UTN SANTA FE DEPARTAMENTO ELECTROTECNIA

UNIDAD TEMÁTICA Nº 3

MODELADO DE COMPONENTES

(otros que no sean Líneas o Cables de Transmisión)

y

SISTEMAS DE POTENCIA

Docentes: Ing. Julio César Turbay e Ing. Germán G. Lorenzón

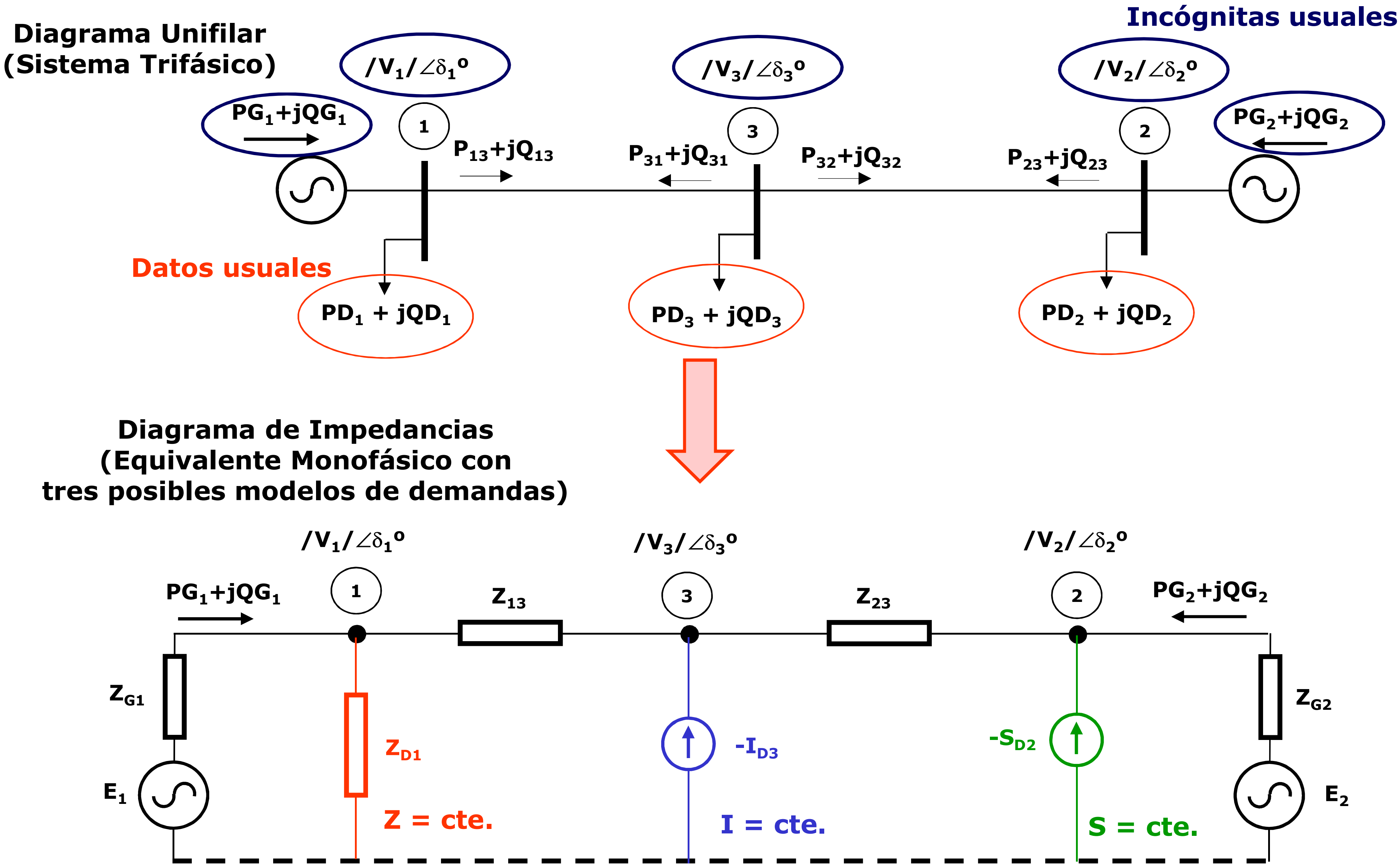
En esta Unidad se verá el …

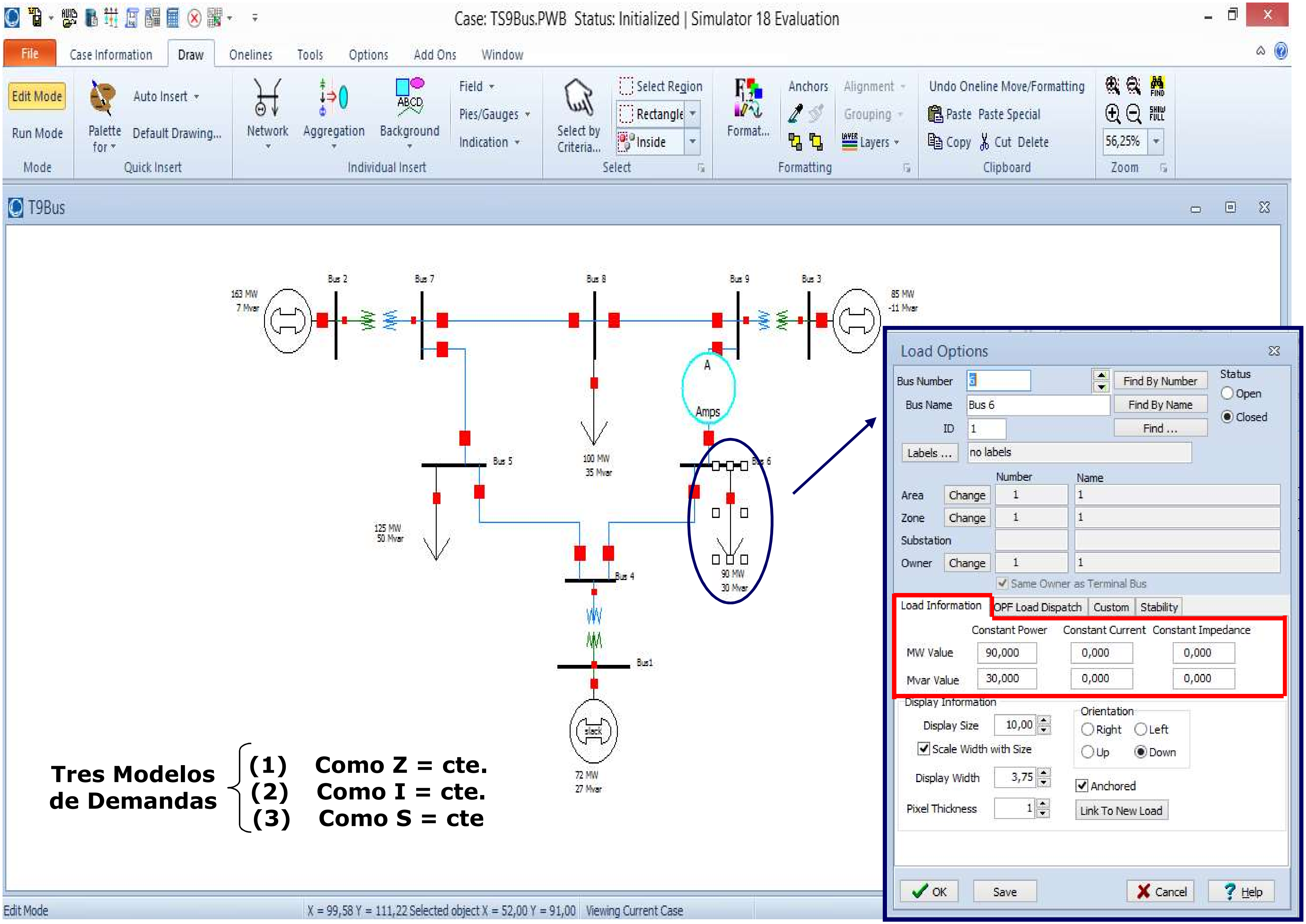
- **Modelado de las RED.**
- **Modelado de las DEMANDAS.**
- **Modelado de los TRANSFORMADORES.**
- **Modelado de las GENERADORES.**

¿ Para qué querríamos “modelar” los componentes de un SEP …?

MODELADO DE LA RED Y DE LAS DEMANDAS

Del DIAGRAMA UNIFILAR al DIAGRAMA DE IMPEDANCIAS (en valores “reales” u “Óhmicos”)

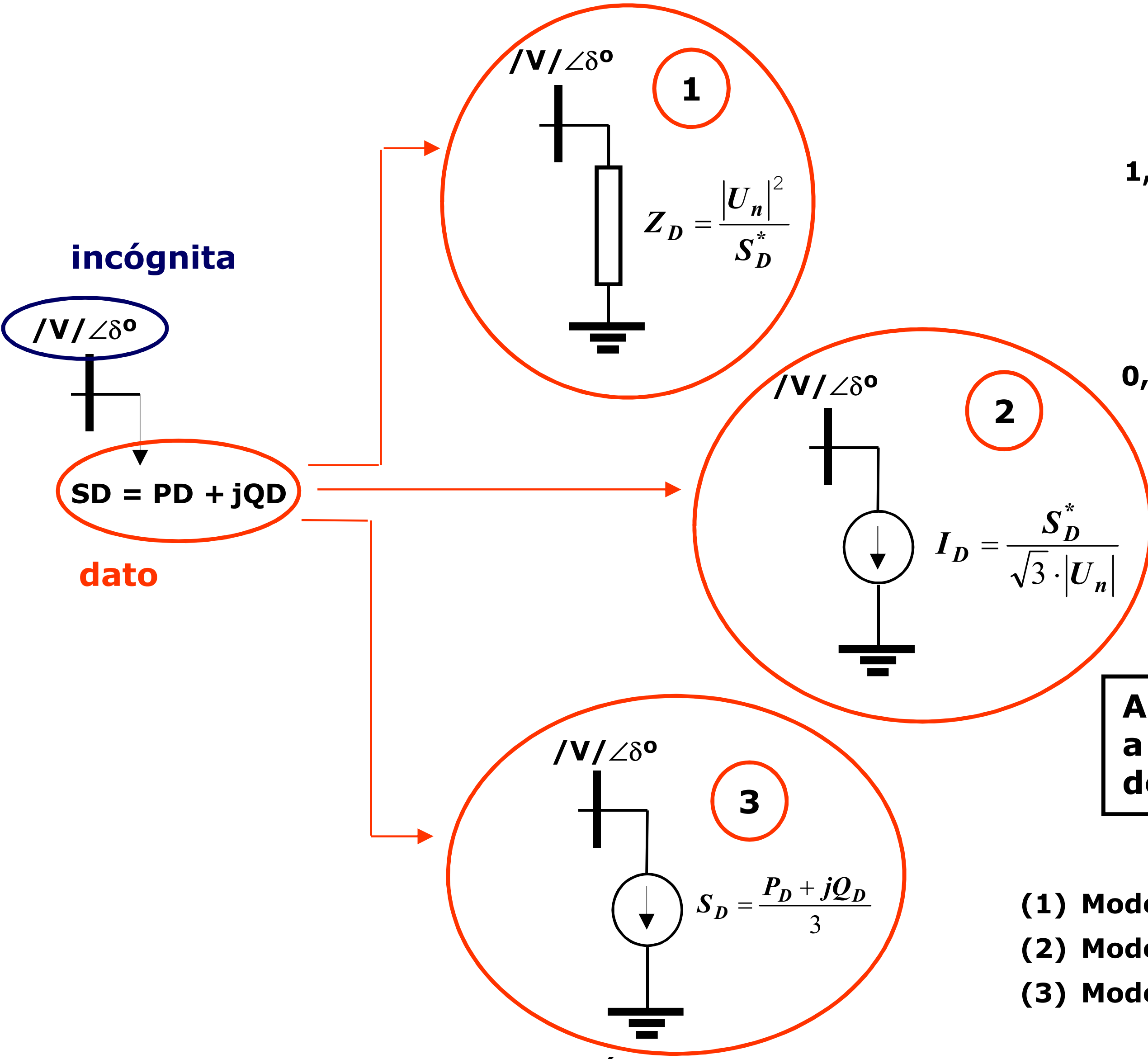


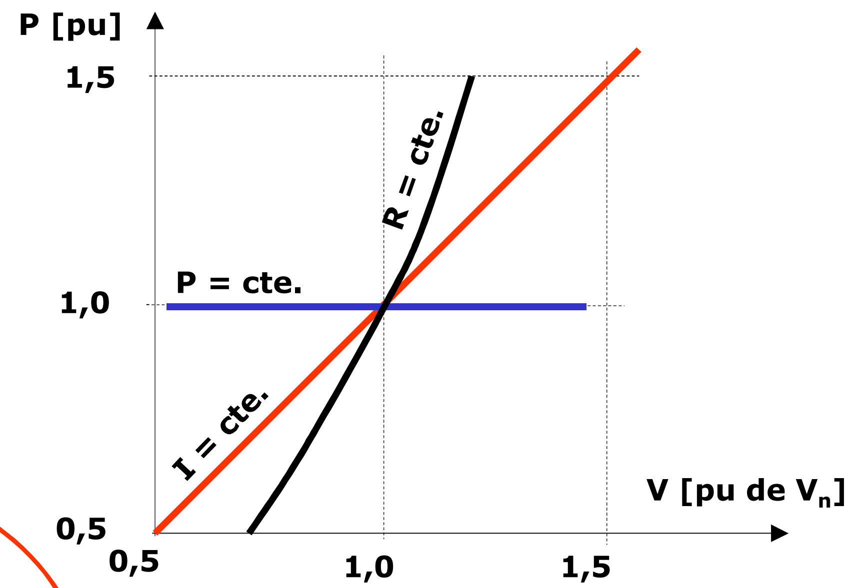


$$\textbf{Tres Modelos de Demandas}\left\{\begin{array}{ll}\textbf{(1)} & \textbf{Como } Z = \textbf{cte.}\\ \textbf{(2)} & \textbf{Como } I = \textbf{cte.}\\ \textbf{(3)} & \textbf{Como } S = \textbf{cte}\end{array}\right.$$

CARACTERÍSTICA POTENCIA – TENSIÓN DE LAS DEMANDAS

Tres Modelos de Demandas
- **(1) Como Z = cte.**
- **(2) Como I = cte.**
- **(3) Como S = cte**



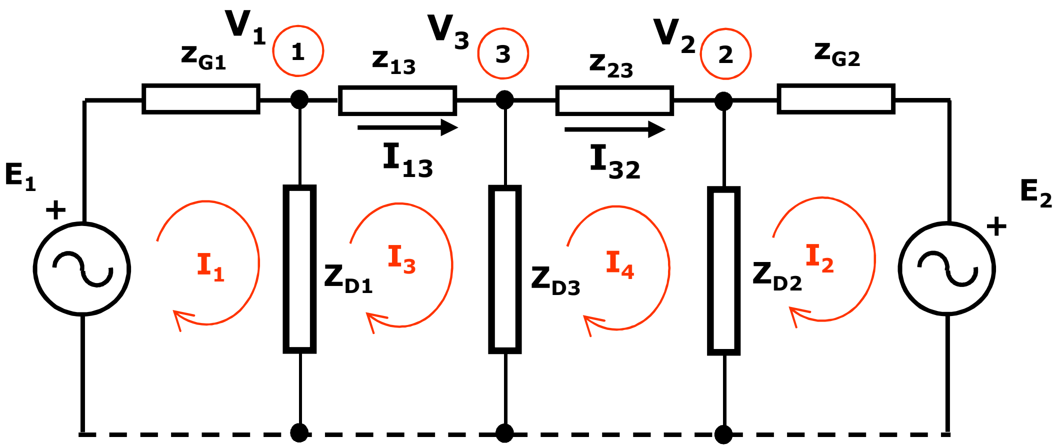


Adoptado el Modelo que representará a las Demandas, se impone el Método de Resolución de la Red.

(1) Modelo Z = cte. → Método de las Corrientes de Mallas.
(2) Modelo I = cte. → Método de las Tensiones de Nodo.
(3) Modelo S = cte. → Método de los Flujos de Potencia.

MODELO DE DEMANDA & MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE LA RED

(1) Modelo Z = cte. → Método de las Corriente de Mallas → **Variable de Estado: I_{Malla}**



Demandas ...

$$Z_{D1}=\frac{|U_n|^2}{S_{D1}^*} \qquad Z_{D2}=\frac{|U_n|^2}{S_{D2}^*} \qquad Z_{D3}=\frac{|U_n|^2}{S_{D3}^*}$$

$$[E]_{malla}=[Z]_{malla}\cdot[I]_{malla}$$

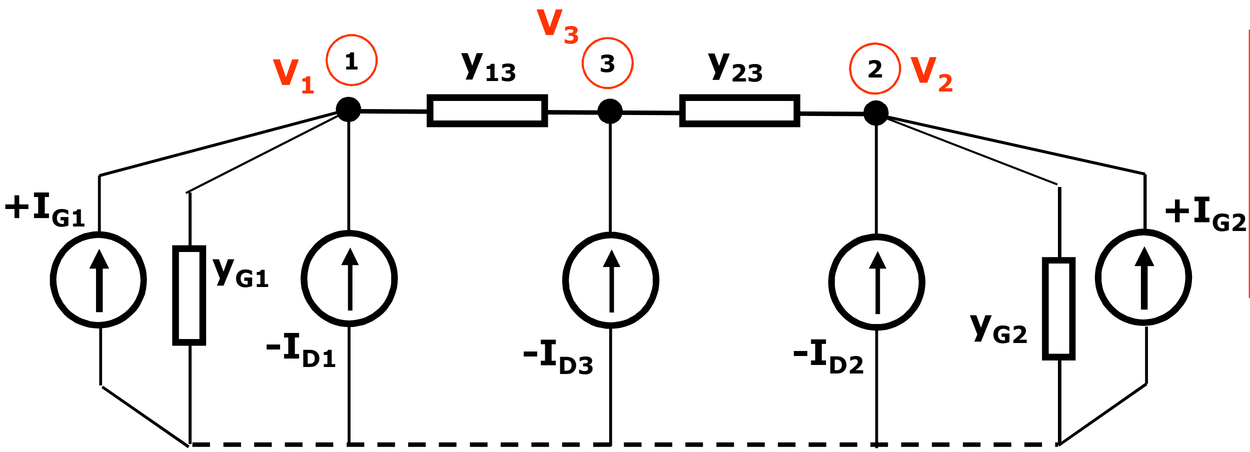
$$[Z_{malla}]=\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{3} & \boxed{4} \end{array} \\ \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{2} \\ \boxed{3} \\ \boxed{4} \end{array} & \begin{bmatrix} Z_{G1}+Z_{D1} & 0 & -Z_{D1} & 0 \\ 0 & Z_{G2}+Z_{D2} & 0 & -Z_{D2} \\ -Z_{D1} & 0 & Z_{D1}+Z_{13}+Z_{D3} & -Z_{D3} \\ 0 & -Z_{D2} & -Z_{D3} & Z_{D2}+Z_{23}+Z_{D3} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_2 \\ I4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix} E_1 \\ -E_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_{13}=I_3 \\ I_{D1}=I_1-I_3 \\ V_1=E_1-I_1\cdot Z_{G1} \\ S_{13}=3\cdot V_1\cdot I_{13}^* \\ etc. \end{array} \right.$$

MODELO DE DEMANDA & MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE LA RED

(2) Modelo I = cte. → Método de las Tensiones de Nodo → **Variable de Estado: V_{Nodo}**



Demandas ...

$$I_{D1} = \frac{S_{D1}^*}{\sqrt{3}\cdot|U_n|} \qquad I_{D2} = \frac{S_{D2}^*}{\sqrt{3}\cdot|U_n|} \qquad I_{D3} = \frac{S_{D3}^*}{\sqrt{3}\cdot|U_n|}$$

$$[I]_{Nodo} = [Y]_{Nodo}\cdot[V]_{Nodo}$$

$$[Y] = \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{bmatrix} y_{G1}+y_{13} & 0 & -y_{13} \\ 0 & y_{G2}+y_{23} & -y_{23} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{12}+y_{23} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$[I] = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ -I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{G1}-I_{D1} \\ I_{G2}-I_{D2} \\ -I_{D3} \end{bmatrix} \qquad [V] = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

$$[V]_{Nodo} = [Y]_{Nodo}^{-1}\cdot[I]_{Nodo}$$

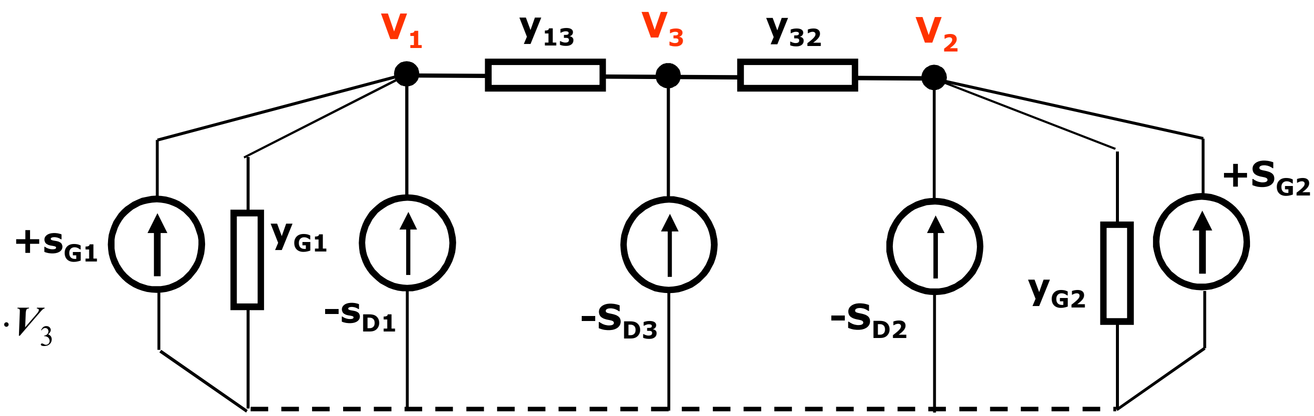
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} I_{13} = (V_1 - V_3)\cdot y_{13} \\ S_{13} = 3\cdot V_1\cdot I_{13}^* = 3\cdot V_1\cdot[(V_1 - V_3)\cdot y_{13}]^* \\ S_{31} = 3\cdot V_3\cdot I_{31}^* = 3\cdot V_3\cdot[(V_3 - V_1)\cdot y_{13}]^* \\ etc. \end{cases}$$

MODELO DE DEMANDA & MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE LA RED

(3) Modelo S = cte. → Método de los Flujos de Potencia → Variable de Estado: V_{Nodo}

