta se constituye en un eslabón imprescindible entre la teoría y la investigación que llevan al descubrimiento de un hecho. Las razones anteriormente esgrimidas hacen suponer que las pruebas de hipótesis, ocupan un lugar primordial en la investigación, al proporcionar los elementos necesarios que permitirán llegar a los datos necesarios y resolver el problema planteado”.

La hipótesis es una proposición que establece relaciones, entre los hechos; para otros es una posible solución al problema; otros autores sustentan que la hipótesis no es otra cosa que una relación entre las variables, y por último, hay quienes afirman que es un método de comprobación. En consecuencia, la hipótesis como proposición que establece relación entre los hechos, es el establecimiento de un vínculo entre los hechos que el investigador va aclarando en la medida en que pueda generar explicaciones lógicas del porqué se produce este vínculo.

## **Relaciones que se establecen a partir de la Prueba de Hipótesis**

Las hipótesis son el punto de enlace entre la teoría y la observación. Su importancia radica en que dan rumbo a la investigación al sugerir los pasos y procedimientos que deben darse en la búsqueda del conocimiento.

Cuando la hipótesis de investigación ha sido bien elaborada, y en ella se observa claramente la relación o vínculo entre dos o más variables, es factible que el investigador pueda:

- Elaborar el objetivo, o conjunto de objetivos que desea alcanzar en el desarrollo de la investigación
- Seleccionar el tipo de diseño de investigación factible con el problema planteado.
- Seleccionar el método, los instrumentos y las técnicas de investigación acordes con el problema que se desea resolver, y
- Seleccionar los recursos, tanto humanos como materiales, que se emplearán para llevar a feliz término la investigación planteada.

### **Análisis de los errores Tipo I y Tipo II en un ambiente de incertidumbre metrológica**

En toda Prueba de Hipótesis, se pueden cometer dos errores. Por un lado, rechazar una hipótesis que es verdadera y cuya probabilidad se simboliza con  $\alpha$ . Este es el llamado error Tipo I. Por otro lado, aceptar una Hipótesis que es falsa. Este es el llamado error Tipo II y cuya probabilidad se simboliza con  $\beta$ .

Los procesos productivos siempre se realizan en un ambiente de incertidumbre estadística, por lo que es lógico tenerla presente en el momento de su cálculo.

Si definimos los eventos: E= la unidad está dentro de especificaciones y D= la unidad se clasifica como no apta luego de la medición. Los errores Tipo I y II quedan:

$$\alpha = P(D | E) = P(E \cap D) / P(E)$$

$$\beta = P(\bar{D} | \bar{E}) = \frac{P(\bar{D} \cap \bar{E})}{P(\bar{E})}$$

$$P(E) \neq 0 \text{ y } P(\bar{E}) \neq 0$$

La probabilidad de que una muestra esté dentro de los límites especificados y la muestra sea calificada como apta es:

$$P(E \cap \bar{D}) = \int \int_{LIE}^{LSE} f(x, y) dx dy$$

La probabilidad de que una muestra sea apta y que sea especificada como disconforme es:

$$P(\bar{E} \cap D) = \int_{-\infty}^{LEI} \int_{-\infty}^{LEI} f(x, y) dx dy + \int_{-\infty}^{LEI} \int_{LES}^{\infty} f(x, y) dx dy + \int_{LES}^{\infty} \int_{-\infty}^{LEI} f(x, y) dx dy + \int_{LES}^{\infty} \int_{LES}^{\infty} f(x, y) dx dy$$

La función de densidad bivariada de X e Y es:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[ \left( \frac{x-\mu_x}{\sigma_x} \right)^2 - 2\rho \left( \frac{x-\mu_x}{\sigma_x} \right) \left( \frac{y-\mu_y}{\sigma_y} \right) + \left( \frac{y-\mu_y}{\sigma_y} \right)^2 \right] \right\}$$

Donde  $\rho$  es el coeficiente de correlación de X e Y.

Para la estimación de la variabilidad, se utiliza la precisión intermedia y esta se realiza con cartas de control 3 sigmas.

### Trabajo con los alumnos

Para corroborar el estado de la situación, se realizó una indagación con 32 estudiantes que comenzaban a cursar la asignatura Control Estadístico de Procesos, mediante la realización de consignas que se contestaban con V/F, tales como:

- Una prueba de hipótesis me permite hacer inferencias sobre la población en estudio.
- Un estimador es una constante y un parámetro poblacional, es una variable.
- Un contraste de hipótesis correctamente aplicado, establece la verdad de una de las dos hipótesis: nula o alternativa.