Demandas ... S_{D1} S_{D2} S_{D3}



$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{S_1^*}{V_1^*} \\ I_1 = \displaystyle\sum_{i=1}^{3} Y_{1,i} \cdot V_i = Y_{11} \cdot V_1 + Y_{12} \cdot V_2 + Y_{13} \cdot V_3 \end{cases}$$

$$\frac{S_1^*}{V_1^*} = Y_{11} \cdot V_1 + Y_{12} \cdot V_2 + Y_{13} \cdot V_3$$

$$\frac{S_1^*}{V_1^*} = Y_{11} \cdot V_1 + Y_{12} \cdot V_2 + Y_{13} \cdot V_3$$

$$\frac{S_2^*}{V_2^*} = Y_{21} \cdot V_1 + Y_{22} \cdot V_2 + Y_{23} \cdot V_3$$

$$\frac{S_3^*}{V_3^*} = Y_{31} \cdot V_1 + Y_{32} \cdot V_2 + Y_{33} \cdot V_3$$

$$V_1 = \frac{1}{Y_{11}} \cdot \left[\frac{S_1^*}{V_1^*} - (Y_{12} \cdot V_2 + Y_{13} \cdot V_3) \right]$$

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}} \cdot \left[\frac{S_2^*}{V_2^*} - (Y_{21} \cdot V_1 + Y_{23} \cdot V_3) \right]$$

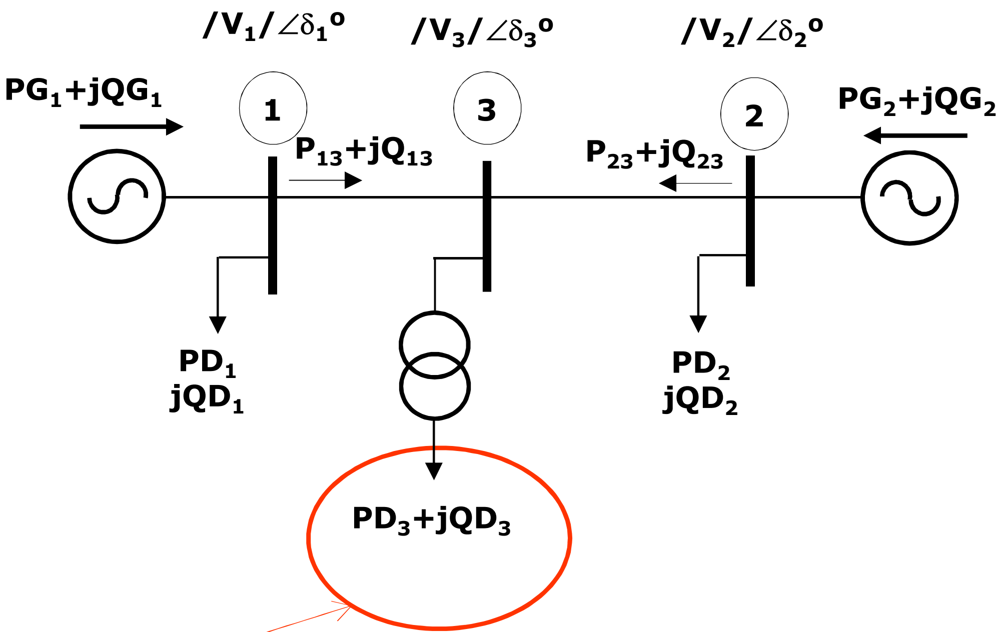
$$V_3 = \frac{1}{Y_{33}} \cdot \left[\frac{S_3^*}{V_3^*} - (Y_{31} \cdot V_1 + Y_{32} \cdot V_2) \right]$$

¡Ecuaciones irresolubles analíticamente!

¡Deberá recurrirse a métodos numéricos iterativos: Gauss, Gauss-Seidel, Newton-Raphson, etc.! → UT4

Este Modelo es el usualmente empleado en los estudios clásicos de Estados Estacionarios.

CARACTERÍSTICA POTENCIA – TENSIÓN DE LAS DEMANDAS



Convención:

$S_D = P_D + jQ_D$; $S_G = P_G + jQ_G$: valores trifásicos

V: tensión simple, fase-tierra

U: tensión compuesta, fase-fase.

$$S_D[MVA] = P_D + jQ_D = 3 \cdot V[kV] \cdot I_D^*[kA]$$

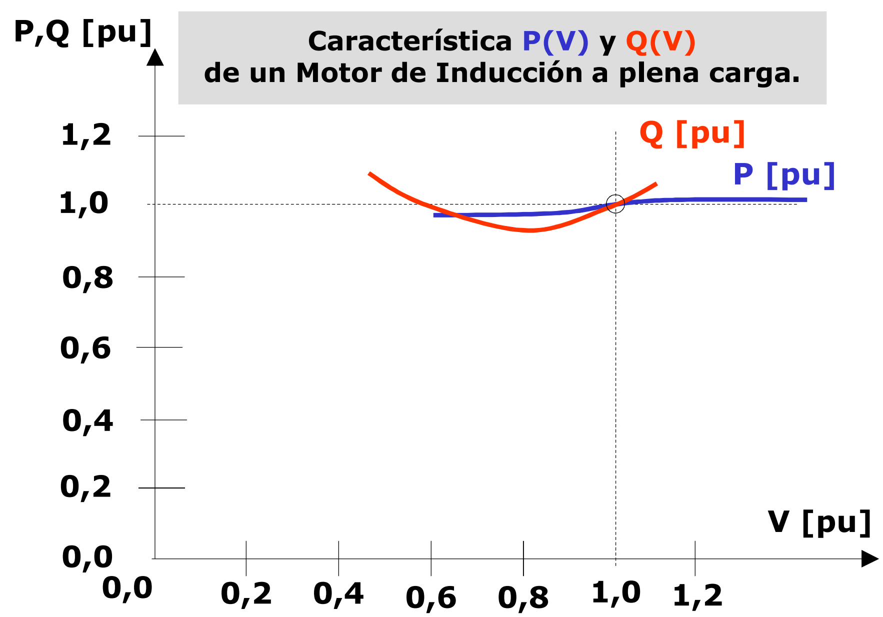
$$S_{base}[MVA] = 3 \cdot |V_{base}[kV]| \cdot |I_{base}[kA]|$$

$$\frac{S_D}{|S_{base}|} = \frac{PD + jQD}{|S_{base}|} = \frac{3 \cdot V[kV] \cdot I_D^*[kA]}{3 \cdot |V_{base}[kV]| \cdot |I_{base}[kA]|}$$

$$S_D[pu] = P_D[pu] + jQ_D[pu] = V[pu] \cdot I_D^*[pu]$$

Composición típica de la Demanda de una ET AT/MT:

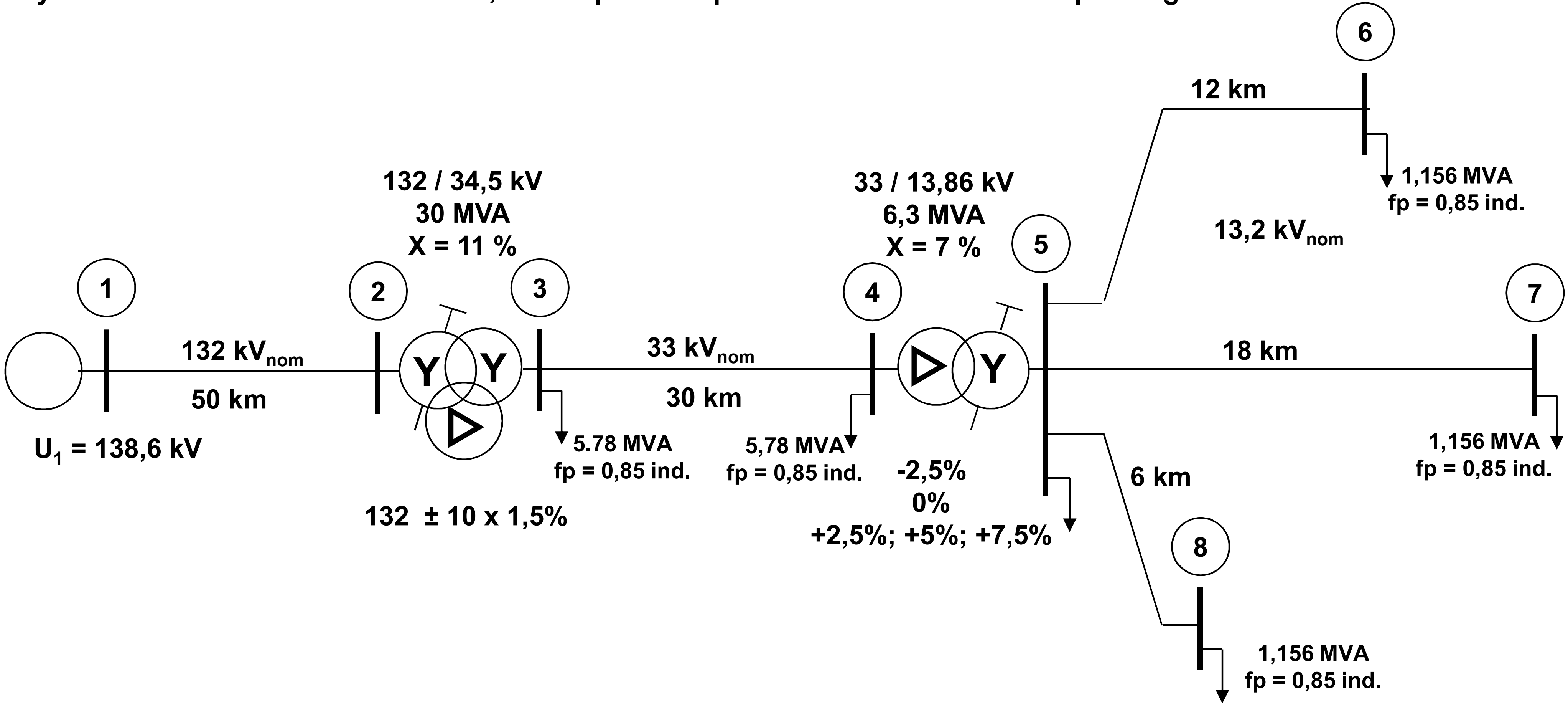
Motores de Inducción ... ... 50-70 %
Calefacción y alumbrado ... ... 20-25 %
Motores Sincrónicos ... . 10 %
Pérdidas de Distribución ... ... 10-12 %



SISTEMA DE REPRESENTACIÓN EN "UNIDADES RELATIVAS" o "POR UNIDAD" [PU]

Ejemplo - Introducción

Se desea conocer las tensiones en todas las barras de la red. Éstas deben resultar dentro de la banda Un ± 5% en AT y Un ± 8% en MT. De no resultar así, modifique los topes de los transformadores para lograrlo.

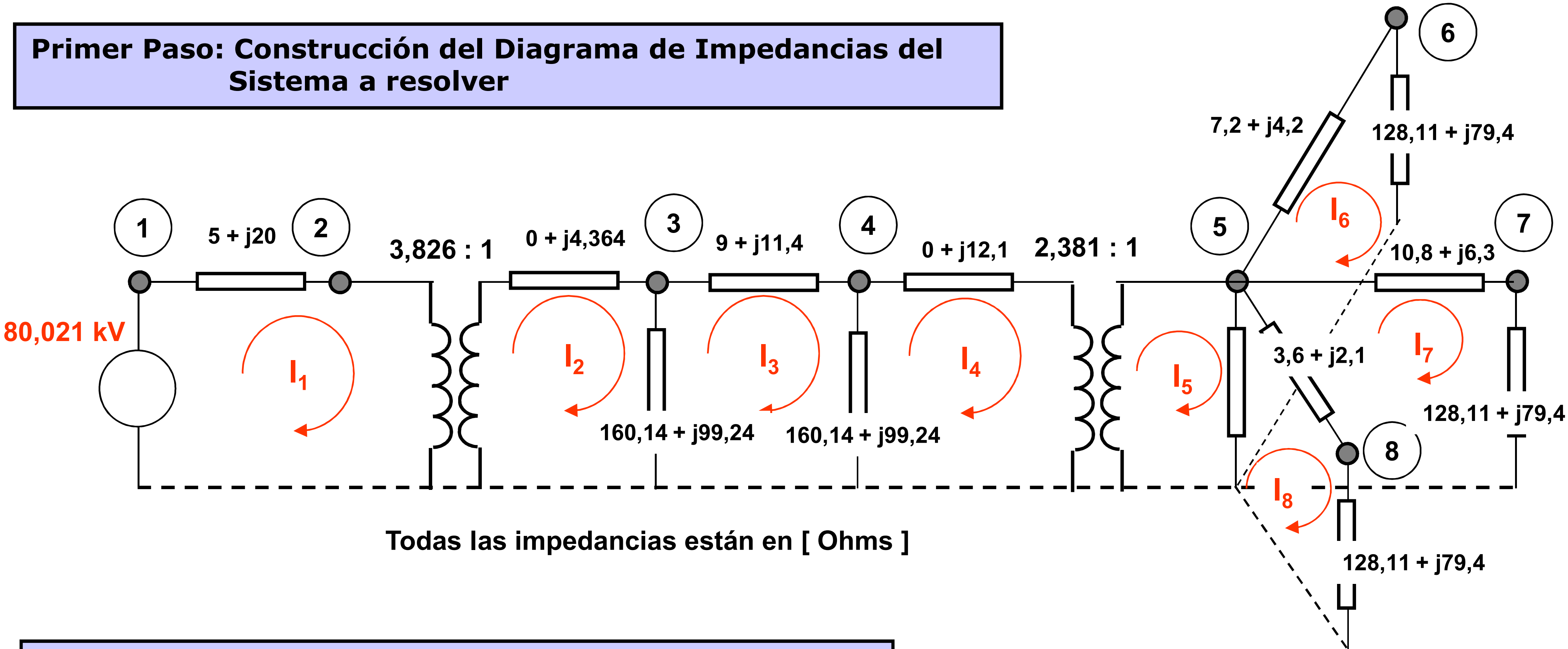


Los parámetros unitarios de las Líneas son: Nivel de 132kV (cond. 300/50 mm² Al/Ac): Z_1 = 0,1 + j0,4 Ohm/km; Nivel de 33kV (cond. 95/15 mm² Al/Ac): Z_1 = 0,3 + j0,38 Ohm/km y Nivel de 13,2kV (cond. 50/8 mm² Al/Ac): Z_1 = 0,6 + j0,35 Ohm/km. Se desprecian las admitancias shunt.

Considere las demandas como Z = constante, $Z_{Demanda} = \dfrac{U^2_{nominal}}{S^*_{Demanda}}$ **, y que los transformadores se encuentran con sus conmutadores en posición nominal.**

Resolución Mediante el Método "Óhmico"

Primer Paso: Construcción del Diagrama de Impedancias del Sistema a resolver



Todas las impedancias están en [Ohms]

Segundo Paso: Empleo de algún Método de Resolución

El método que mejor se adapta a la solución de la red así modelada es el Método de las Corrientes de Mallas. Por caso, considérese las que se señalan en el diagrama.

Observe la dificultad para construir la Matriz de Impedancias de Mallas, a causa de la presencia de los transformadores.

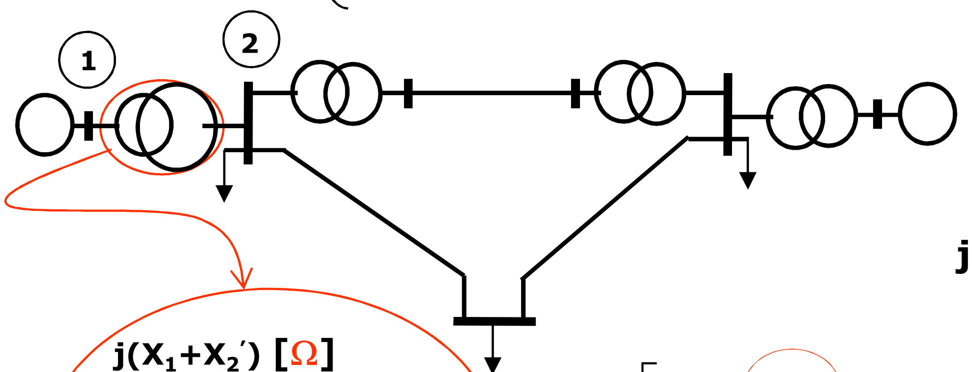
¿Quiere intentarlo?

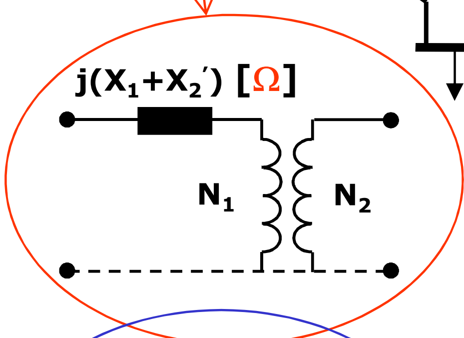
¿No? … Pues la necesidad de "eliminar" del circuito a tratar la presencia de estos modelos de transformadores es la principal razón de existir del "Método de Cálculo Por Unidad".

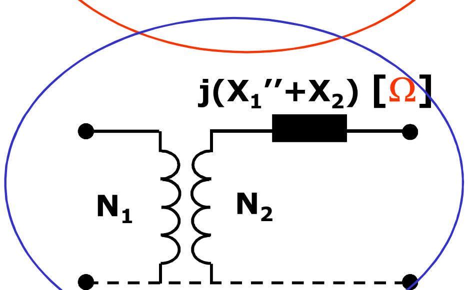
SISTEMA DE REPRESENTACIÓN EN [PU]

Ventajas:

1. **La principal: "desaparece" de la red el transformador ideal que forma parte del circuito equivalente del real.**

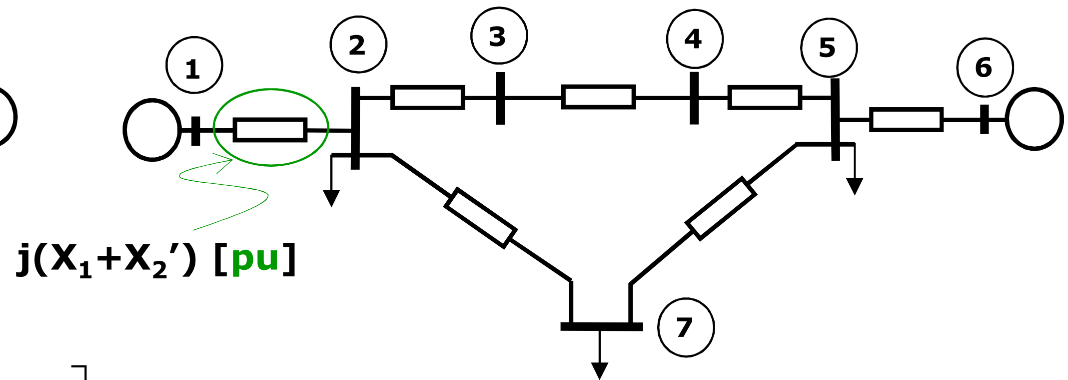






$$[Y]=\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & \cdots \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{71} & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}$$

$Y_{12} \neq Y_{21}$ *etc.*



$$[Y]=\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & \cdots \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{71} & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}$$

¡ Ahora si $Y_{12} = Y_{21}$ **!**

SISTEMA DE REPRESENTACIÓN EN [PU]

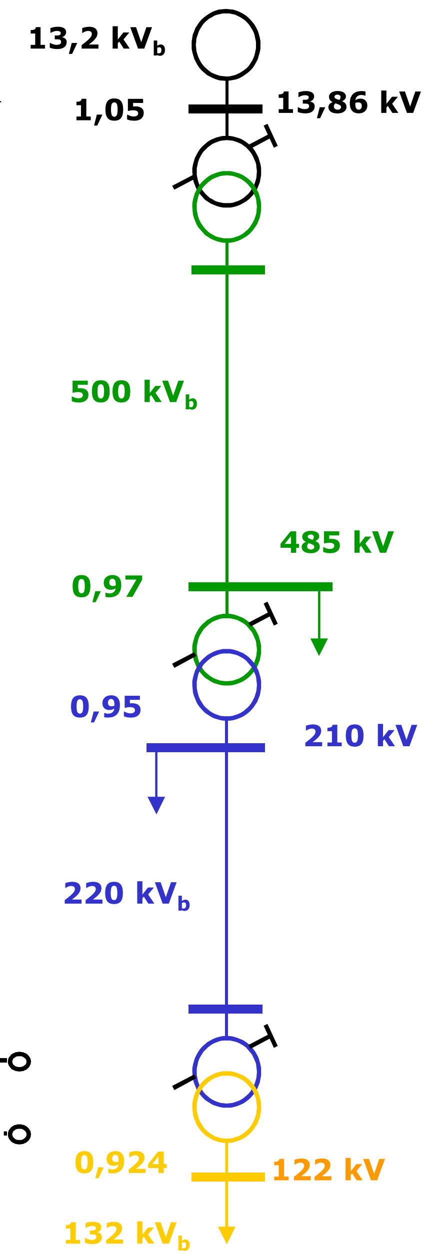
Ventajas (continuación)

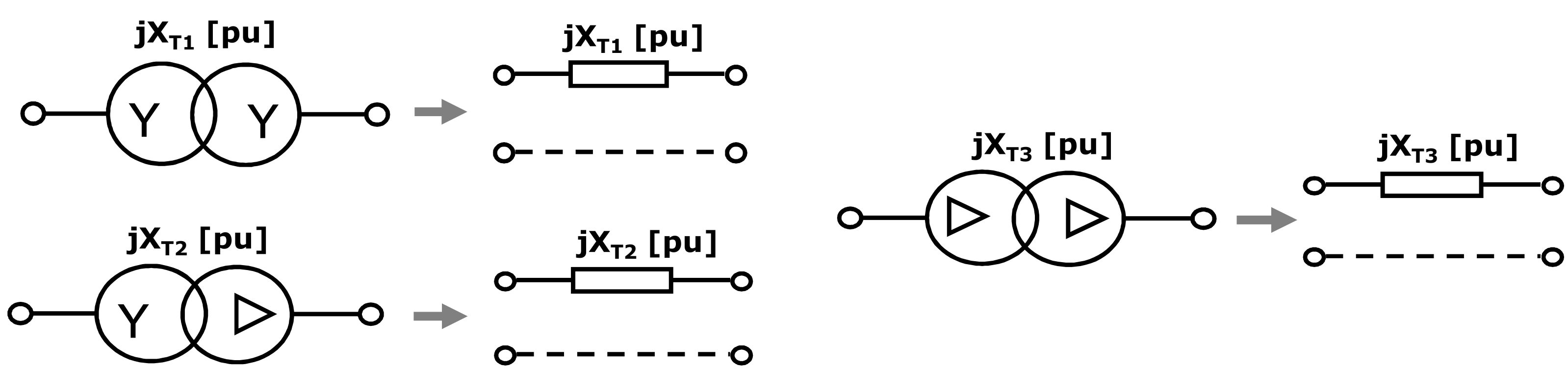
2. **Resulta sencillo tener una rápida visión del estado de una red.**
3. **Es posible adjudicar valores a los parámetros de máquinas, cuyos verdaderos se ignoran, a partir de Tablas Generales, pues ...**
4. **Máquinas del mismo tipo, independientemente de su tamaño, poseen parámetros "pu" de, o relativos a, sus nominales que varían en un muy estrecho rango.**

Turbo-Generadores bipolares:

X_d = 0,95 ... 1,45 pu
X_d' = 0,12 ... 0,21 pu
X_d'' = 0,07 ... 0,14 pu

5. **Tomada la impedancia de la Máquina en "pu" y a partir de su placa (el fabricante así suele inscribirla), no importa su grupo de conexión (Y o D); ni si es monofásica o trifásica.**





SISTEMA DE REPRESENTACIÓN EN [PU]

Desventajas:

1. **Se pierden las unidades físicas de las variables y parámetros utilizados en las ecuaciones que representan la red.**
2. **El circuito equivalente en valores "pu" se hace más abstracto.**
3. **Se eliminan factores como $\sqrt{3}$ o 3, prestándose a confusión en la escritura o interpretación de las ecuaciones de la red.**

$$S_{3F}[MVA] = 3 \cdot S_{1F}[MVA]$$

$$\frac{S_{3F}[MVA] = 3 \cdot S_{1F}[MVA]}{S_{3F,Base}[MVA]}$$

$$\frac{S_{3F}[MVA]}{S_{3F,Base}[MVA]} = \frac{3 \cdot S_{1F}[MVA]}{3 \cdot S_{1F,Base}[MVA]}$$

$$\boxed{S_{3F}[pu] = S_{1F}[pu]}$$

Se 'pierde' el '3'

$$S_{3F}[MVA] = 3 \cdot V[kV] \cdot I^{*}[kA]$$

$$\frac{S_{3F}[MVA] = 3 \cdot V[kV] \cdot I^{*}[kA]}{S_{3F,Base}[MVA]}$$

$$\frac{S_{3F}[MVA]}{S_{3F,Base}[MVA]} = \frac{3 \cdot V[kV] \cdot I^{*}[kA]}{3 \cdot V_{Base}[kV] \cdot I_{Base}[kA]}$$

$$\boxed{S_{3F}[pu] = V[pu] \cdot I^{*}[pu]}$$

Se 'pierde' el '3'

$$U[kV] = \sqrt{3} \cdot V[kV]$$

$$\frac{U[kV] = \sqrt{3} \cdot V[kV]}{U_{Base}[kV]}$$

$$\frac{U[kV]}{U_{Base}[kV]} = \frac{\sqrt{3} \cdot V[kV]}{\sqrt{3} \cdot V_{Base}[kV]}$$

$$\boxed{U[pu] = V[pu]}$$

Se 'pierde' el '$\sqrt{3}$'

SISTEMA DE REPRESENTACIÓN EN [PU]
CIRCUITOS MONOFÁSICOS

- **<u>INTRODUCCIÓN</u> El Sistema de Cálculo Por Unidad es un método de "normalización" o de "reducción a escala", pero no de resolución de circuitos, consistente en ...**

1 **Elegir discrecionalmente las cantidades 'bases'**

Usualmente...
Ub [kV] y Sb [MVA trifásicos]

2 **Transformar el Diagrama de Impedancias del SEP, valorando ahora sus variables y parámetros en cantidades relativas a estas 'bases'**

$$Parámetro\ [pu] = \frac{Valor\ Real\ Parámetro\ \ [unidad\ física]}{Valor\ Base\ Parámetro\ \ [unidad\ física]}$$

$$Variable\ Conocida\ [pu] = \frac{Valor\ Real\ Variable\ \ [unidad\ física]}{Valor\ Base\ Variable\ \ [unidad\ física]}$$

3 **Resolver la Red, planteadas las Ecuaciones de Kirchof en término de ecuaciones con cantidades relativas.**

Obtención de las Variables Desconocidas [pu]

4 **Antitransformar los resultados obtenidos en términos de cantidades relativas a valores reales (si interesara).**

$$Variables\ Resultantes\ [Valor\ Real] = Variables\ Resultantes\ [pu]\ x\ Magnitud\ Base\ [Valor\ Real]$$

Transformar el Diagrama de Impedancias del SEP, valorando ahora sus variables y parámetros en cantidades relativas a estas 'bases'

$$Variable\ [pu] = \frac{Valor\ \ Real\ Variable\ \ [unidad\ física]}{Valor\ Base\ Variable\ \ [unidad\ física]}$$

$$Parámetro\ [pu] = \frac{Valor\ \ Real\ Parámetro\ \ [unidad\ física]}{Valor\ Base\ Parámetro\ \ [unidad\ física]}$$

- **INTRODUCCIÓN (continuación)**

Cada variable o parámetro de la red se expresará así en valores relativos a cantidades denominadas "bases", respetándose las siguientes reglas:

1. **La [unidad física] del Valor Base debe se consistente con la [unidad física] del Valor Real.**
2. **Los Valores Bases deben ser Números Reales (no complejos).**
3. **Los Valores Bases se relacionan entre sí de acuerdo con las Leyes de Kirchhoff.**
4. **La Potencia Base que se adopte, S_b, es invariante (la misma vale para todos lo niveles de tensión).**
5. **El resto de las variables y parámetros bases se relacionan entre sí de un lado con respecto del otro lado de los transformadores de acuerdo con la relación de espiras de los mismos.**

- **COMENTARIOS**

- **Como el Valor Real será generalmente un número complejo, de la regla 2 resultará entonces que éste, expresado en valores relativos o "por unidad", conservará su argumento.**
- **De la regla 3 se deduce que de las tres variables y dos parámetros (S, I, V y Z o Y) que pueden encontrarse en un circuito eléctrico, sólo dos de ellos podrán seleccionarse discrecionalmente. A partir de ellos, los otros dos (considerando que Y_{base} es la inversa de Z_{base}) quedarán determinado por las Leyes de Kirchhoff.**
- **De la regla 3 se desprenden la 4 y la 5. Esto es, habiendo distintos niveles de tensión en el circuito eléctrico en cuestión, el valor de S_b se mantiene invariante para todos ellos, mientras que todos las otras variables y parámetros eléctricos bases se refieren de uno a otro nivel a través de las relaciones de transformación existentes.**

Respetando lo recién expuesto se logrará, tal como se lo demostrará más adelante, que en un circuito eléctrico, valorado sus elementos "por unidad de" o "relativos a" bases correctamente elegidas, las variables eléctricas en el mismo se relacionarán entre sí y por medio de los parámetros de la red, cumpliendo todas las Leyes de la Electrotecnia.

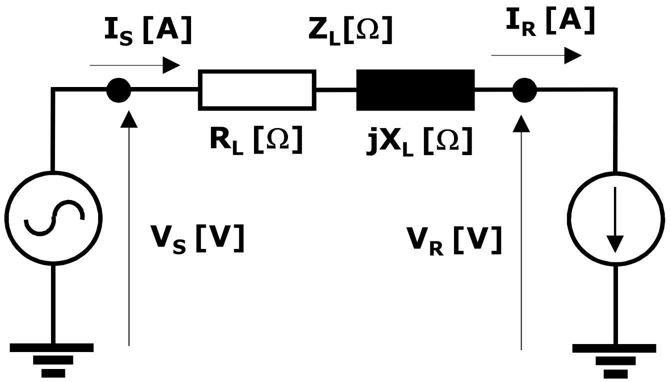
Con las ventajas antes señaladas.

SISTEMA DE REPRESENTACIÓN EN [PU]
CIRCUITOS MONOFÁSICOS

- **DEMOSTRACIÓN**

1. CIRCUITO MONOFÁSICO SIN TRANSFORMADORES.

Conocidas V_R e I_R, calcular V_S y S_S.



$$\boxed{V_S[V] = V_R[V] + (R_L + jX_L)[\Omega] \cdot I_R[A]}$$

$$\boxed{S_S[VA] = V_S[V] \cdot I_S^*[A]}$$

Se eligen

$$\left.\begin{array}{l} V_b[V] \\ I_b[A] \end{array}\right\}$$

Se deducen a partir de las anteriores y de las Leyes de Kirchhoff.

$$Z_b[\Omega] = \frac{V_b[V]}{I_b[A]}$$

$$S_b[VA] = V_b[V] \cdot I_b[A]$$

¡Todos Números REALES!

$$\frac{|V_S[V]|\angle\delta_S{}^{o} = |V_R[V]|\angle\delta_R{}^{o} + (R_L + jX_L)[\Omega] \cdot |I_R[A]|\angle\varphi_R{}^{o}}{V_b[V]}$$

$$\frac{|V_S[V]|}{V_b[V]}\angle\delta_S{}^{o} = \frac{|V_R[V]|}{V_b[V]}\angle\delta_R{}^{o} + \frac{(R_L + jX_L)[\Omega]}{Z_b[\Omega]} \cdot \frac{|I_R[A]|}{I_b[A]}\angle\varphi_R{}^{o}$$

$$\boxed{V_S[pu] = V_R[pu] + (R_L[pu] + jX_L[pu]) \cdot I_R[pu]}$$

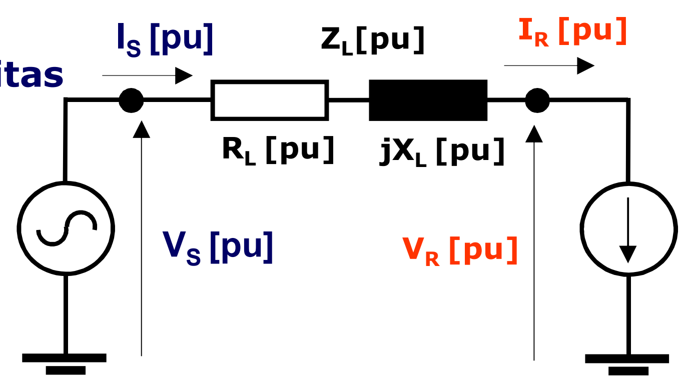
$$\frac{S_S[VA] = V_S[V] \cdot I_S^*[A]}{S_b[VA]}$$

$$\frac{S_S[VA]}{S_b[VA]} = \frac{P_S + jQ_S[VA]}{S_b[VA]} = \frac{|V_S[V]|\angle\delta_S{}^{o} \cdot |I_S|\angle -\varphi_S{}^{o}[A]}{V_b[V] \cdot I_b[V]}$$

$$\boxed{S_S[pu] = P_S[pu] + jQ_S[pu] = V_S[pu] \cdot I_S^*[pu]}$$

Conclusión: podríamos directamente haber hecho el cálculo considerando el circuito "pu" y luego "pasar" los resultados a valores reales, así:

incógnitas



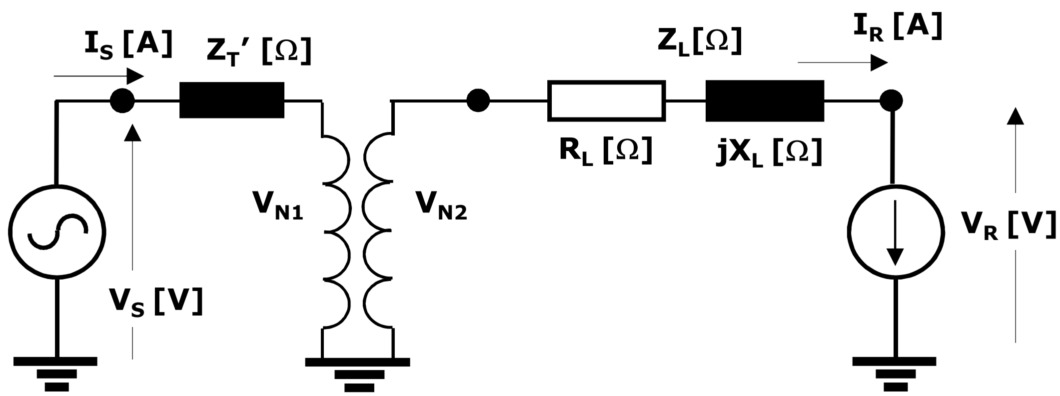
datos

SISTEMA DE REPRESENTACIÓN EN [PU]
CIRCUITOS MONOFÁSICOS

- **<u>DEMOSTRACIÓN</u>**

2. CIRCUITO MONOFÁSICO CON TRANSFORMADORES.

Conocidas V_R e I_R, calcular V_S y S_S.



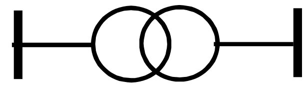
$$V_S[V] = V_R[V] + \left[(R_L + jX_L)[\Omega] \cdot (V_{N1}/V_{N2})^2 + Z_T^{'}[\Omega]\right] \cdot I_R[A] \cdot (V_{N1}/V_{N2})$$

$$I_S[A] = \cdot I_R[A] \cdot (V_{N2}/V_{N1})$$

$$S_S[VA] = V_S[V] \cdot I_S^*[A]$$

¿Como traducir este circuito, que contempla un transformador, a valores ‘pu’ …?

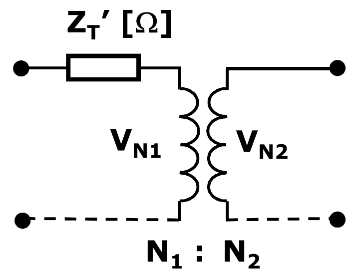
2. CIRCUITO EQUIVALENTE "PU" DE UN TRANSFORMADOR MONOFÁSICO.



A definir, de tal forma que "desaparezcan" los devanados ideales que toman en cuenta la relación de transformación.

A definir

V_{b1} [V]
S_{b1} [VA]



A definir

V_{b2} [V]
S_{b2} [VA]

$$Z_{b1}[\Omega] = \frac{V_{b1}[V]}{I_{b1}[A]} = \frac{[V_{b1}[V]]^2}{S_{b1}[VA]} \qquad Z_{b2}[\Omega] = \frac{V_{b2}[V]}{I_{b2}[A]} = \frac{[V_{b2}[V]]^2}{S_{b2}[VA]}$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$Z'_T[pu] = \frac{Z'_T[\Omega]}{Z_{b1}[\Omega]} = \frac{Z'_T[\Omega]\cdot S_{b1}[VA]}{(V_{b1}[V])^2} \qquad Z''_T[pu] = \frac{Z''_T[\Omega]}{Z_{b2}[\Omega]} = \frac{Z''_T[\Omega]\cdot S_{b2}[VA]}{(V_{b2}[V])^2}$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$S_{b1}[VA] = \frac{Z'_T[pu]\cdot [V_{b1}[V]]^2}{Z'_T[\Omega]} \qquad S_{b2}[VA] = \frac{Z''_T[pu]\cdot [V_{b2}[V]]^2}{Z''_T[\Omega]}$$

Si **se define** que $\boxed{S_{b1}[VA] = S_{b2}[VA]}$, entonces ...

$$\downarrow$$

$$\frac{Z'_T[pu]\cdot [V_{b1}[V]]^2}{Z'_T[\Omega]} = \frac{Z''_T[pu]\cdot [V_{b2}[V]]^2}{Z''_T[\Omega]}$$

$$Z'_T[pu] = Z''_T[pu]\cdot\left(\frac{Z'_T[\Omega]}{Z''_T[\Omega]}\cdot\frac{[V_{b2}[V]]^2}{[V_{b1}[V]]^2}\right)$$

Por otra parte, sabemos que … $\dfrac{Z'_T[\Omega]}{Z''_T[\Omega]} = \left(\dfrac{V_{N1}[V]}{V_{N2}[V]}\right)^2$

V_{Ni}: Tensión Nominal devanado "i"

$$Z'_T[pu] = Z''_T[pu]\cdot\left(\frac{[V_{N1}[V]]^2}{[V_{N2}[V]]^2}\cdot\frac{[V_{b2}[V]]^2}{[V_{b1}[V]]^2}\right)$$

$$Z'_T[pu] = Z''_T[pu]\cdot\frac{\left(\dfrac{V_{N1}[V]}{V_{b1}[V]}\right)^2}{\left(\dfrac{V_{N2}[V]}{V_{b2}[V]}\right)^2}$$

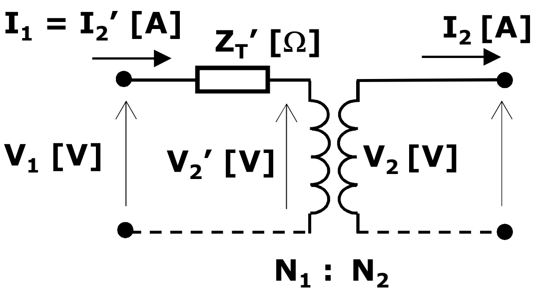
Si se definen $V_{N1}[pu] = \dfrac{V_{N1}[V]}{V_{b1}[V]}$ **y** $V_{N2}[pu] = \dfrac{V_{N2}[V]}{V_{b2}[V]}$

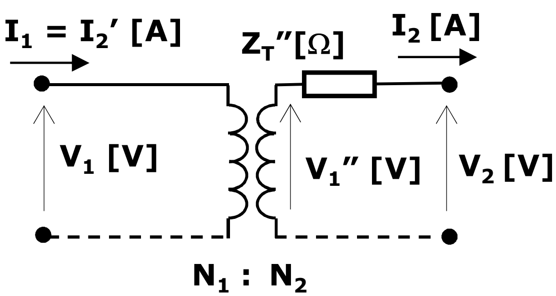
$$Z'_T[pu] = Z''_T[pu]\cdot\left(\frac{V_{N1}[pu]}{V_{N2}[pu]}\right)^2 = Z''_T[pu]\cdot\alpha^2$$

Si se elige $V_{b1}[V]$ y $V_{b2}[V]$ tal que … $\boxed{\dfrac{V_{b1}[V]}{V_{b2}[V]} = \dfrac{V_{N1}[V]}{V_{N2}[V]}}$ **; entonces …** $\alpha = \dfrac{V_{N1}[pu]}{V_{N2}[pu]} = 1 \quad y\,…$

¡ $\boxed{Z'_T[pu] = Z''_T[pu]}$ **!**

3. INTERPRETACIÓN DE LAS ECUACIONES DE UN TRANSFORMADOR MONOFÁSICO EN CANTIDADES "PU" .





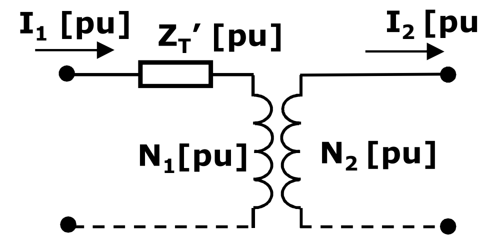
$$Z_T^{'}[\Omega] \neq Z_T^{''}[\Omega]$$
$$I_1[A] \neq I_2[A]$$
$$V_{1,vacío}[V] \neq V_{2,vacío}[V]$$

Según el lado desde el que se mire el transformador, se verán dos impedancias diferentes.

De desarrollos previos ... $\boxed{Z_T^{'}[pu] = Z_T^{''}[pu] \cdot (\alpha[pu])^2}$

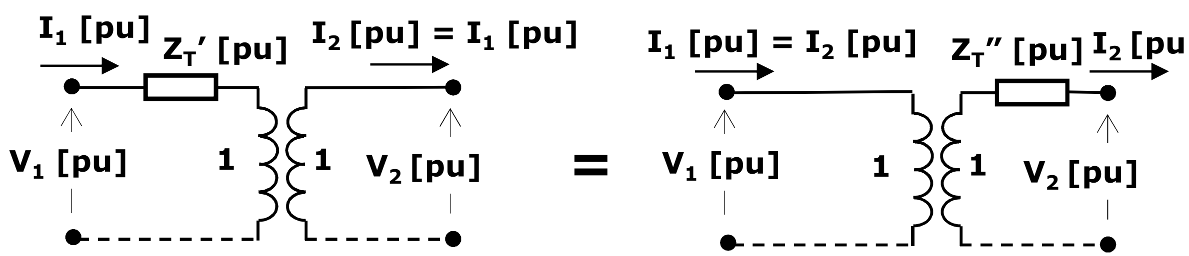
$$donde \quad \alpha = \frac{\dfrac{V_{N1}[V]}{V_{b1}[V]}}{\dfrac{V_{N2}[V]}{V_{b2}[V]}} = \frac{V_{N1}[pu]}{V_{N2}[pu]} = \frac{N_1[pu]}{N_2[pu]}$$

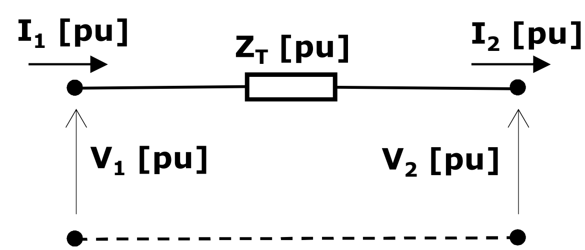
Relación de transformación 'pu'



$\alpha = N_1[pu] : N_2[pu]$

Mientras α =1 → transformador con toma en posición nominal ...