- d) El error Tipo I es aceptar la hipótesis nula cuando ésta es falsa.
- e) El error Tipo II es rechazar la hipótesis nula cuando esta es falsa.
- f) Los errores Tipo I y Tipo II son complementarios.
- g) El Valor P es la potencia de la prueba estadística.

### **Tipología de errores frecuentes**

- El contraste de hipótesis como problema de decisión: los alumnos presentan inconvenientes en ocasiones para generar la hipótesis nula y la hipótesis alternativa. También tienen inconvenientes en la interpretación del Error de Tipo I y Tipo II asumiéndolos complementarios. Se pone de manifiesto una dificultad en conceptos vinculados a las materias precedentes, en este caso, la diferenciación entre los diferentes tipos de sucesos que pueden presentarse: sucesos no excluyentes (compatibles), por una parte y sucesos independientes o condicionados dentro de la clasificación de los sucesos compatibles.
- Las probabilidades de error y la relación entre las mismas: se detectó que los alumnos manifiestan una dificultad en cuanto a la comprensión de las probabilidades condicionales, perdiendo de vista la condición (la verdad de la hipótesis nula) en lo concerniente al Error de Tipo I. Muchos de los estudiantes entrevistados asociaron de forma inmediata el rechazo de la hipótesis al error de tipo I, perdiendo de vista la condición de verdad o falsedad de la misma que pudiera dar lugar, en caso de ser falsa, a la consecución de una decisión correcta, es decir, el rechazo de la hipótesis siendo esta falsa, lo que se denomina la potencia del ensayo.
- Diferencia entre parámetros y estimadores: los alumnos muestran confusiones entre estos dos conceptos. Algunos no logran entender con claridad las características de un parámetro, no perciben que es constante y por ende no posee distribución de probabilidad. Otros confunden al parámetro con

el estimador manifestando que la dependencia de la distribución se debe a la distribución que posee la variable de origen.

Podría inferirse que, los estudiantes no consiguen distinguir, por ejemplo, entre el promedio muestral y el promedio poblacional, ya que ambos reciben el mismo nombre (promedio) y su cálculo no presenta diferenciación, siendo la única diferencia, de tipo conceptual. Se ha arribado a esta conclusión debido a la simbología empleada de manera incorrecta por alguno de los alumnos en sus justificaciones.

### **Características de las cartas de control**

Una carta de control estadístico en su forma más simple es una gráfica que posee tres o más líneas rectas. Una línea central y dos límites de control (superior e inferior), aunque también se las puede observar con cinco líneas rectas, una línea central, dos límites de control (superior e inferior) y dos límites de advertencia (superior e inferior). Los límites de control pueden ser constantes ( $\mu \pm 3\sigma$ ) o probabilísticos.

Para este trabajo se han elegido cartas de control con límites probabilísticos porque son las más adecuadas a los fines perseguidos.

En el primer caso, presentado a los alumnos, se contextualiza el problema, en la zona de llenado de bolsas de cemento de una empresa dedicada a la fabricación del mismo. Se controla el contenido de cemento, por pesadas de una muestra de tres bolsas de cemento cada diez minutos, siendo peso objetivo de 50 kg. Este valor constituye la hipótesis nula.