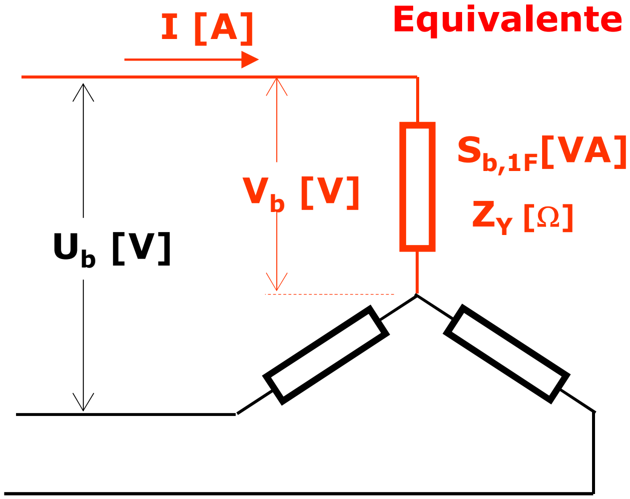




SISTEMA DE REPRESENTACIÓN EN [PU]: EXTENSIÓN A LOS SISTEMAS TRIFÁSICOS

"Las magnitudes bases deben respetar las Leyes de la Electrotecnia"

Equivalente monofásico



$$V_b = \frac{U_b}{\sqrt{3}} \ [V] \qquad S_{b,1F} = \frac{S_{b,3F}}{3} \quad [VA]$$

$$S_{3F}[pu] = \frac{S_{3F}[MVA]}{S_{b,3F}[MVA]} = \frac{\cancel{3}\cdot V[kV]\cdot I^{*}[kA]}{\cancel{3}\cdot V_b[kV]\cdot I_b[kA]} = \frac{S_{1F}[MVA]}{S_{b,1F}[MVA]} = S_{1F}[pu]$$

$$\boxed{S_{3F}[pu] = S_{1F}[pu]}$$

Valores de Z_b e I_b derivados de S_b y V_b monofásicas:

$$Z_{b,Y}[\Omega] = \frac{(V_b[V])^2}{S_{b,1F} \ [VA]} \qquad I_b[A] = \frac{S_{b,1F} \ [VA]}{V_b \ [V]}$$

Valores de Z_b e I_b derivados de S_b y U_b trifásicas:

$$Z_{b,Y}[\Omega] = \frac{\left(U_b[V]/\sqrt{3}\right)^2}{S_{b,1F} \ [VA]} = \frac{(U_b[V])^2}{3\cdot S_{b,1F} \ [VA]} \longrightarrow Z_{b,Y}[\Omega] = \frac{(U_b[V])^2}{S_{b,3F} \ [VA]}$$

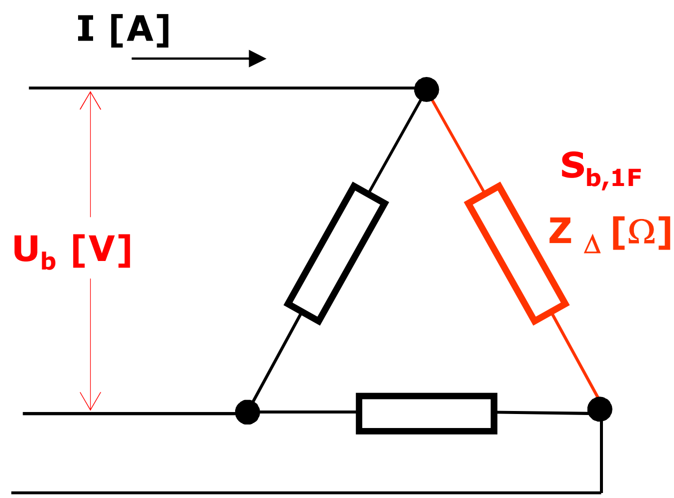
$$I_b[\Omega] = \frac{S_{b,3F} \ [VA]/3}{U_b[V]/\sqrt{3}} \longrightarrow I_b[\Omega] = \frac{S_{b,3F} \ [VA]}{\sqrt{3}\cdot U_b[V]}$$

Lo usual, en Sistemas Trifásicos, es trabajar con bases trifásicas, en cuyo caso se sobreentenderá que: $\boxed{S_b \ [VA] \leftarrow S_{b,3F} \ [VA]}$

También se sobreentenderá que: $\boxed{Z_b \ [\Omega] \leftarrow Z_{b,Y} \ [\Omega]}$

SISTEMA DE REPRESENTACIÓN EN [PU]: EXTENSIÓN A LOS SISTEMAS TRIFÁSICOS

En el caso de un circuito en triángulo …

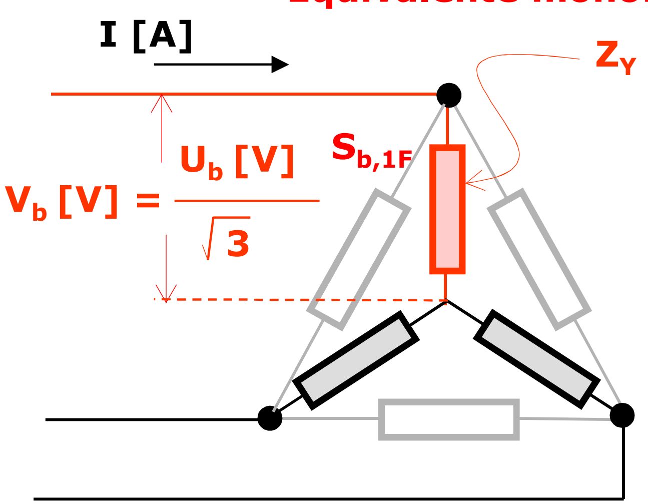


$$\left.\begin{aligned} Z_{\Delta}[pu] &= \frac{Z_{\Delta}[\Omega]}{Z_{b,\Delta}[\Omega]} \\ Z_{b,\Delta}[\Omega] &= \frac{\left(U_b[V]\right)^2}{S_{b,1F}\;[VA]} \end{aligned}\right\} \quad Z_{\Delta}[pu] = \frac{Z_{\Delta}[\Omega]}{\dfrac{\left(U_b[V]\right)^2}{S_{b,1F}[VA]}}$$

Pero como para representar este circuito en el equivalente monofásico se recurre a su Estrella Equivalente …

Equivalente monofásico

$$Z_Y[\Omega] = \frac{Z_{\Delta}[\Omega]}{3}$$



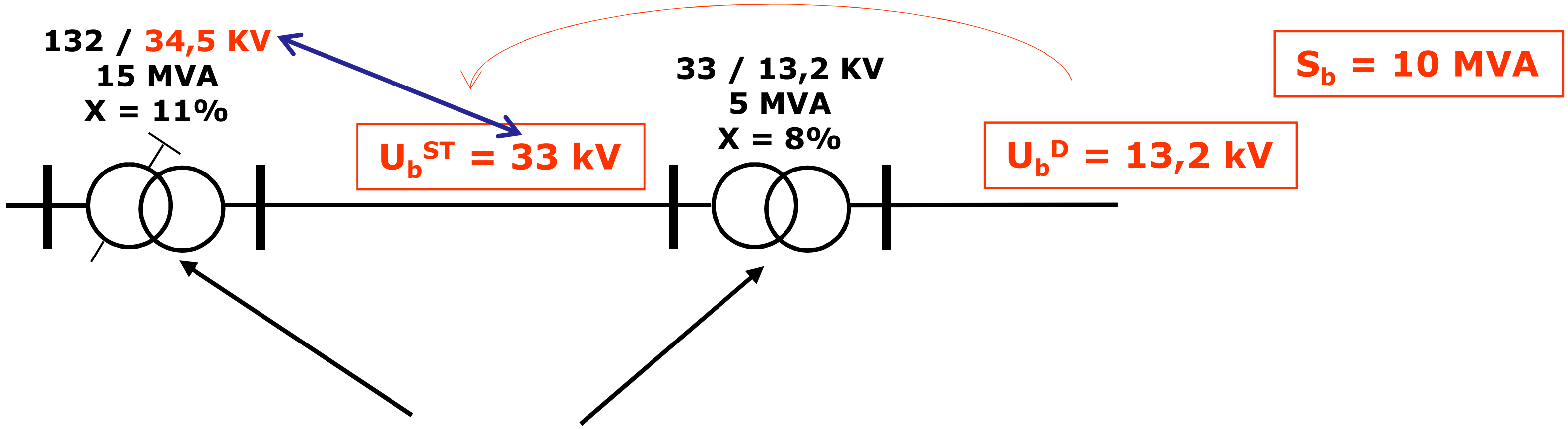
$$Z_{Y,eq}[pu] = \frac{Z_{Y,eq}[\Omega]}{Z_{b,Y}[\Omega]} = \frac{\dfrac{Z_{\Delta}[\Omega]}{3}}{\dfrac{\left(V_b[V]\right)^2}{S_{b,1F}[VA]}} = \frac{Z_{\Delta}[\Omega]}{\dfrac{\left(U_b[V]\right)^2}{S_{b,1F}[VA]}} = \frac{Z_{\Delta}[\Omega]}{Z_{b,\Delta}[\Omega]} = Z_{\Delta}[pu]$$

Conclusión:

$$\boxed{Z_{Y,eq}[pu] = Z_{\Delta}[pu]}$$

SISTEMA DE REPRESENTACIÓN EN [PU]: EXTENSIÓN A LOS SISTEMAS TRIFÁSICOS

CAMBIO DE BASES



X "pu" de características nominales:
U_n [kV] y S_n [MVA] (= "Bases Viejas")

Si ($U_b \neq U_n$) y/o ($S_b \neq S_n$) (Denotando con U_b y S_b = "Bases Nuevas") →

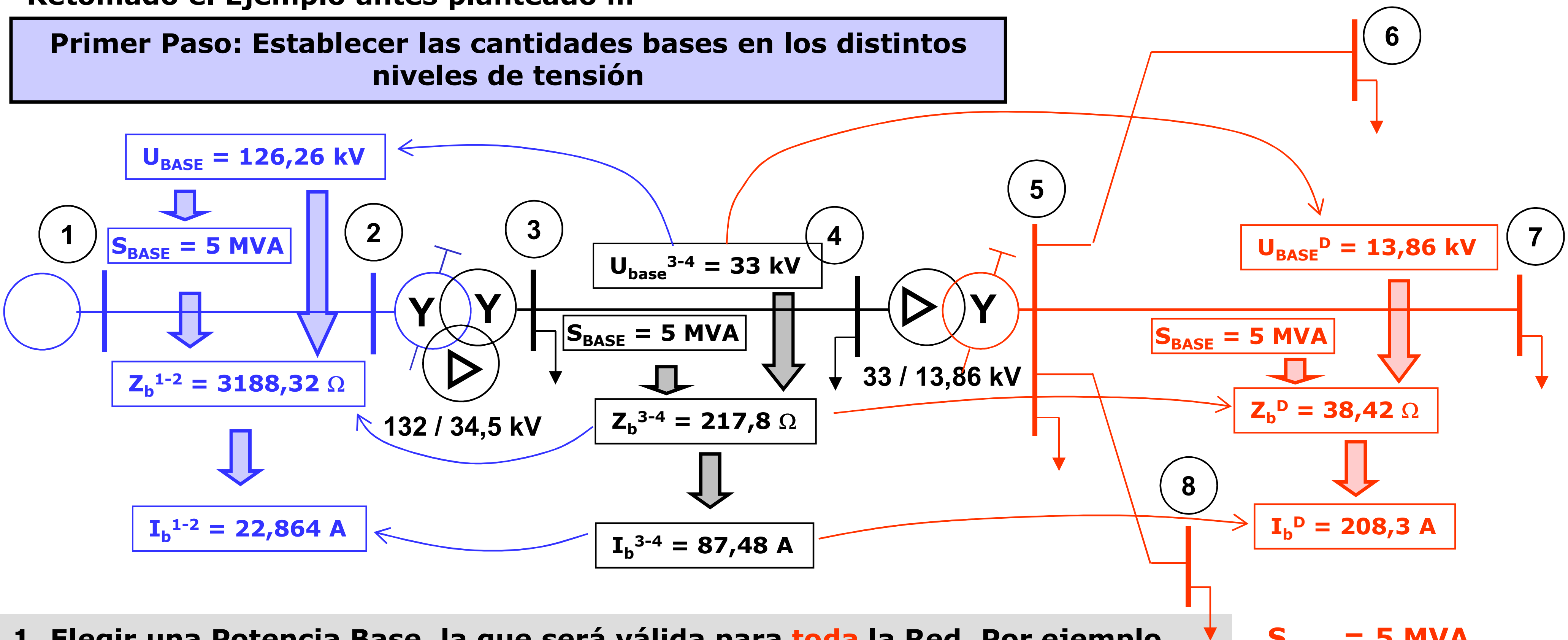
$$Z_{\Omega} = Z_{vieja\ por\ unidad} \cdot Z_{base\ vieja\ en\ \Omega} = Z_{vieja\ por\ unidad} \cdot \frac{\left(U_{base\ vieja\ en\ kV}\right)^2}{S_{base\ vieja\ en\ MVA}}$$

$$Z_{nueva\ por\ unidad} = \frac{Z_{\Omega}}{Z_{base\ nueva\ en\ \Omega}} = Z_{\Omega} \cdot \frac{S_{base\ nueva\ en\ MVA}}{\left(U_{base\ nueva\ en\ kV}\right)^2}$$

$$\boxed{Z_{nueva\ por\ unidad} = Z_{vieja\ por\ unidad} \cdot \left(\frac{U_{base\ vieja\ en\ kV}}{U_{base\ nueva\ en\ kV}}\right)^2 \cdot \frac{S_{base\ nueva\ en\ MVA}}{S_{base\ vieja\ en\ MVA}}}$$

Retomado el Ejemplo antes planteado ...

Primer Paso: Establecer las cantidades bases en los distintos niveles de tensión



1. **Elegir una Potencia Base, la que será válida para toda la Red. Por ejemplo ...** $S_{base} = 5\ MVA$

2. **Elegir una Tensión Base en un Nivel de Tensión. Por ejemplo en subtransmisión ...** $U_{base}^{3-4} = 33\ kV$

Todas las relaciones entre Magnitudes y Parámetros Bases respetan las Leyes de la Electrotécnia

3. **Referir la Tensión Base elegida, de su Nivel de Tensión a los restantes, mediante las relaciones de transformación que correspondan.**

4. **Establecer las Impedancias bases para cada nivel de tensión, mediante las relaciones bases correspondiente o la correspondiente relac. de transformación**

$$Z_{base_Y}^{i-j} = \frac{(U_{base}^{i-j})^2}{S_{base}}$$

5. **Establecer las Corrientes bases para cada nivel de tensión, mediante las relaciones bases correspondientes o la correspondiente relación de transformación**

$$I_{base}^{i-j} = \frac{U_{base}^{i-j}}{\sqrt{3}\cdot Z_{base}^{i-j}}$$

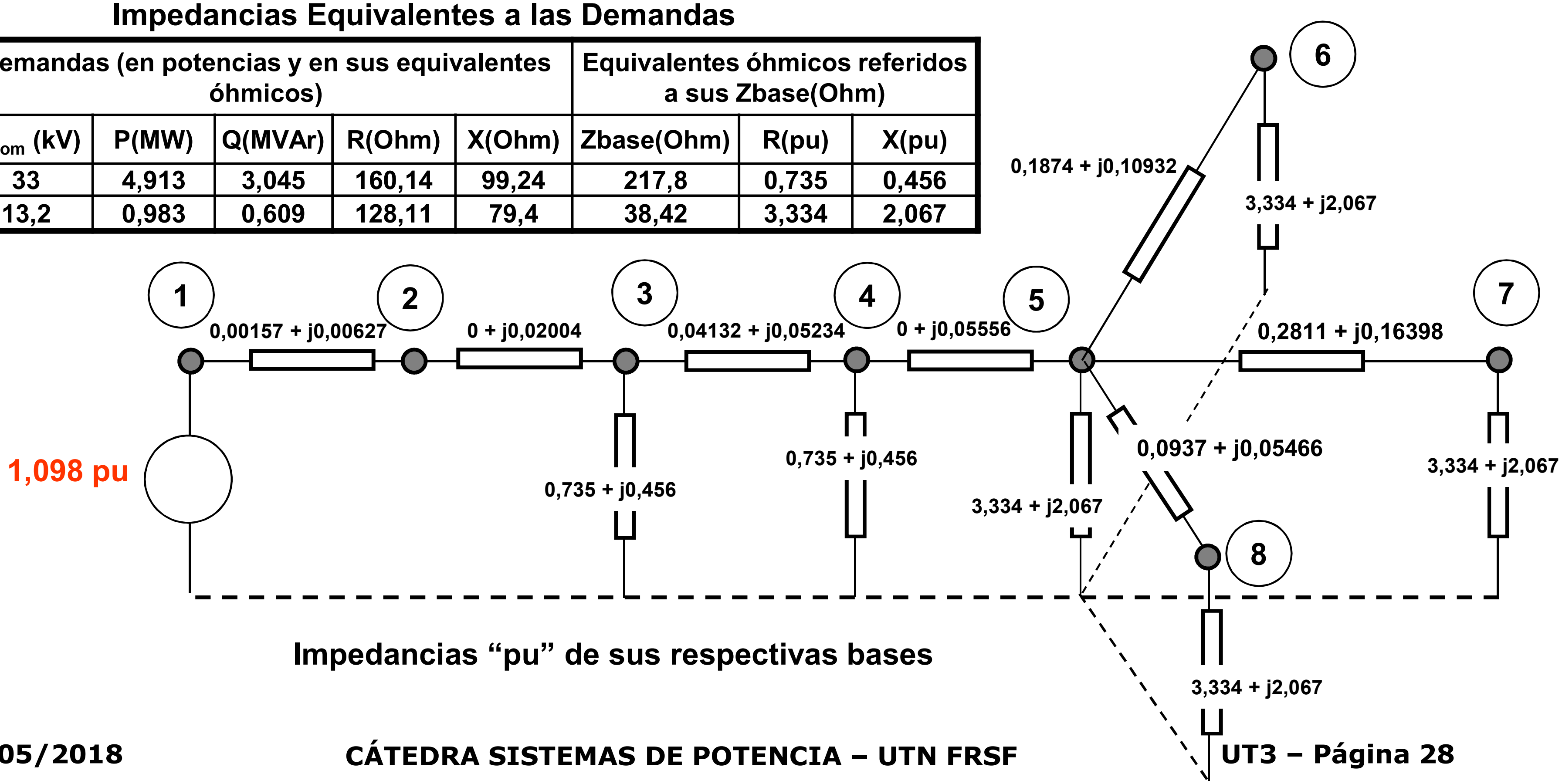
Segundo Paso: Referir variables y parámetros reales a sus respectivas cantidades bases (TRANSFORMAR)

Impedancias de Líneas y Transformadores

	Impedancias en Valores Óhmicos		Impedancias "pu" referidas a sus respectivas Zbase		
Tramo	R (Ohms)	X (Ohms)	Zbase (Ohm)	R (pu)	X (pu)
1-2	5	20	3188,32	0,00157	0,00627
2-3	0	4,364 (lado 34,5kV)	217,88	0	0,02004
3-4	9	11,4	217,88	0,04132	0,05234
4-5	0	12,1 (lado 33kV)	217,88	0	0,05556
5-6	7,2	4,56	38,42	0,1874	0,10932
5-7	10,8	6,84	38,42	0,2811	0,16398
5-8	3,6	2,28	38,42	0,0937	0,05466

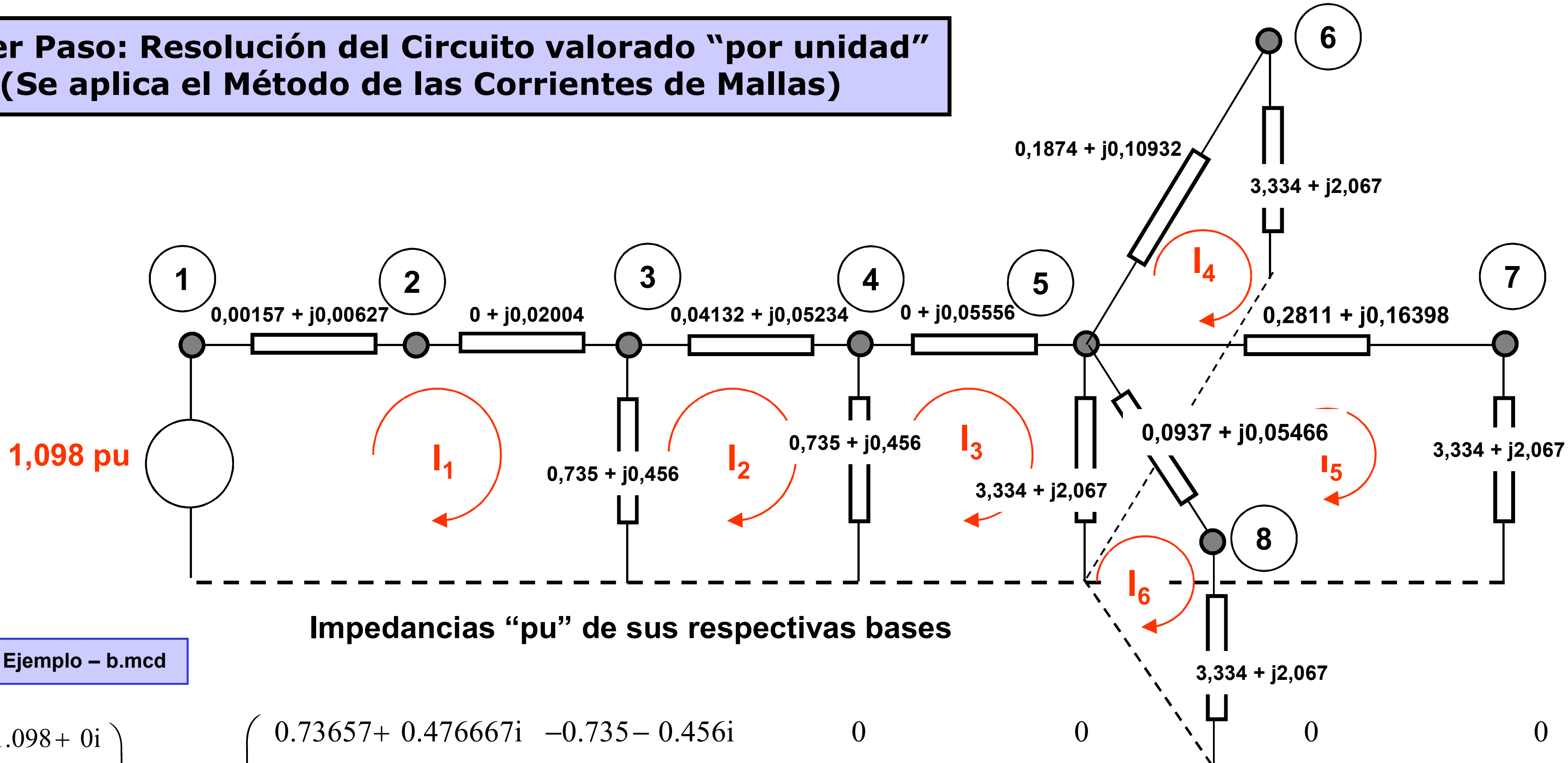
Impedancias Equivalentes a las Demandas

	Demandas (en potencias y en sus equivalentes óhmicos)					Equivalentes óhmicos referidos a sus Zbase(Ohm)		
Barra	U_{nom} (kV)	P(MW)	Q(MVAr)	R(Ohm)	X(Ohm)	Zbase(Ohm)	R(pu)	X(pu)
3, 4	33	4,913	3,045	160,14	99,24	217,8	0,735	0,456
5, 6, 7, 8	13,2	0,983	0,609	128,11	79,4	38,42	3,334	2,067



Impedancias "pu" de sus respectivas bases

Tercer Paso: Resolución del Circuito valorado "por unidad"
(Se aplica el Método de las Corrientes de Mallas)



Impedancias "pu" de sus respectivas bases

UT3-2014 Ejemplo – b.mcd

$$E := \begin{pmatrix} 1.098+0i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad Z := \begin{pmatrix} 0.73657+0.476667i & -0.735-0.456i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.735-0.456i & 1.51132+.96434i & -0.735-0.456i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.735-0.456i & 4.069+2.57856i & -3.334-2.067i & -3.334-2.067i & -3.334-2.067i \\ 0 & 0 & -3.334-2.067i & 6.8554+4.24332i & 3.334+2.067i & 3.334+2.067i \\ 0 & 0 & -3.334-2.067i & 3.334+2.067i & 6.9491+4.29798i & 3.334+2.067i \\ 0 & 0 & -3.334-2.067i & 3.334+2.067i & 3.334+2.067i & 6.7617+4.18866i \end{pmatrix}$$

$$I := Z^{-1} \cdot E \quad \longrightarrow \quad I = \begin{pmatrix} 2.554-1.898i \\ 1.548-1.206i \\ 0.686-0.561i \\ 0.169-0.138i \\ 0.165-0.135i \\ 0.174-0.142i \end{pmatrix}$$

$$VnD := 13.2$$ ← **Tensión nominal del nivel de Distribución**

$$VbD := 13.86$$ ← **Tensión base para el nivel de Distribución**

$$I = \begin{pmatrix} 2.554 - 1.898i \\ 1.548 - 1.206i \\ 0.686 - 0.561i \\ 0.169 - 0.138i \\ 0.165 - 0.135i \\ 0.174 - 0.142i \end{pmatrix} \longmapsto$$

$$V4 := (I_2 - I_3) \cdot (0.735 + 0.456i) \longrightarrow |V4| = 0.931$$

$$V5 := I_4 \cdot (0.1874 + 0.10932i + 3.334 + 2.067i) \longrightarrow |V5| = 0.904 \longrightarrow |V5| \cdot \frac{VbD}{VnD} = 0.95$$

$$V6 := I_4 \cdot (3.334 + 2.067i) \longrightarrow |V6| = 0.857 \longrightarrow |V6| \cdot \frac{VbD}{VnD} = 0.9$$

$$V7 := I_5 \cdot (3.334 + 2.067i) \longrightarrow |V7| = 0.835 \longrightarrow |V7| \cdot \frac{VbD}{VnD} = 0.877$$

Cuarto Paso: Convertir los resultados "pu" a valores reales (ANTITRANSFORMAR) en el nivel de tensión que se juzgue conveniente.

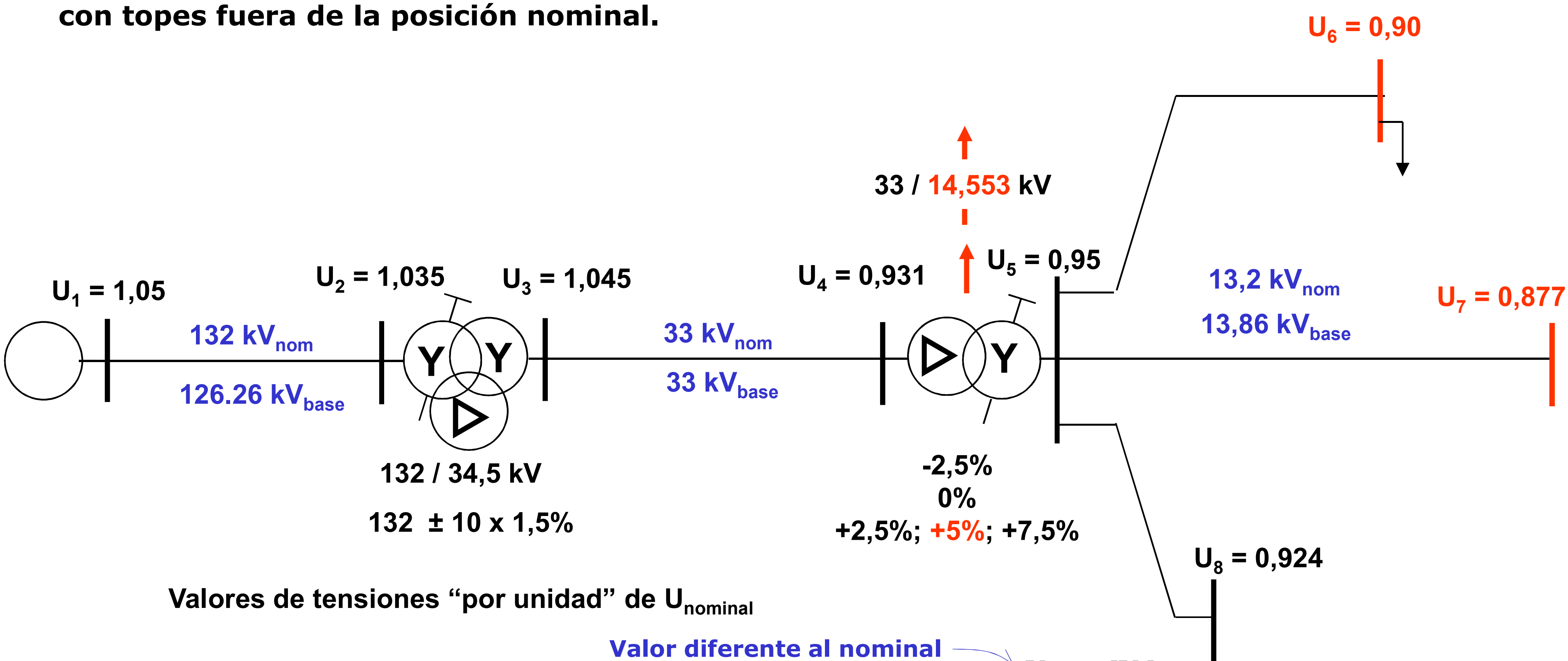
Por ejemplo, para el nivel de transmisión o AT, …

$$|I_1| = 3.182 \qquad \arg(I_1) \cdot \frac{180}{\pi} = -36.623$$

$$IbAT := 22.864$$ ← **Corriente base, en Amperes, para el nivel de Alta Tensión**

$$|I_1| \cdot IbAT = 72.748$$ ← **Corriente, en Amperes, en el arranque del Sistema Eléctrico**

- **Del cálculo realizado se observa la necesidad de operar el Transformador entre Barras 4 y 5 con topes fuera de la posición nominal.**

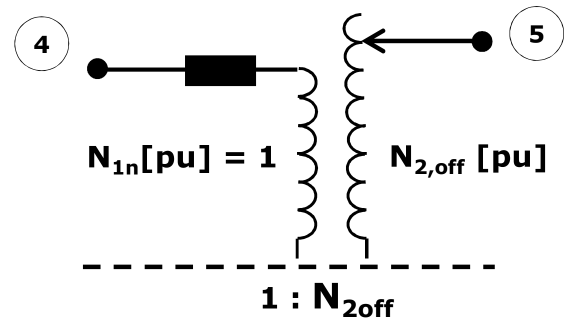


Valores de tensiones "por unidad" de $U_{nominal}$

Valor diferente al nominal

De desarrollos previos … $Z''_T\,[pu] = Z'_T\,[pu]\cdot\left(\alpha\,[pu]\right)^2$ *Ahora* $\alpha \rightarrow \alpha_{off} = \dfrac{\dfrac{V_{N2,off}\,[V]}{V_{b2}\,[V]}}{\dfrac{V_{N1}\,[V]}{V_{b1}\,[V]}} = \dfrac{V_{N2,off}\,[pu]}{V_{N1}\,[pu]} = \dfrac{N_{N2,off}\,[pu]}{N_{N1}\,[pu]} \neq 1$

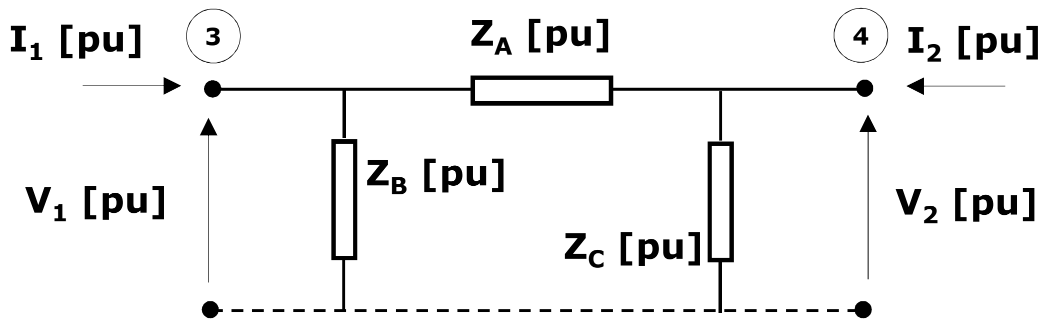
Valor original



- **¿Qué hacemos ahora?. ¿Habiendo tomado como U_{base} de partida la del nivel de 33kV, recálculamos todas las cantidades bases (y de ahí también todas las cantidades "pu") del nivel a la derecha del transformador 4-5?**

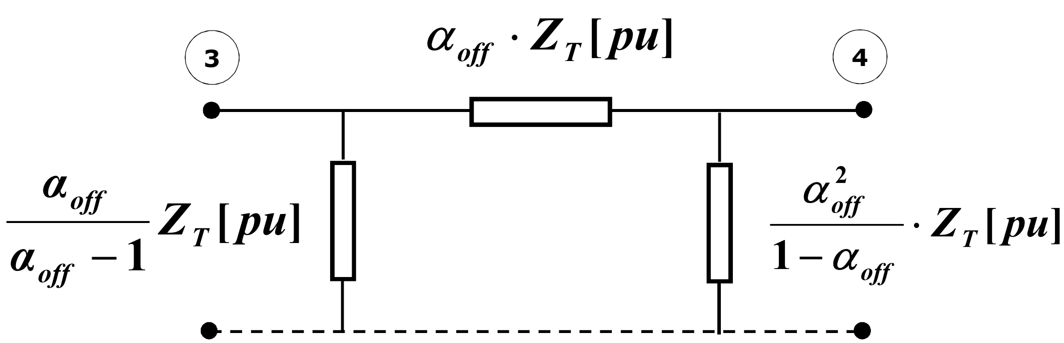
CIRCUITO EQUIVALENTE EN [PU] DE UN TRANSFORMADOR CON RELACIONES DE ESPIRAS FUERA DE LA NOMINAL

- **O modificamos el circuito equivalente del transformador "por unidad", así …**



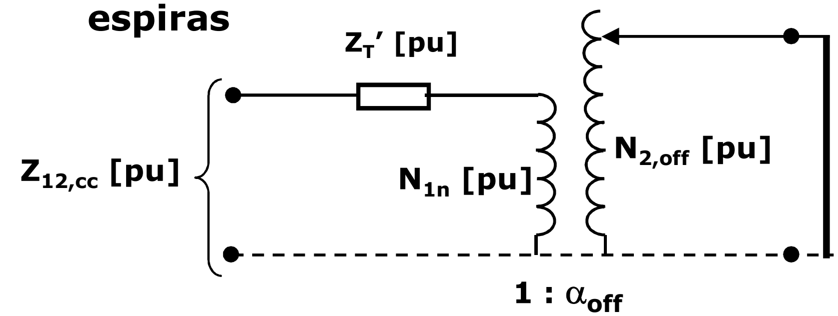
… tal que, cada vez que cambie α cambien Z_A[pu], Z_B[pu] y Z_C[pu], pero <u>no</u> cambien V_{b2} ni I_{b2}.

- **Así, los parámetros de este equivalente del transformador "por unidad", en función de su actual relación de espiras, resultarán …**

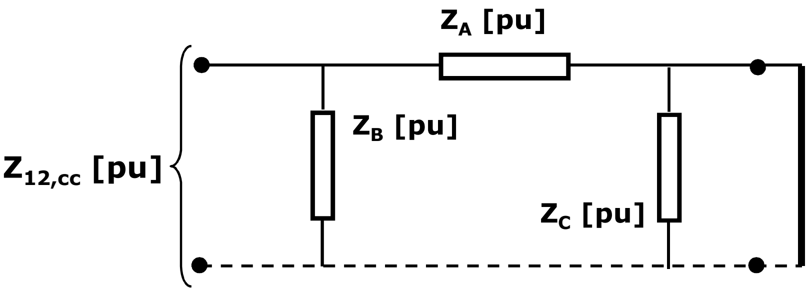


Donde Z_T [pu]: Impedancia de Cortocircuito, "pu", cuando la relación de espiras es la nominal.

- **Justificación del equivalente del transformador "por unidad", en función de su nueva relación de espiras**

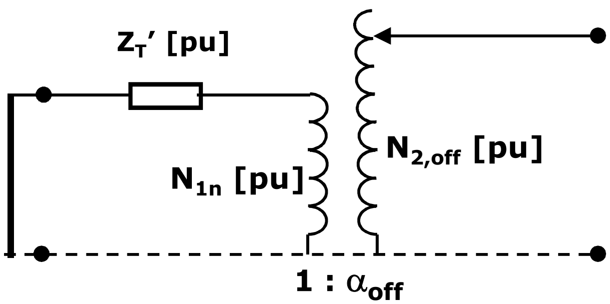


$$Z_{12,cc}[pu] = Z_T[pu]$$
$$\left(Z'_T[pu] = Z_T[pu]\right)$$

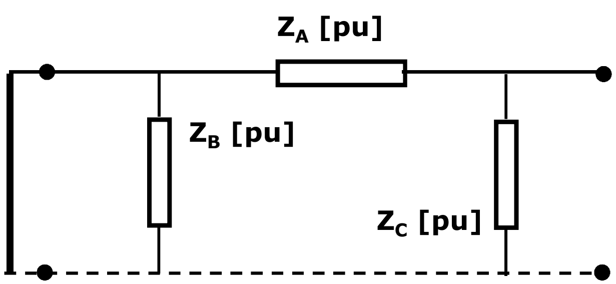


$$Z_{12,cc}[pu] = Z_A[pu] // Z_B[pu]$$
$$Z_{12,cc}[pu] = \frac{Z_A[pu] \cdot Z_B[pu]}{Z_A[pu] + Z_B[pu]}$$

$$Z_T[pu] = \frac{Z_A[pu] \cdot Z_B[pu]}{Z_A[pu] + Z_B[pu]} \qquad (1)$$

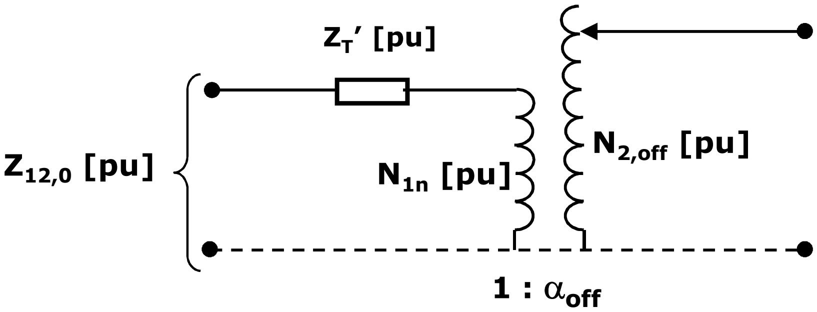


$$Z_{21,cc}[pu] = \alpha_{off}^2 \cdot Z_T[pu]$$

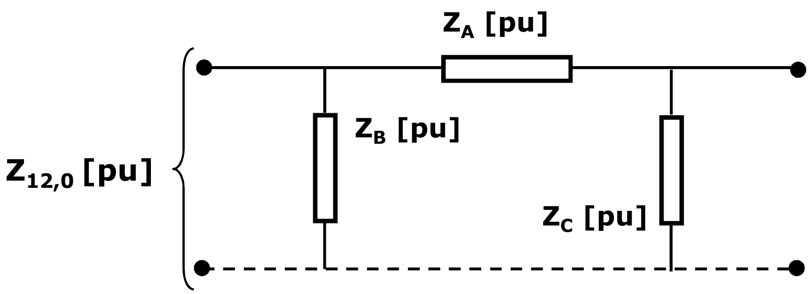


$$Z_{21,cc}[pu] = Z_A[pu] // Z_C[pu]$$
$$Z_{21,cc}[pu] = \frac{Z_A[pu] \cdot Z_C[pu]}{Z_A[pu] + Z_C[pu]}$$

$$\alpha_{off}^2 \cdot Z_T[pu] = \frac{Z_A[pu] \cdot Z_C[pu]}{Z_A[pu] + Z_C[pu]} \qquad (2)$$



$$Z_{12,0}[pu]=\infty$$



$$Z_{12,0}[pu]=\left(Z_A[pu]+Z_C[pu]\right)//\,Z_B[pu]$$

$$Z_{12,0}[pu]=\frac{\left(Z_A[pu]+Z_C[pu]\right)\cdot Z_B[pu]}{Z_A[pu]+Z_C[pu]+Z_B[pu]}$$

$$\infty=\frac{\left(Z_A[pu]+Z_C[pu]\right)\cdot Z_B[pu]}{Z_A[pu]+Z_B[pu]+Z_C[pu]} \quad (3)$$

$$0=Z_A[pu]+Z_B[pu]+Z_C[pu] \quad (3')$$

$$Z_T[pu]=\frac{Z_A[pu]\cdot Z_B[pu]}{Z_A[pu]+Z_B[pu]} \quad (1)$$

$$\alpha_{off}^2\cdot Z_T[pu]=\frac{Z_A[pu]\cdot Z_C[pu]}{Z_A[pu]+Z_C[pu]} \quad (2)$$

$$0=Z_A[pu]+Z_B[pu]+Z_C[pu] \quad (3')$$

De (3') $Z_A[pu]+Z_B[pu]=-Z_C[pu]$ **en (1):**

$$Z_T[pu]=\frac{Z_A[pu]\cdot Z_B[pu]}{-Z_C[pu]}=Z_A[pu]\cdot\left(-\frac{Z_B[pu]}{Z_C[pu]}\right) \quad (1')$$

De (3') $Z_A[pu]+Z_C[pu]=-Z_B[pu]$ **en (2):**

$$\alpha_{off}^2\cdot Z_T[pu]=\frac{Z_A[pu]\cdot Z_C[pu]}{-Z_B[pu]}=\frac{Z_A[pu]}{\left(-\frac{Z_B[pu]}{Z_C[pu]}\right)} \quad (2')$$

De página anterior

$$\begin{cases} Z_T[pu] = \dfrac{Z_A[pu]\cdot Z_B[pu]}{Z_A[pu]+Z_B[pu]} & (1) \\ \alpha_{off}^2 \cdot Z_T[pu] = \dfrac{Z_A[pu]\cdot Z_C[pu]}{Z_A[pu]+Z_C[pu]} & (2) \\ 0 = Z_A[pu]+Z_B[pu]+Z_C[pu] & (3') \end{cases}$$

De (3') $Z_A[pu]+Z_B[pu]=-Z_C[pu]$ **en (1):**

$$Z_T[pu] = \frac{Z_A[pu]\cdot Z_B[pu]}{-Z_C[pu]} = Z_A[pu]\cdot\left(-\frac{Z_B[pu]}{Z_C[pu]}\right) \qquad (1')$$

De (3') $Z_A[pu]+Z_C[pu]=-Z_B[pu]$ **en (2):**

$$\alpha_{off}^2 \cdot Z_T[pu] = \frac{Z_A[pu]\cdot Z_C[pu]}{-Z_B[pu]} = \frac{Z_A[pu]}{\left(-\dfrac{Z_B[pu]}{Z_C[pu]}\right)} \qquad (2')$$

De (2') $-\dfrac{Z_B[pu]}{Z_C[pu]} = \dfrac{Z_A[pu]}{\alpha_{off}^2 \cdot Z_T[pu]}$ **en (1'):**

$$Z_T[pu] = Z_A[pu]\cdot\frac{Z_A[pu]}{\alpha_{off}^2 \cdot Z_T[pu]}$$

$$\alpha_{off}^2 \cdot Z_T^2[pu] = Z_A^2[pu]$$

$$\boxed{Z_A[pu] = \alpha_{off} \cdot Z_T[pu]} \qquad \boxed{(4)}$$

De (4) en (1): $Z_T[pu] = \dfrac{\alpha_{off} \cdot Z_T[pu]\cdot Z_B[pu]}{\alpha_{off} \cdot Z_T[pu] + Z_B[pu]}$

$$\alpha_{off} \cdot Z_T^2[pu] + Z_T \cdot Z_B[pu] = \alpha_{off} \cdot Z_T[pu]\cdot Z_B[pu]$$

$$\alpha_{off} \cdot Z_T[pu] + Z_B[pu] = \alpha_{off} \cdot Z_B[pu]$$

$$\alpha_{off} \cdot Z_T[pu] = \alpha_{off} \cdot Z_B[pu] - Z_B[pu]$$

$$\boxed{Z_B[pu] = \frac{\alpha_{off}}{\alpha_{off}-1} Z_T[pu]} \qquad \boxed{(5)}$$

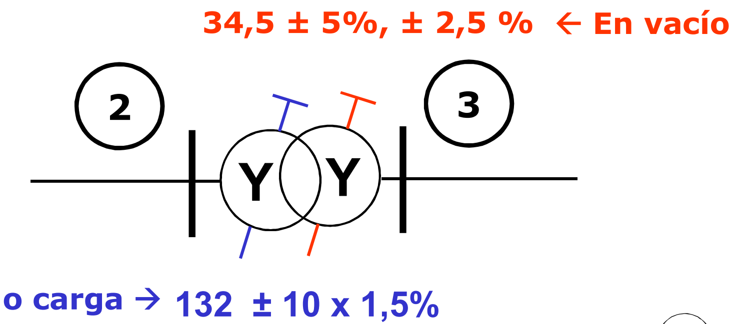
De (4) y (5) en (3'): $Z_C[pu] = -Z_A[pu] - Z_B[pu]$

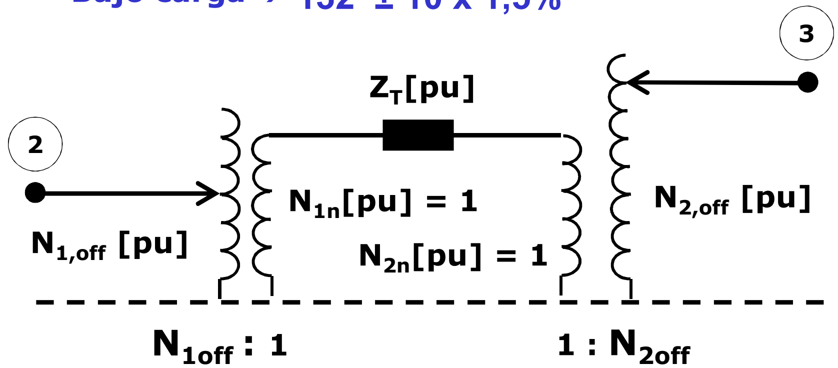
$$Z_C[pu] = -\alpha_{off} \cdot Z_T[pu] - \frac{\alpha_{off}}{\alpha_{off}-1}\cdot Z_T[pu]$$

$$Z_C[pu] = -\alpha_{off} \cdot Z_T[pu]\cdot\left(-1-\frac{1}{\alpha_{off}-1}\right) = -\alpha_{off} \cdot Z_T[pu]\cdot\left(\frac{-\alpha_{off}+1-1}{\alpha_{off}-1}\right)$$

$$\boxed{Z_C[pu] = \frac{\alpha_{off}^2}{1-\alpha_{off}}\cdot Z_T[pu]} \qquad \boxed{(6)}$$