$$H_0 : \mu = 50$$

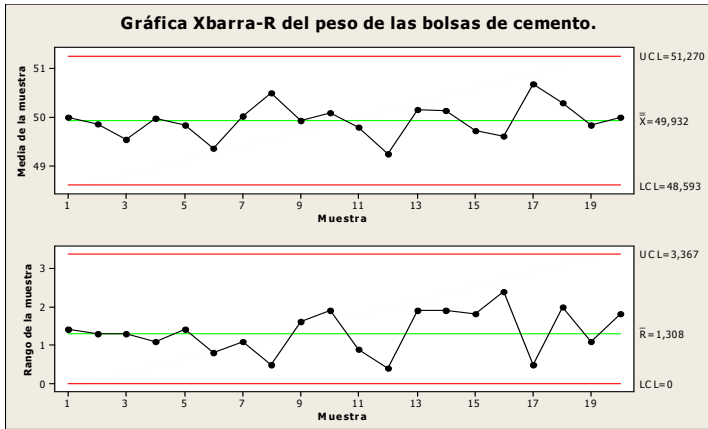
$$H_1 : \mu \neq 50$$

$$\alpha = 0,05$$

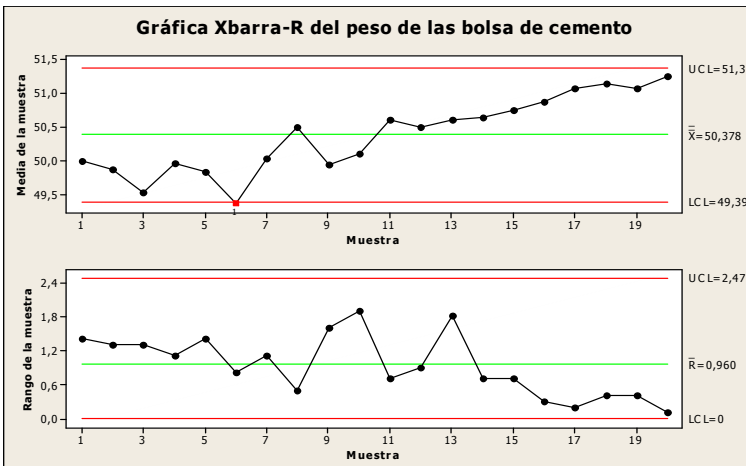
Se observa un proceso que se halla dentro de control estadístico, por lo que se acepta la hipótesis nula, es decir  $H_0 : \mu = 50kg$ . A su vez se visualiza claramente que la media poblacional se estima a través de la media muestral, con lo cual no quedan dudas que la media poblacional es el parámetro y la media muestral es un



estimador. También se concluye que la media muestral tiene una distribución de probabilidad que en este caso es normal.

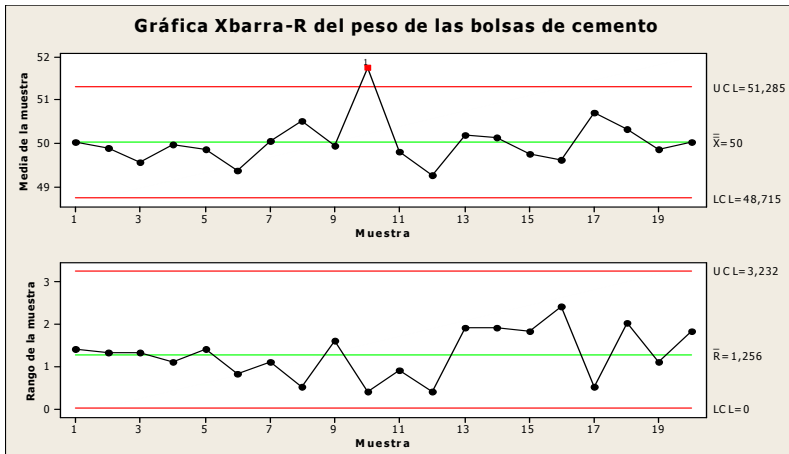


Si en el gráfico se observara alguna carrera ascendente o descendente, esto sería motivo para rechazar la hipótesis nula y aceptar la alternativa.



En este caso se observa una carrera ascendente de más de cinco puntos consecutivos, con lo que se rechaza  $H_0$  y se acepta  $H_1$ .

Por lo tanto se concluye que el peso promedio de las bolsas es distinto de 50 kg y podría ser mayor.