Puede también darse la situación siguiente …

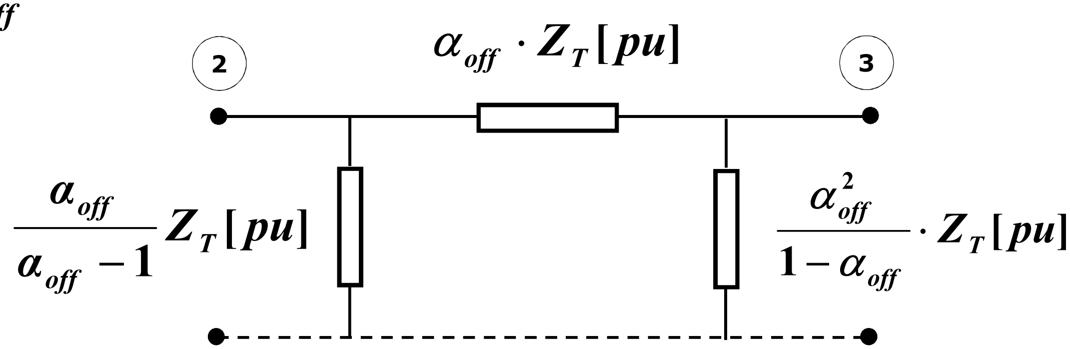




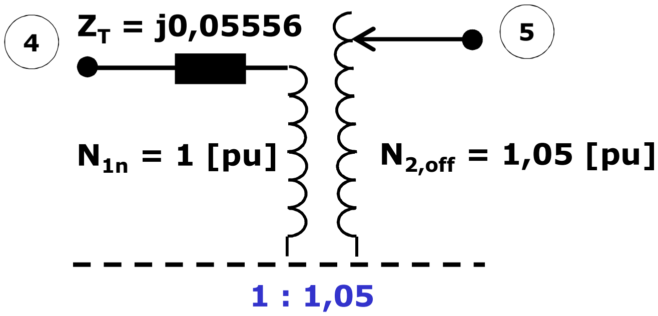
Con lo que ahora …

$$\alpha_{off} = \frac{\dfrac{V_{N2,off}[V]}{V_{b2}[V]}}{\dfrac{V_{N1,off}[V]}{V_{b1}[V]}} = \frac{V_{N2,off}[pu]}{V_{N1,off}[pu]}$$

Luego, los parámetros del circuito equivalente al transformador deberán valorarse con este nuevo α_{off}



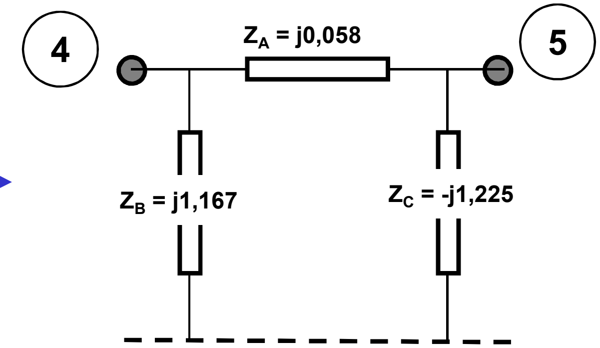
Retomado nuevamente el Ejemplo antes planteado …



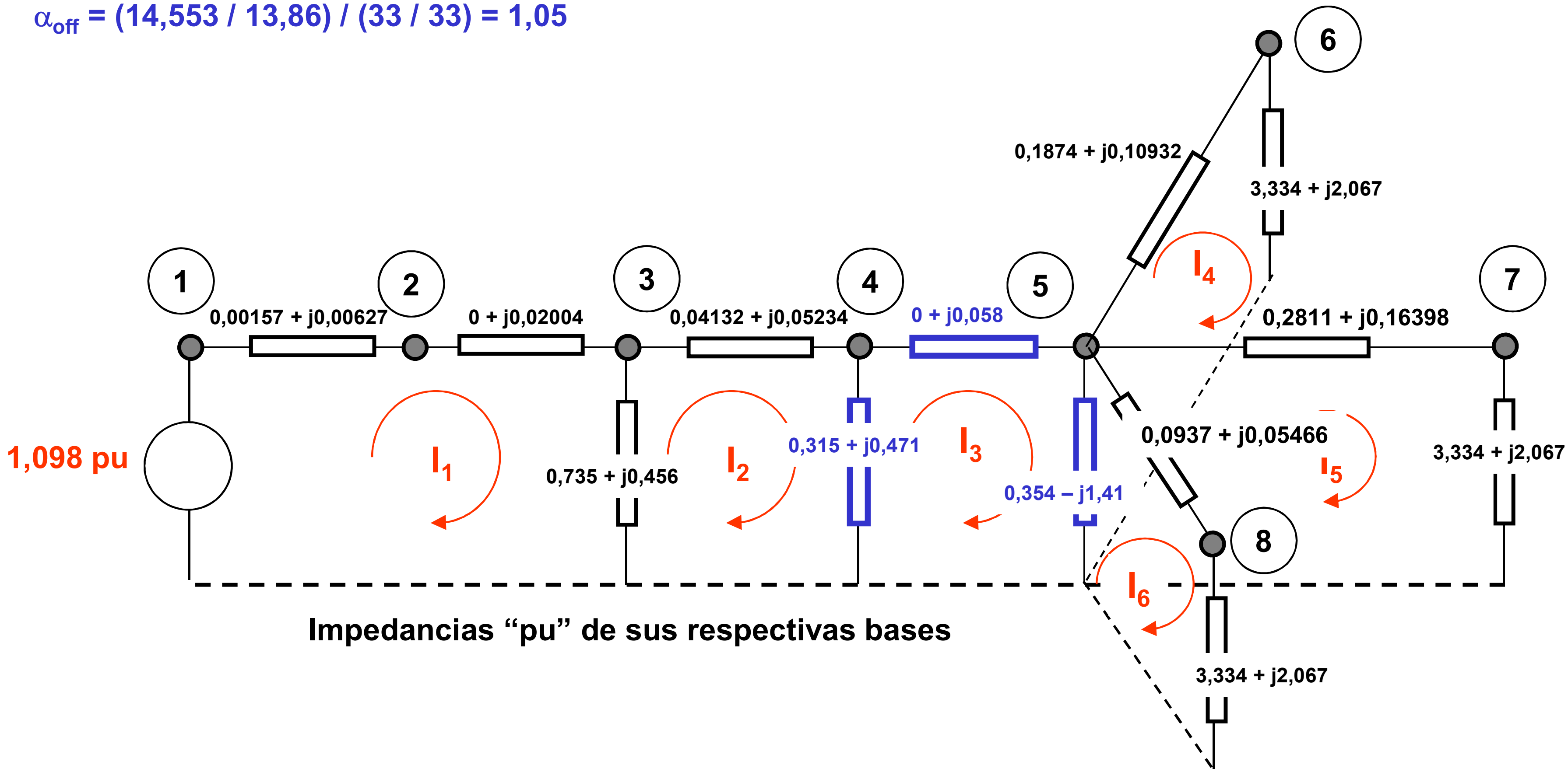
$$Z_A[pu] = \alpha_{off} \cdot Z_T[pu]$$

$$Z_B[pu] = \frac{\alpha_{off}}{\alpha_{off} - 1} Z_T[pu]$$

$$Z_C[pu] = \frac{\alpha_{off}^2}{1 - \alpha_{off}} \cdot Z_T[pu]$$



α_{off} = (14,553 / 13,86) / (33 / 33) = 1,05



Impedancias “pu” de sus respectivas bases

$$
Z := \begin{pmatrix}
0.73657+0.476667i & -0.735-0.456i & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-0.735-0.456i & 1.09132+0.97934i & -0.315-.471i & 0 & 0 & 0 \\
0 & -0.315-.471i & 0.669-0.881i & -0.354+1.41i & -0.354+1.41i & -0.354+1.41i \\
0 & 0 & -0.354+1.41i & 3.8754+.76632i & 0.354-1.41i & 0.354-1.41i \\
0 & 0 & -0.354+1.41i & 0.354-1.41i & 3.9691+0.82098i & 0.354-1.41i \\
0 & 0 & -0.354+1.41i & 0.354-1.41i & 0.354-1.41i & 3.7817+0.71166i
\end{pmatrix}
$$

$$
I := Z^{-1} \cdot E \quad \longrightarrow \quad I = \begin{pmatrix} 2.561-1.953i \\ 1.557-1.262i \\ 0.767+0.17i \\ 0.176-0.144i \\ 0.172-0.14i \\ 0.181-0.148i \end{pmatrix}
$$

$$V4 := (I_2 - I_3) \cdot (0.735+0.456i) \quad \longrightarrow \quad |V4| = 1.414$$

$$V5 := I_4 \cdot (0.1874+0.10932i+3.334+2.067i) \quad \longrightarrow \quad |V5| \cdot \frac{VbD}{VnD} = 0.988$$

$$V6 := I_4 \cdot (3.334+2.067i) \quad \longrightarrow \quad |V6| \cdot \frac{VbD}{VnD} = 0.937$$

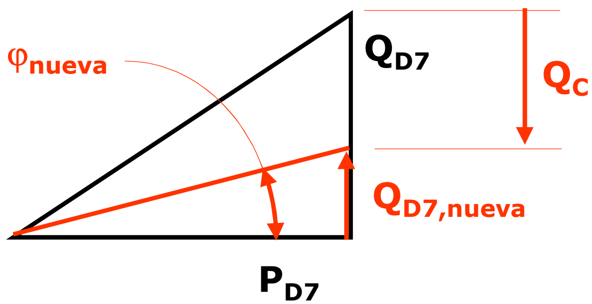
$$V7 := I_5 \cdot (3.334+2.067i) \quad \longrightarrow \quad |V7| \cdot \frac{VbD}{VnD} = 0.913$$

$$V8 := I_6 \cdot (3.334+2.067i) \quad \longrightarrow \quad |V8| \cdot \frac{VbD}{VnD} = 0.962$$

Aún no se ha logrado que U_7 entre dentro de la banda admisible → Habrá que recalcular todo considerando que el transformador 4-5 opera con un tope más arriba que el actual → Tarea para la casa.

Alternativa sugerida por un alumno para mejorar la tensión en la Barra 7: instalar capacitores shunt en ella.

Se probará compensar parte del reactivo consumido por la demanda, llevando el conjunto a operar con un fp = 0,98



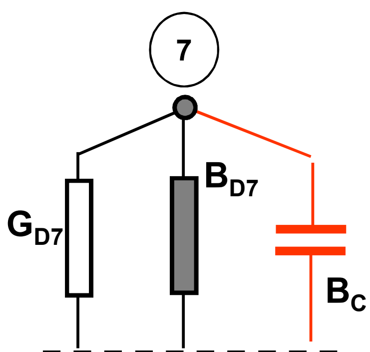
$\varphi_{nueva} = \cos^{-1}(0,98) = 11,48°$

$P_{D7} + jQ_{D7} = 0,983 + j0,609$ MVAr

$Q_{D7,nueva} = P_{D7} * tg(\varphi_{nueva}) = 0,1996$ MVAr

$Q_C = Q_{D7} - Q_{D7,nueva} = 0,4094$ MVAr

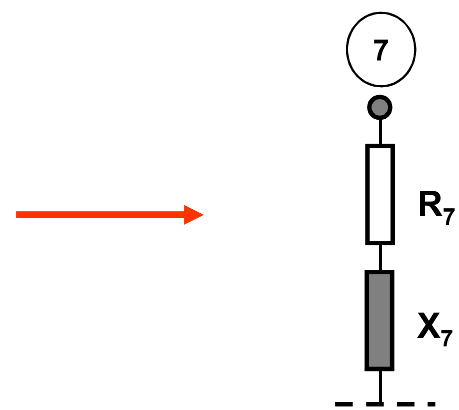
$B_C = wC = Q_C / U^2 = 0,00235$ S



$G_{D7} = P_{D7} / U^2 = 0,005642$ S

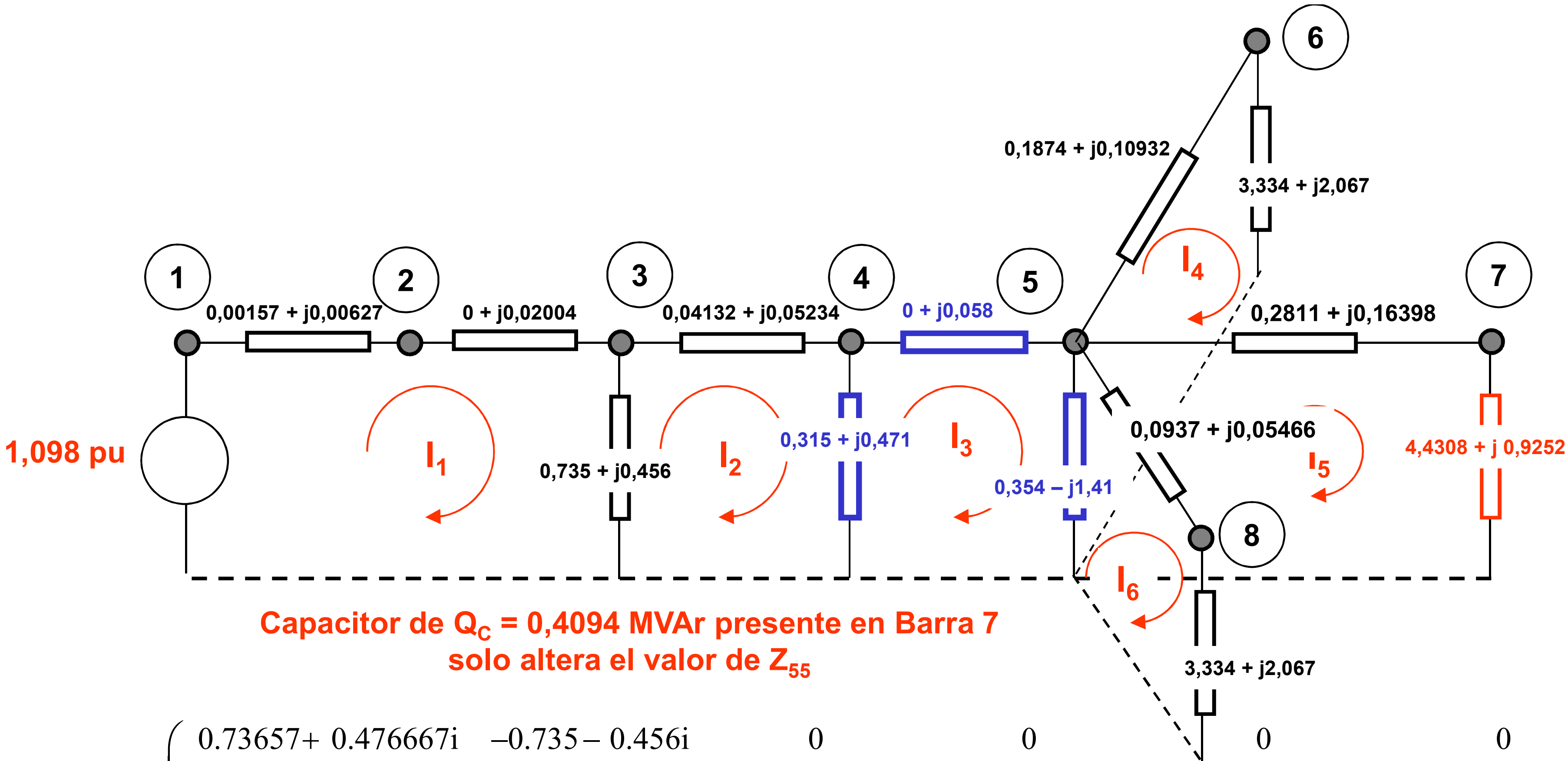
$B_{D7} = Q_{D7} / U^2 = 0,003495$ S

$B_C = wC = Q_C / U^2 = 0,00235$ S



$R_7 + jX_7 = 1 / [G_{D7} + j(B_C - B_{D7})] = 170,231 + j34,547$ Ohms

$R_7 + jX_7 = (170,231 + j34,547 \text{ Ohms}) / 38,42 \text{ Ohms} =$
$= 4,4308 + j0,92522$ pu



Capacitor de Q_C = 0,4094 MVAr presente en Barra 7
solo altera el valor de Z_{55}

$$Z := \begin{pmatrix} 0.73657+0.476667i & -0.735-0.456i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.735-0.456i & 1.09132+0.97934i & -0.315-.471i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.315-.471i & 0.669-0.881i & -0.354+1.41i & -0.354+1.41i & -0.354+1.41i \\ 0 & 0 & -0.354+1.41i & 3.8754+.76632i & 0.354-1.41i & 0.354-1.41i \\ 0 & 0 & -0.354+1.41i & 0.354-1.41i & 5.0659-0.32082i & 0.354-1.41i \\ 0 & 0 & -0.354+1.41i & 0.354-1.41i & 0.354-1.41i & 3.7817+0.71166i \end{pmatrix}$$

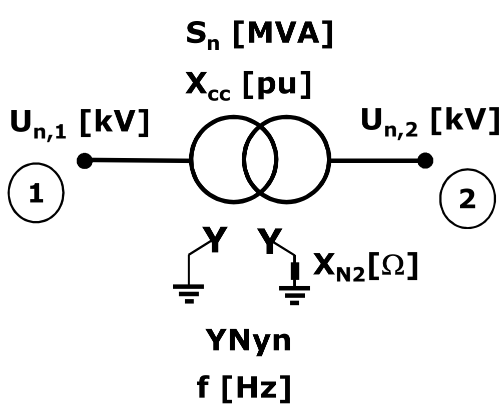
Z_{55}

$$I = \begin{pmatrix} 2.579-1.893i \\ 1.573-1.201i \\ 0.786+0.241i \\ 0.177-0.146i \\ 0.184-0.07i \\ 0.182-0.15i \end{pmatrix} \longrightarrow V7 := I_5 \cdot (4.4308+0.92522i) \longrightarrow |V7| \cdot \frac{VbD}{VnD} = 0.933$$

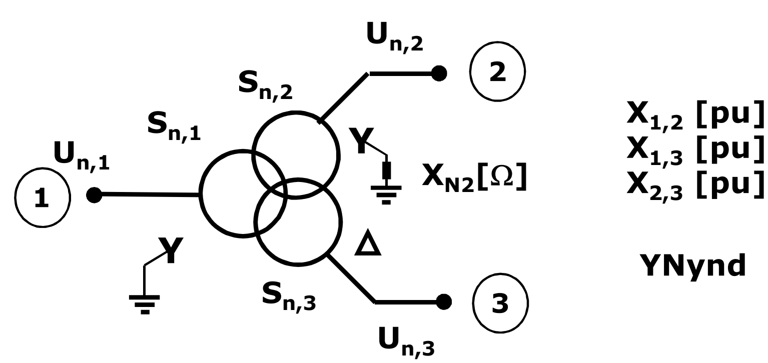
MODELADO DE LOS TRANSFORMADORES

Símbolos e información básica

Transformador Trifásico de Dos Devanados



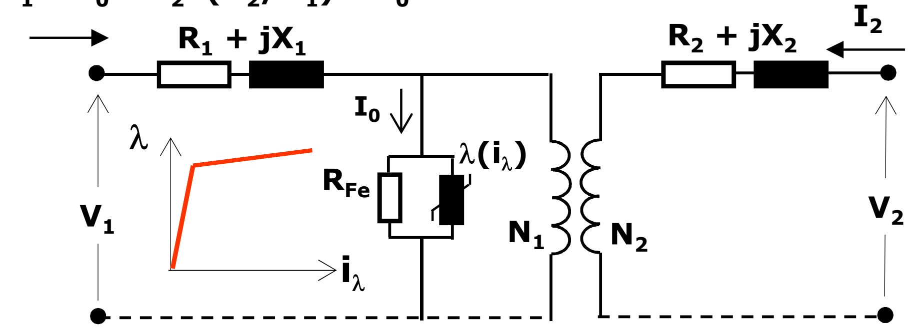
Transformador Trifásico de Tres Devanados



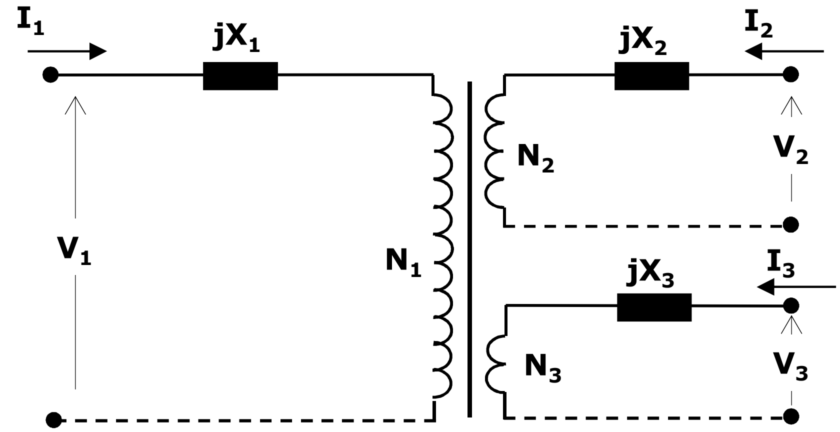
MODELADO DE LOS TRANSFORMADORES
Secuencia Directa