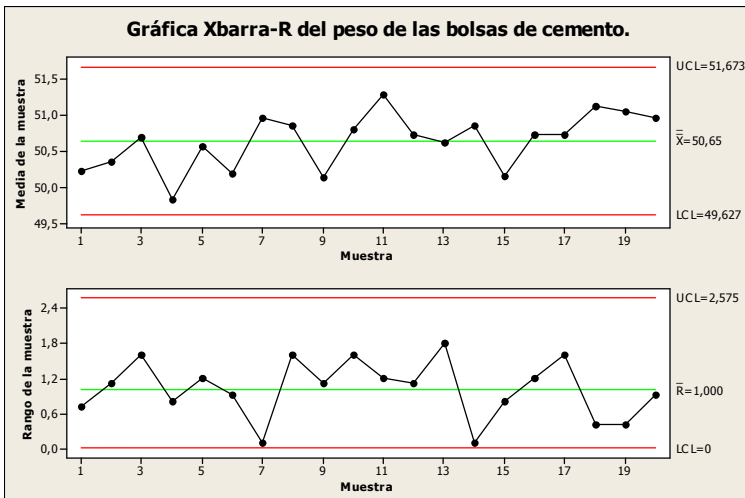
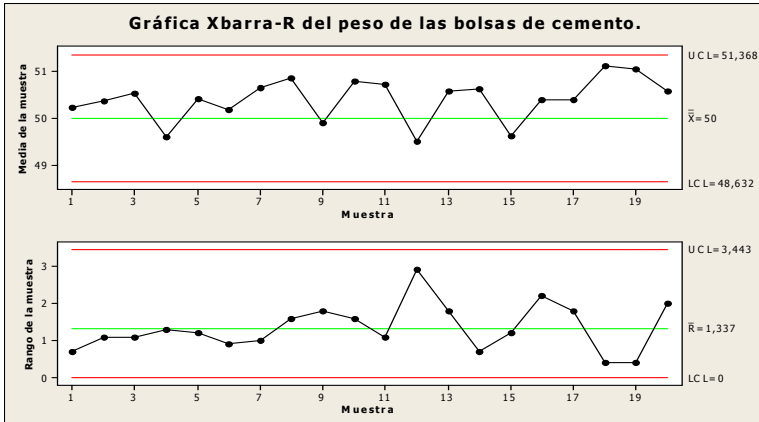
En este gráfico se observa un punto fuera de los límites de control, a pesar de que la media del proceso es de 50 kg. Un punto fuera de los límites conduciría a rechazar la hipótesis nula y aceptar la alternativa, pero si la media del proceso sigue siendo 50 kg, se está en presencia de un error Tipo I, rechazar la hipótesis nula cuando esta es verdadera. Es fácil deducir la cuantía de esta probabilidad ya que al estar trabajando con límites probabilísticos, es decir con  $\alpha=0,05$ , ésta es la probabilidad de cometer un error de tipo I.

### Análisis del error tipo II

Una de las mayores dificultades encontradas con los alumnos es la interpretación y cálculo del llamado error tipo II o riesgo del consumidor. Su probabilidad se simboliza como  $\beta$  y es la probabilidad de aceptar algo como correcto cuando es falso, es decir la aceptación de la Hipótesis nula cuando ésta tiene otro valor que ya no es el nominal.

En la gráfica siguiente se ha trabajado con un valor nominal para la media muestral, de 50 kg. En el gráfico no se observa ningún punto por fuera de los límites especificados, pero el proceso está

fuera de control, ya que se observan muchos más puntos por encima de la línea central que por debajo.



En la gráfica puede observarse cómo la media nominal ya no es 50 kg, ha aumentado a 50,65 Kg. y existe una determinada probabilidad de seguir aceptando la  $H_0$ .

## Conclusiones

En este trabajo se ha presentado una metodología alternativa para la enseñanza de los test de hipótesis. Esta herramienta estadística, fundamental en la experimentación científica y en el trabajo cotidiano de los ingenieros, no siempre es totalmente interpretada por los alumnos y algunos terminan su cursado y/aprobación con deficiencias de aprendizaje. Se ha mostrado cómo, con el auxilio de una heurística gráfica, como son las cartas de control estadístico de procesos, se puede mejorar el conocimiento y aprovechar mejor las potencialidades e intereses de los alumnos. La interpretación del llamado riesgo del fabricante y el llamado riesgo del consumidor, o probabilidad de cometer errores Tipo I y Tipo II, respectivamente, mejora con la utilización de estas series de tiempo que permiten la visualización sencilla de los cambios a través del tiempo. Los resultados obtenidos en la cátedra de Control Estadístico de Procesos de Ing. Química permiten demostrar estos cambios positivos y los mejores resultados obtenidos.

## Referencias

- Feigenbaum, A.V.(1998) , *Total Quality Control: Engineering and Management*, Mac Graw Hill, N.Y.
- Harry, M.J., (1998) Six Sigma: A Breakthrough Strategy for Profitability, *Quality Progress*, Vol.31, Num. 5,60-64
- Montgomery, Douglas C.(1997) *Design and Analisis of Experiments* 5<sup>TH</sup> Edition John Wiley EEUU
- Montgomery, Douglas.(2006) *Control Estadístico de la Calidad*. Limusa Wiley Tercera Edición
- Ortigala, Julio; Cuadrado Guillermo.(2011) “Nuevos enfoques conceptuales y procedimentales en la enseñanza del Control Estadístico de Procesos” ; *Congreso Internacional de Pedagogía* La Habana, Cuba .
- Ortigala, Julio. (2010) Tesis de Maestría” Propuesta de una metodología para el aseguramiento de la calidad en un laboratorio de calibración, referente a la magnitud densidad, en el marco de la *Norma ISO 17025: 2005*”. Mendoza, Argentina.

\*\*\*