Transformador de dos devanados
Circuito Exacto – Parámetros Reales

$I_1 + I_0 = I_2 \cdot (N_2/N_1) + I_0$

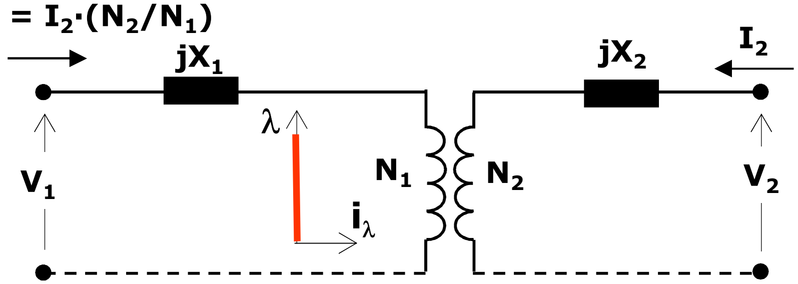


Transformador de tres devanados
Circuito Utilizado en SEP's– Parámetros Reales

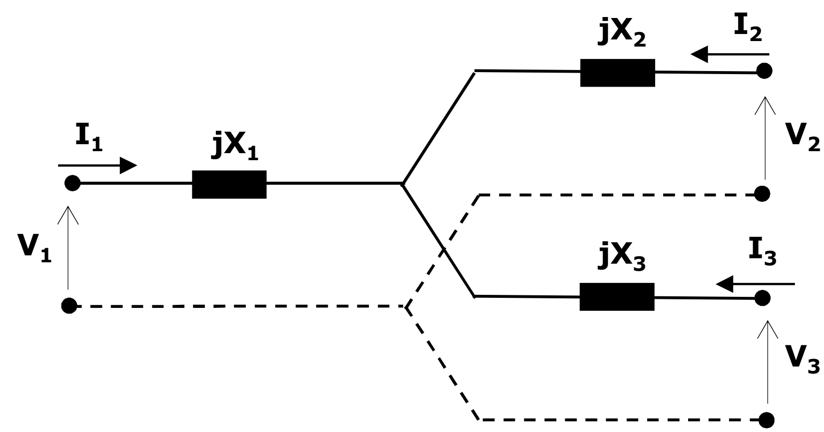


Circuito Simplificado Utilizado en SEP's– Parámetros Reales

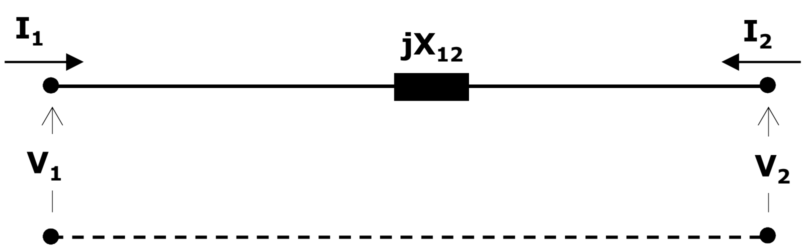
$I_1 = I_2 \cdot (N_2/N_1)$



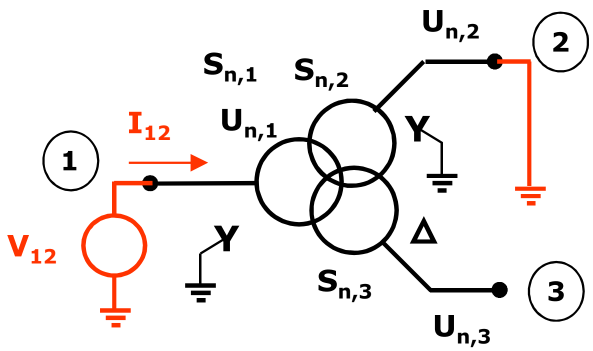
Circuito Utilizado en SEP's– Parámetros Relativos o [pu]

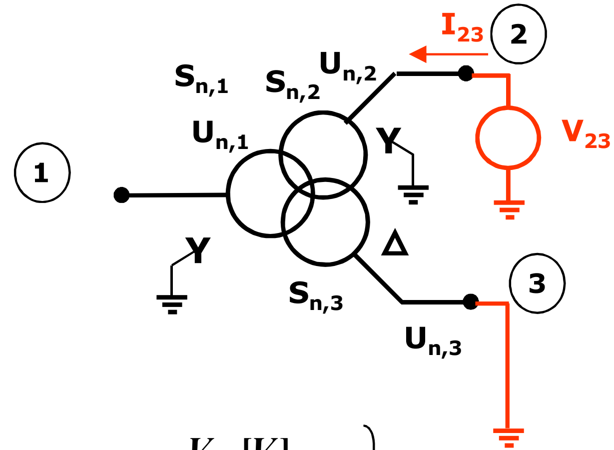


Circuito Utilizado en SEP's– Parámetros Relativos o [pu]



MODELADO DE LOS TRANSFORMADORES
Secuencia Directa



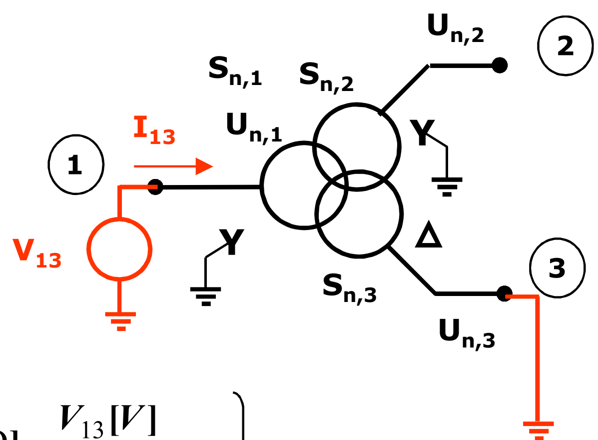


$$X_{12}[\Omega] = \frac{V_{12}[V]}{I_{12}[A]} \qquad X_{12}[pu] = \frac{X_{12}[\Omega]}{Z_{n1}[\Omega]}$$

$$Z_{n1}[\Omega] = \frac{(U_{n1}[kV])^2}{S_{n1}[MVA]} \qquad X_{12} = X_1 + X_2$$

$$X_{23}[\Omega] = \frac{V_{23}[V]}{I_{23}[A]} \qquad X_{23}[pu] = \frac{X_{23}[\Omega]}{Z_{n2}[\Omega]}$$

$$Z_{n2}[\Omega] = \frac{(U_{n2}[kV])^2}{S_{n1}[MVA]} \qquad X_{23} = X_2 + X_3$$



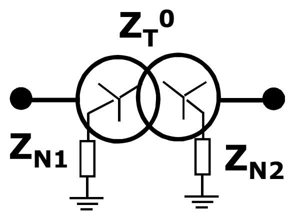
$$X_{13}[\Omega] = \frac{V_{13}[V]}{I_{13}[A]} \qquad X_{13}[pu] = \frac{X_{13}[\Omega]}{Z_{n1}[\Omega]} \qquad X_{13} = X_1 + X_3$$

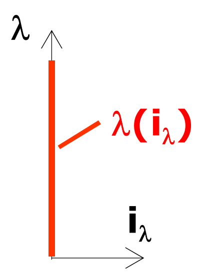
$$Z_{n1}[\Omega] = \frac{(U_{n1}[kV])^2}{S_{n1}[MVA]}$$

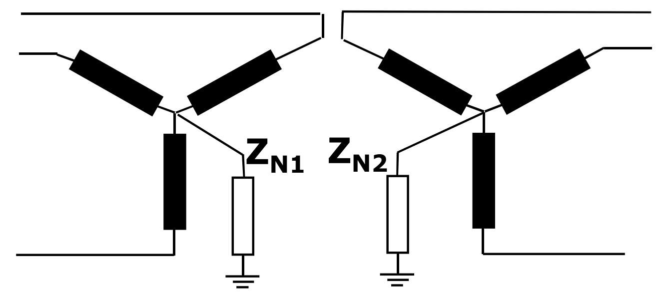
$$\left.\begin{aligned} X_{12} &= X_1 + X_2 \\ X_{13} &= X_1 + X_3 \\ X_{23} &= X_2 + X_3 \end{aligned}\right\} \qquad \begin{aligned} X_1 &= 0{,}5 \cdot (X_{12} + X_{13} - X_{23}) \\ X_2 &= 0{,}5 \cdot (X_{12} + X_{23} - X_{13}) \\ X_3 &= 0{,}5 \cdot (X_{13} + X_{23} - X_{12}) \end{aligned}$$

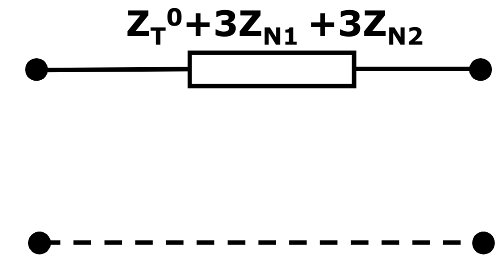
$$\boxed{X_i = 0{,}5 \cdot (X_{ij} + X_{ik} - X_{jk})}$$

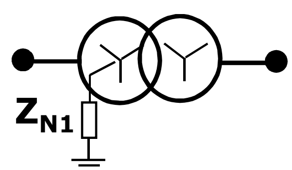
MODELADO DE LOS TRANSFORMADORES
Secuencia Homopolar - Resumen

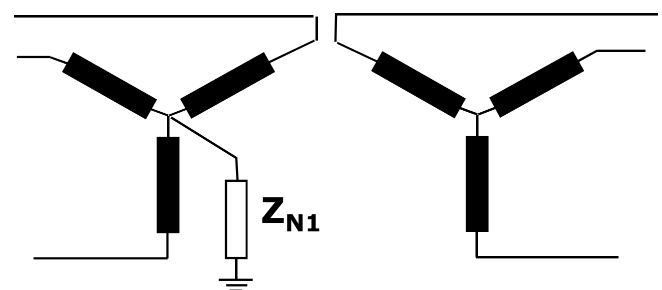


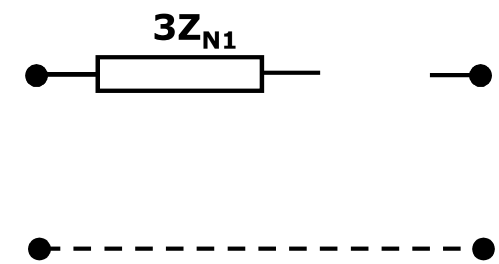


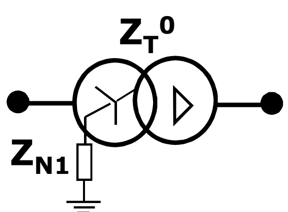




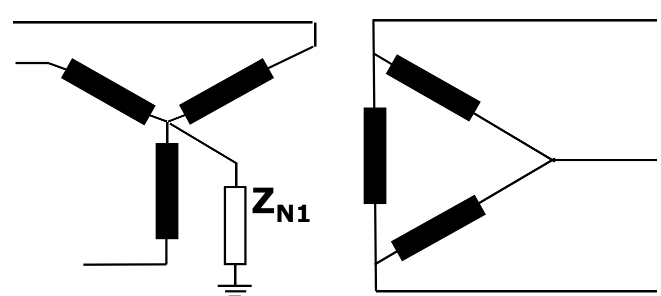


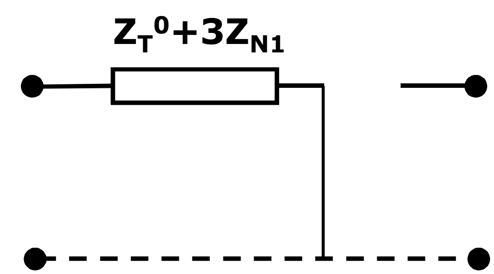




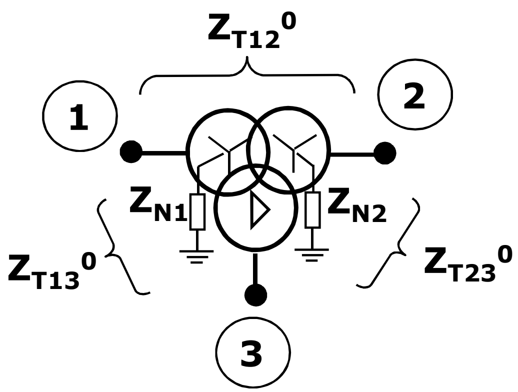


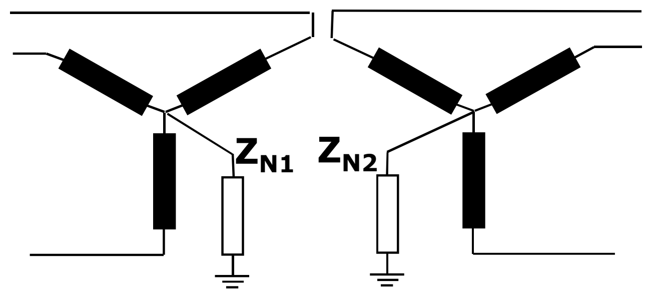
Giros angulares opuestos según secuencia + o -

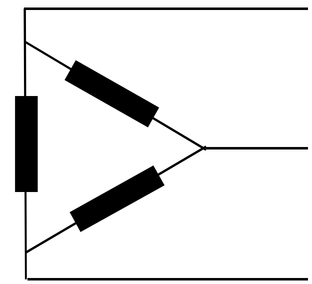


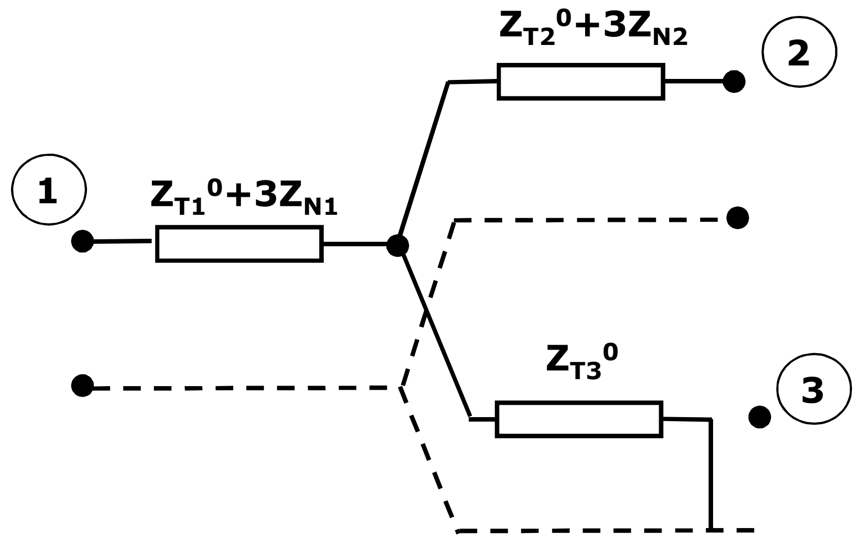


MODELADO DE LOS TRANSFORMADORES
Secuencia Homopolar







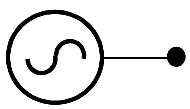


EL GENERADOR SINCRÓNICO EN LOS CÁLCULOS DE FLUJOS DE POTENCIA [UT4] Y DESPACHO ECONÓMICO DE CARGAS [UT5]

GENERADOR SINCRÓNICO

El generador siempre se modelará como "de rotor liso".

Símbolo e información básica:
U_n [kV]; S_n [MVA]; f [Hz]



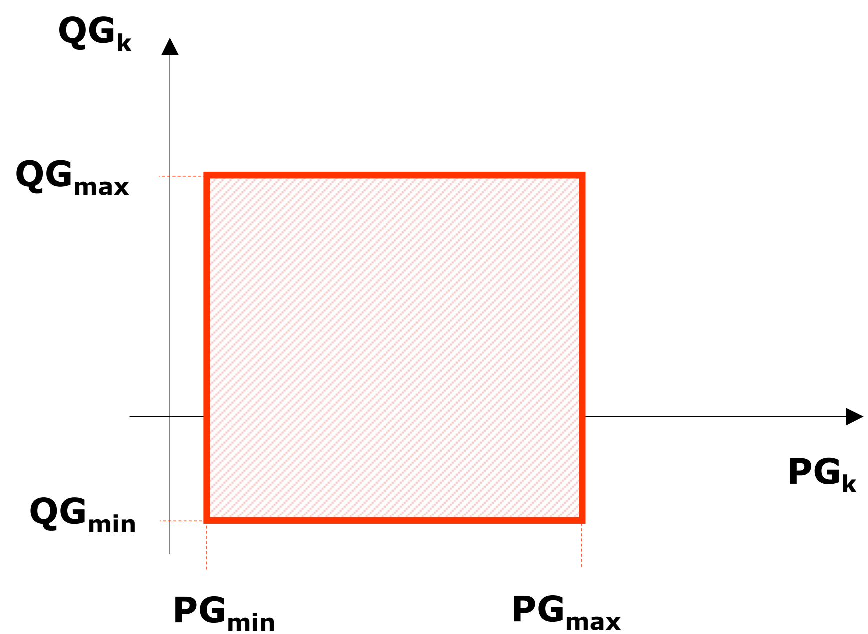
Información adicional:

Curva PG & QG;

Grupo de Conexión (Y, YN o D);

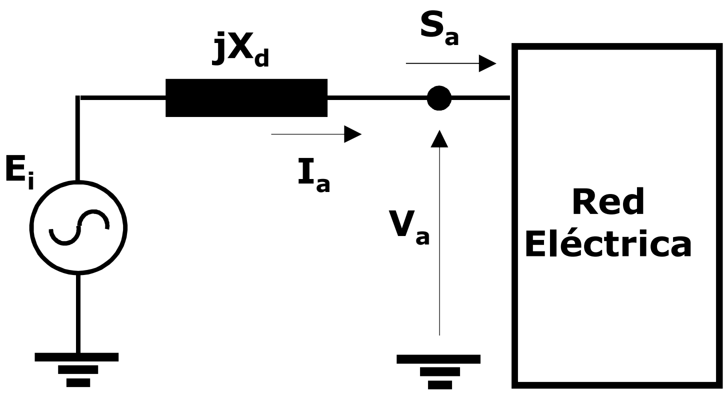
X_d''[pu]; X_d'[pu]; X_d[pu];

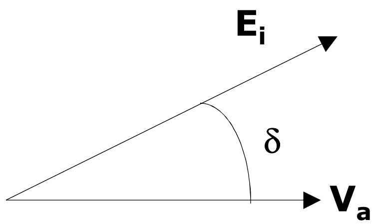
X_2 [pu]; X_0 [pu].



GENERADOR SINCRÓNICO – CURVA DE CARGABILIDAD

- **CONTROL DE CARGA DE LOS GENERADORES SINCRÓNICOS**





$$S_a = V_a \cdot I_a^* \quad [pu]$$

$$S_a = V_a \cdot \left(\frac{E_i - V_a}{jX_d}\right)^* = \frac{|E_i|\cdot|V_a|\angle -\delta}{X_d\angle -90^\circ} - \frac{|V_a|^2}{X_d\angle -90^\circ}$$

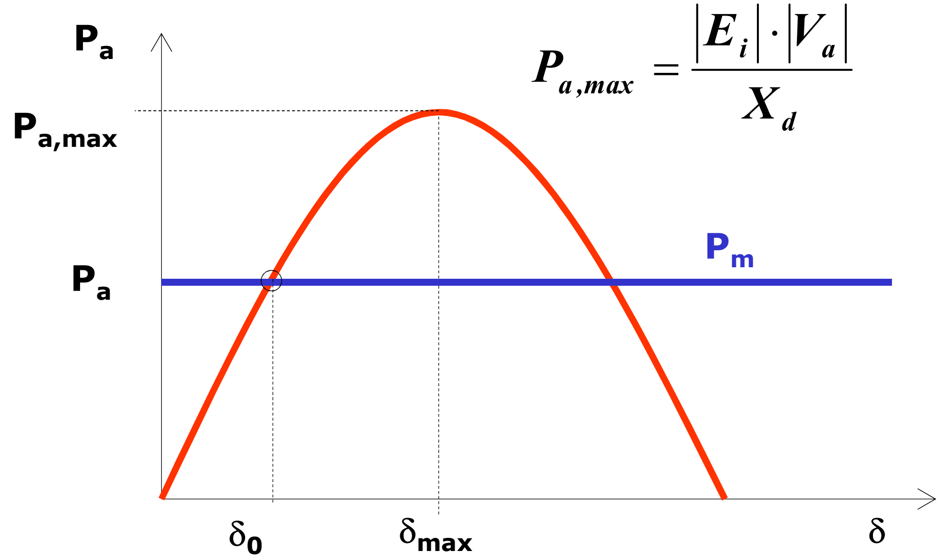
$$S_a = \frac{|E_i|\cdot|V_a|}{X_d}\angle(90^\circ - \delta) - j\frac{|V_a|^2}{X_d}$$

$$S_a = \frac{|E_i|\cdot|V_a|}{X_d}\left(\cos(90^\circ - \delta) + j sen(90^\circ - \delta)\right) - j\frac{|V_a|^2}{X_d}$$

$$S_a = \frac{|E_i|\cdot|V_a|}{X_d} sen(\delta) + j\left[\frac{|E_i|\cdot|V_a|}{X_d}\cos(\delta) - \frac{|V_a|^2}{X_d}\right]$$

$$\begin{cases} P_a = \dfrac{|E_i|\cdot|V_a|}{X_d} sen(\delta) \\ Q_a = \dfrac{|E_i|\cdot|V_a|}{X_d}\cos(\delta) - \dfrac{|V_a|^2}{X_d} \end{cases}$$

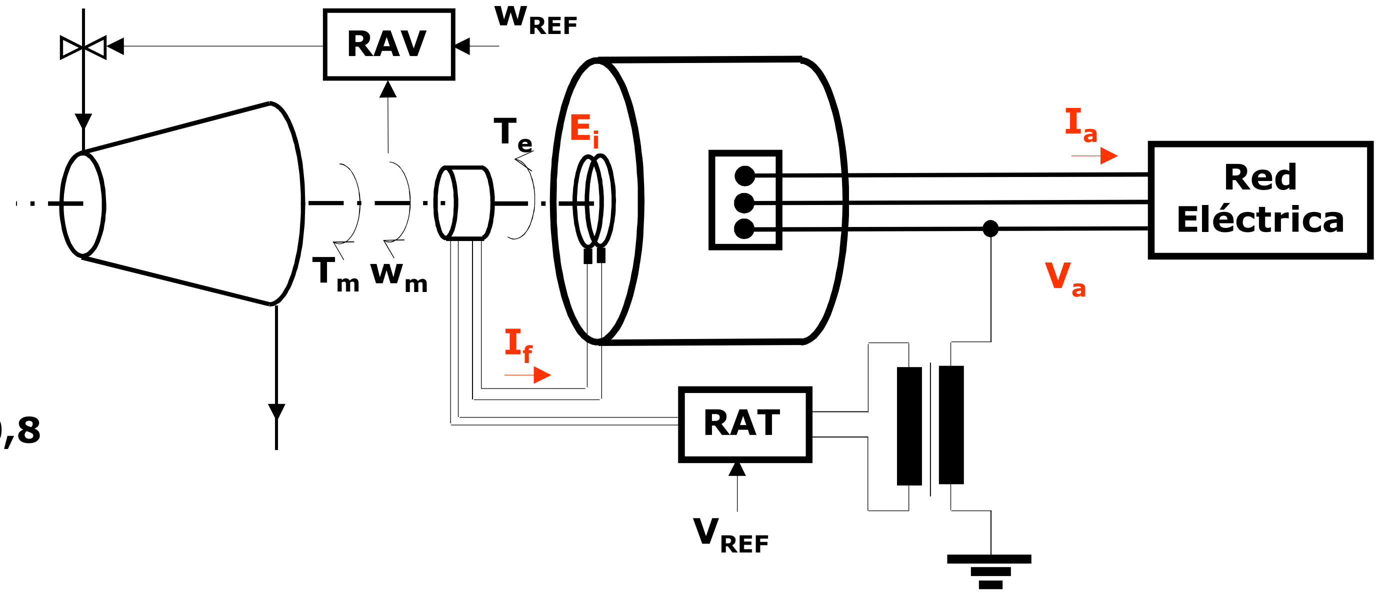
$$P_{a,max} = \frac{|E_i|\cdot|V_a|}{X_d}$$



GENERADOR SINCRÓNICO EN REGIMEN PERMANENTE – CURVA DE CARGABILIDAD [UT4 y UT5]

- **CONTROL DE CARGA DE LOS GENERADORES SINCRÓNICOS**

$$\begin{cases} P_a = \dfrac{|E_i|\cdot|V_a|}{X_d}\,sen(\delta) \\[2ex] Q_a = \dfrac{|E_i|\cdot|V_a|}{X_d}\cos(\delta) - \dfrac{|V_a|^2}{X_d} \end{cases}$$



$V_a = I_a = 1$; $X_d = 0{,}7$; $f_p = 0{,}8$

→ $/E_i/ = 1{,}53$; $\delta = 21{,}5°$

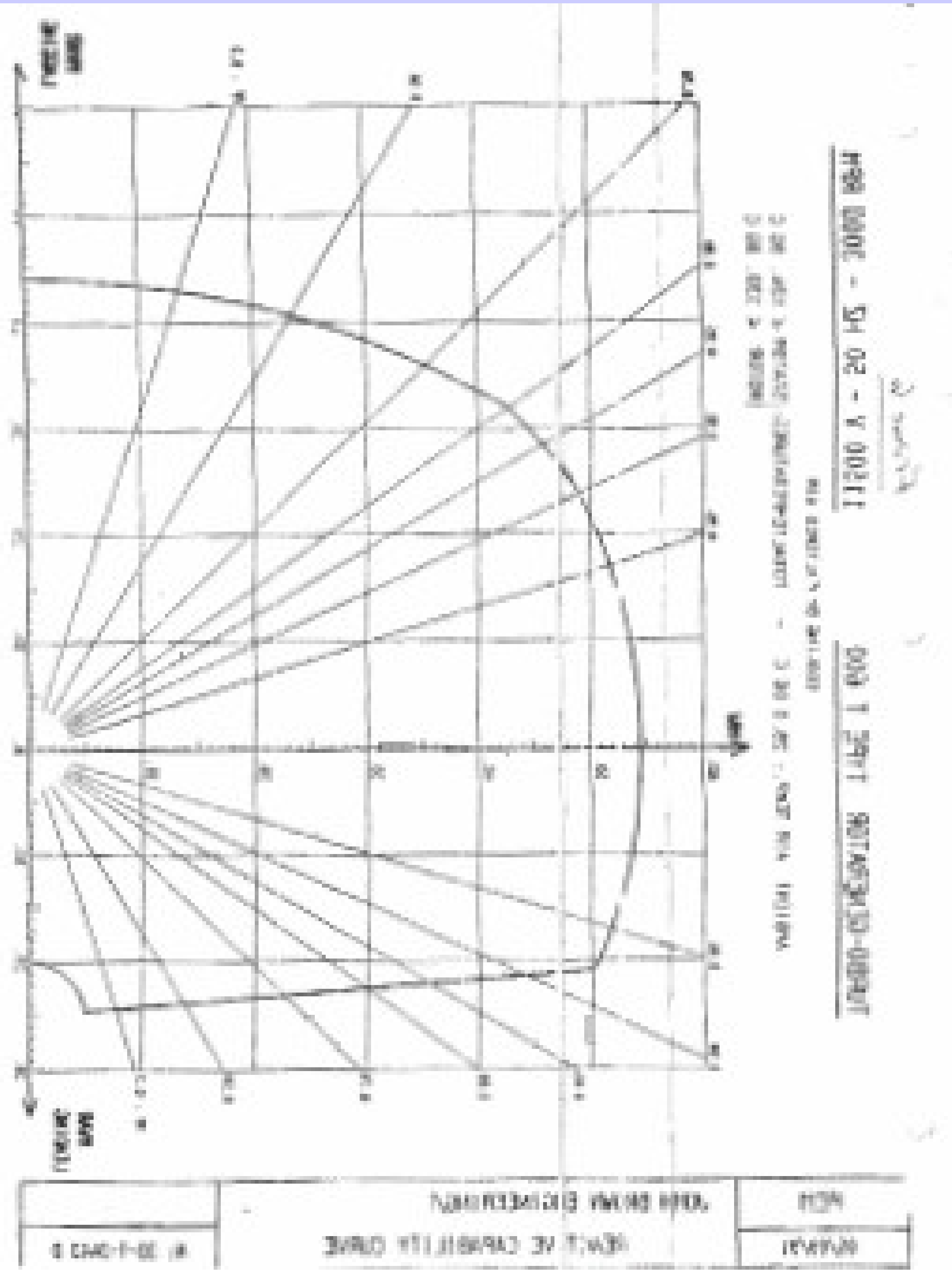
$$\frac{\dfrac{\partial P_a}{\partial \delta} = \dfrac{|E_i|\cdot|V_a|}{X_d}\cos(\delta) = 1{,}979}{\dfrac{\partial P_a}{\partial |E_i|} = \dfrac{|V_a|}{X_d}\,sen(\delta) = 0{,}174} = 11{,}4$$

Controlador de Velocidad → Válvula de Vapor → Ángulo de Par (δ) → Potencia Activa Generada

$$\frac{\dfrac{\partial Q_a}{\partial |E_i|} = \dfrac{|V_a|}{X_d}\cos(\delta) = 0{,}980}{\dfrac{\partial Q_a}{\partial \delta} = \dfrac{|E_i|\cdot|V_a|}{X_d}\,sen(\delta) = 0{,}347} = 2{,}8$$

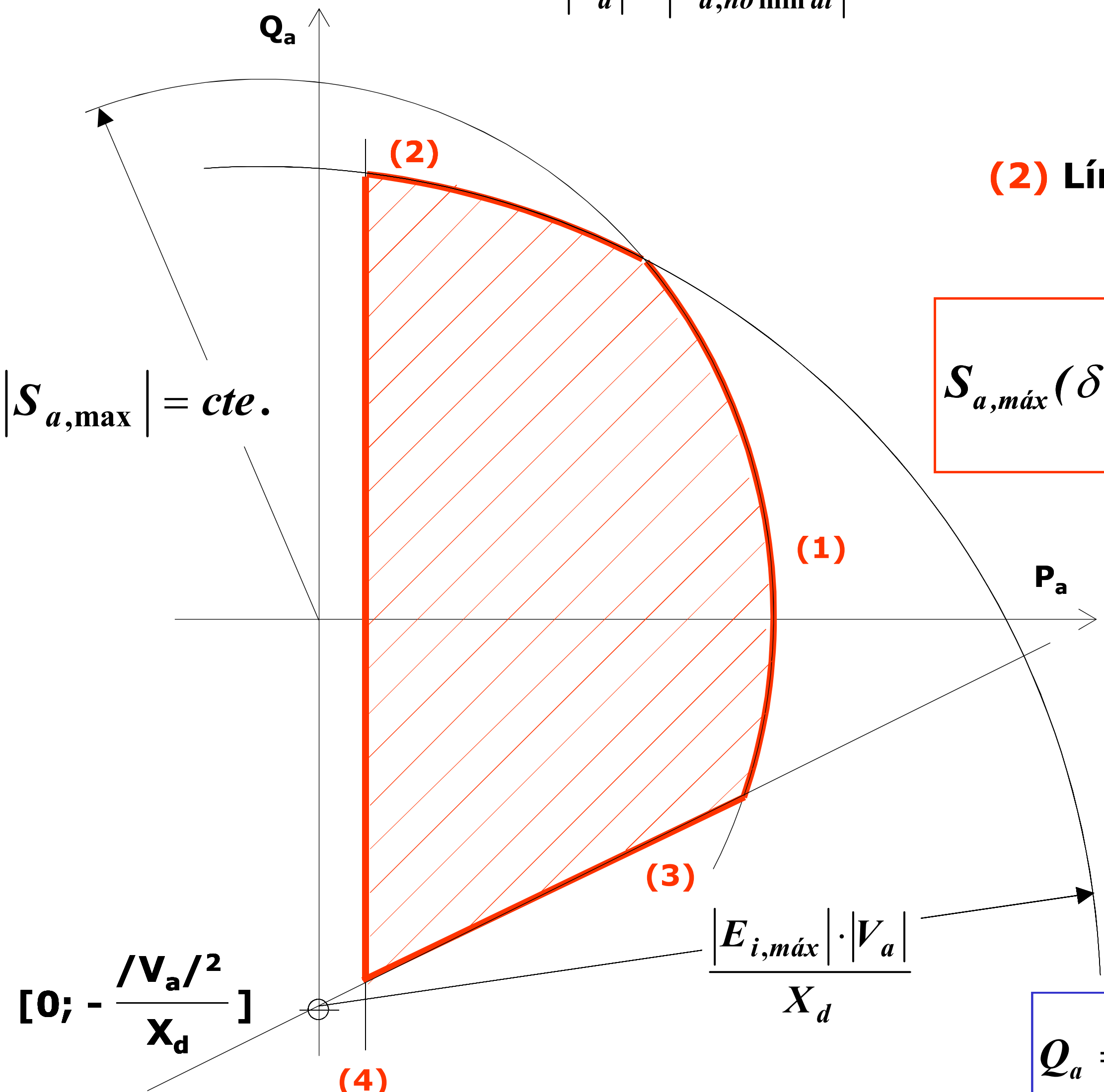
Regulador de la Excitatriz → Corriente de Campo (I_f) → Tensión Inducida Interna (E_i) → Potencia Reactiva Generada

GENERADOR SINCRÓNICO – CURVA DE CARGABILIDAD [UT4 y UT5]



EL GENERADOR SINCRÓNICO EN LOS CÁLCULOS DE DESPACHO – CURVA DE CARGABILIDAD [UT4 y UT5]

Se asume $|V_a| \approx |V_{a,nominal}| = cte.$



(1) Límite por calentamiento armadura → $I_{a,max}$

$$S_{a,máx}(I_{a,máx}) = |V_a| \cdot |I_{a,max}| \cdot e^{j\varphi} = |S_{a,max}| \cdot e^{j\varphi} cte.$$

(2) Límite por calentamiento campo → $I_{f,max}$ → $E_{i,max}$

$$|E_{i,max}| = \omega \cdot M_{af} \cdot I_{f,max}$$

$$\boxed{S_{a,máx}(\delta) = \underbrace{\frac{|E_{i,máx}| \cdot |V_a|}{X_d} \cdot \big(sen(\delta) + j\,cos(\delta)\big)}_{} + \left(0 - j\frac{|V_a|^2}{X_d}\right)}$$

Círculo de radio **a =** $\frac{|E_{i,máx}| \cdot |V_a|}{X_d}$ y centro [0; 0]

Desplazado ... **[x; y] = [0; -** $\frac{/V_a/^2}{X_d}$ **]**

(3) Límite por margen estabilidad estática pretendida

se define un $\delta_{máx}$ *y de ahí →* $sen(\delta_{máx}) \wedge \cos(\delta_{máx})$

$$|E_i| = \frac{P_a \cdot X_d}{|V_a| \cdot sen(\delta_{max})} \qquad Q_a = \frac{|E_i| \cdot |V_a|}{X_d}\cos(\delta) - \frac{|V_a|^2}{X_d}$$

$$\boxed{Q_a = \frac{\cos(\delta_{max})}{sen(\delta_{max})} \cdot P_a - \frac{/V_a/^2}{X_d}}$$

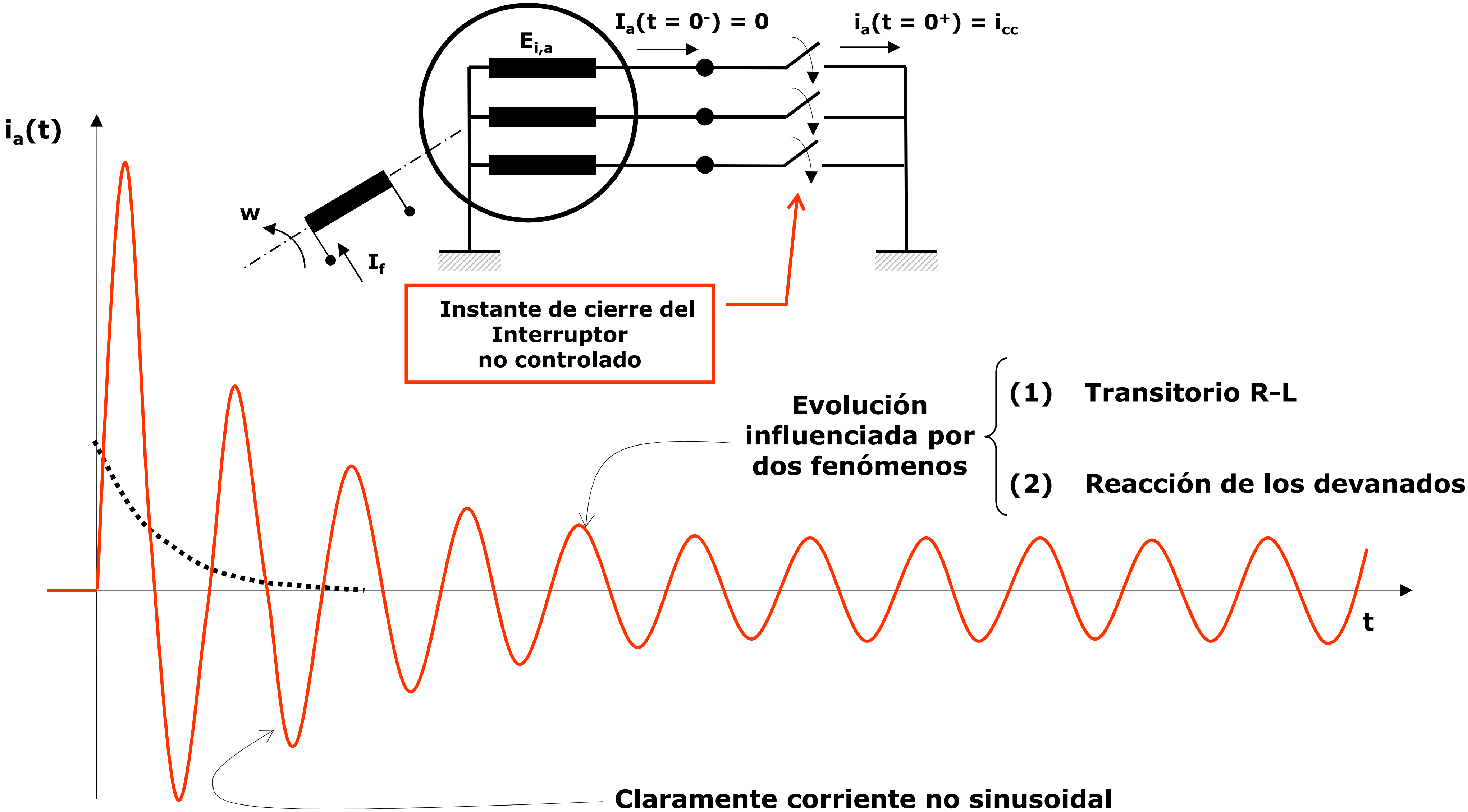
$$\boxed{y = a \cdot x + b}$$

$$\left\{\begin{array}{l} x = P_a \\ y = Q_a \\ a = \cos(\delta_{máx}) / sen(\delta_{máx}) \\ b = -|V_a|^2 / X_d \end{array}\right.$$

(4) Límite $P_{a,mínima}$

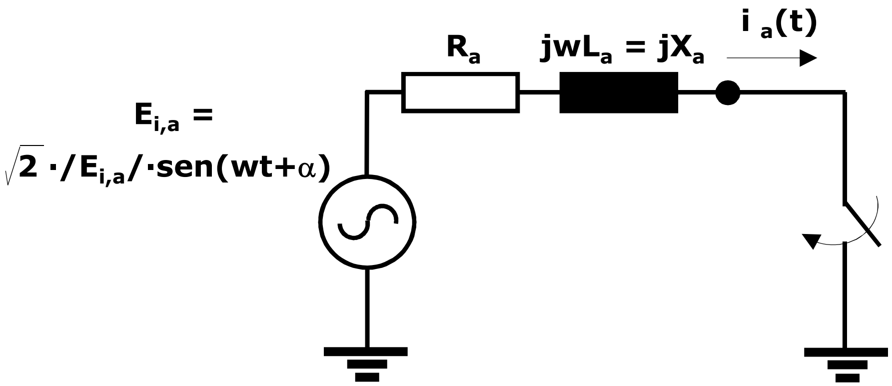
EL GENERADOR SINCRÓNICO EN LOS CÁLCULOS DE CORTOCIRCUITOS [UT6] y ESTABILIDAD TRANSITORIA [UT7]

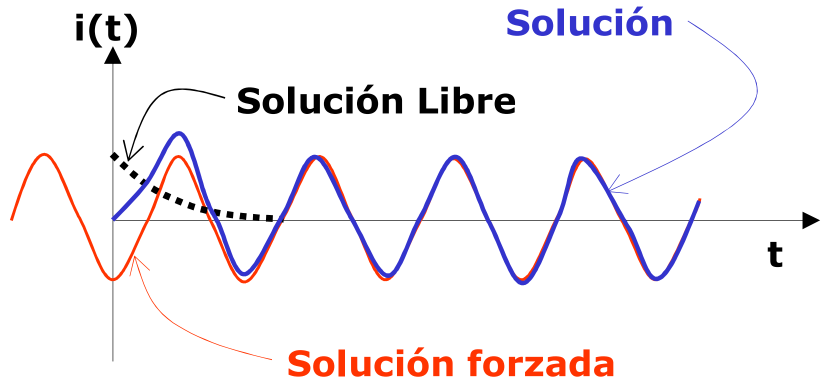
REACCIÓN DEL GENERADOR SINCRÓNICO ANTE UN CORTOCIRCUITO EN BORNES



REACCIÓN DEL GENERADOR SINCRÓNICO ANTE UN CORTOCIRCUITO EN BORNES

(1) Transitorio R-L





Supuesto $L_a \neq$ función de $i_a(t)$

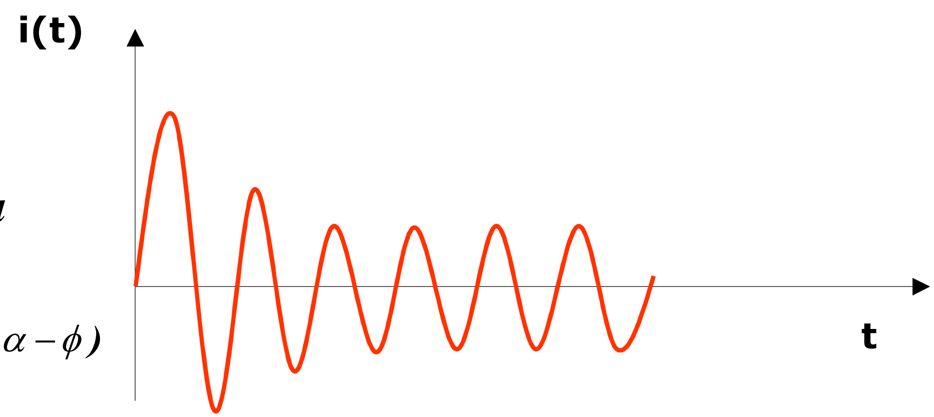
$$E_{i,a} = L_a \cdot \frac{di_a(t)}{dt} + R_a \cdot i_a(t)$$

$$solución\ de\ i_a(t) = solución\ libre + solución\ forzada$$

$$i_a(t) = -\frac{\sqrt{2}\cdot\left|E_{i,a}\right|}{\left|Z_a\right|}\cdot sen(\alpha-\phi)\cdot e^{-(R_a/L_a)\cdot t} + \frac{\sqrt{2}\cdot\left|E_{i,a}\right|}{\left|Z_a\right|}\cdot sen(\omega t+\alpha-\phi)$$

donde $$Z_a = R_a + j\omega L_a = R_a + jX_a = \left|Z_a\right|\cdot\angle\phi$$

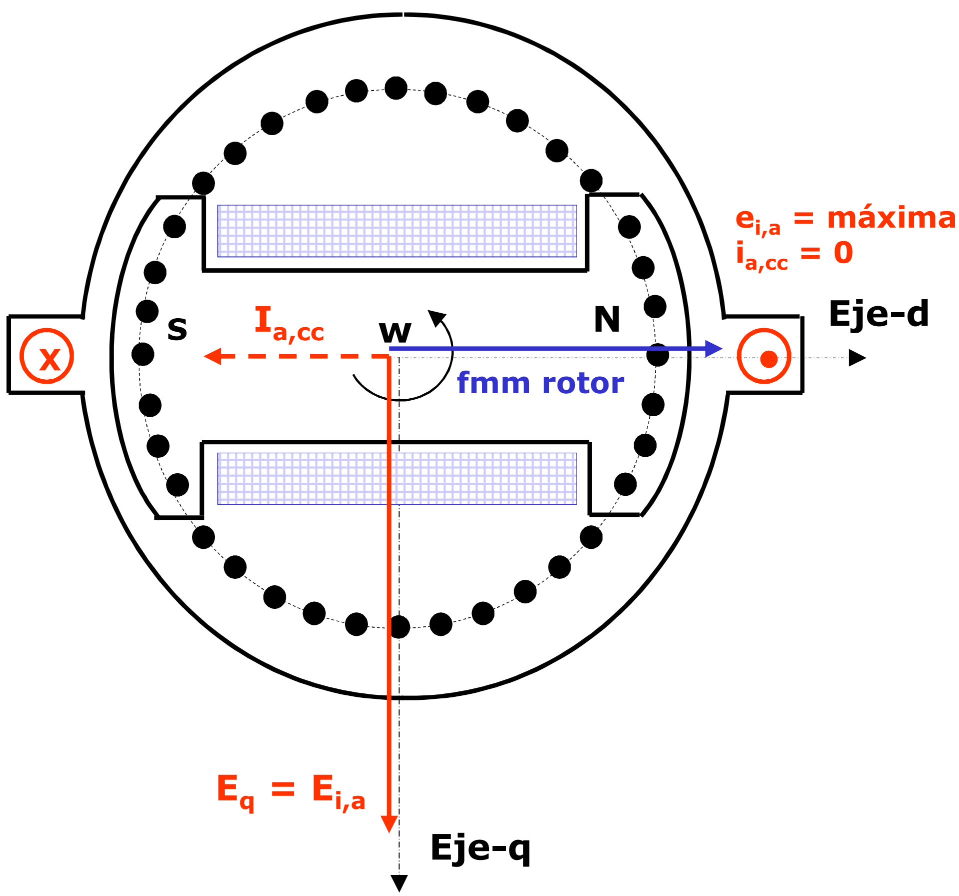
Eliminado el efecto del transitorio R-L, por cierre controlado del interruptor, se observó ...

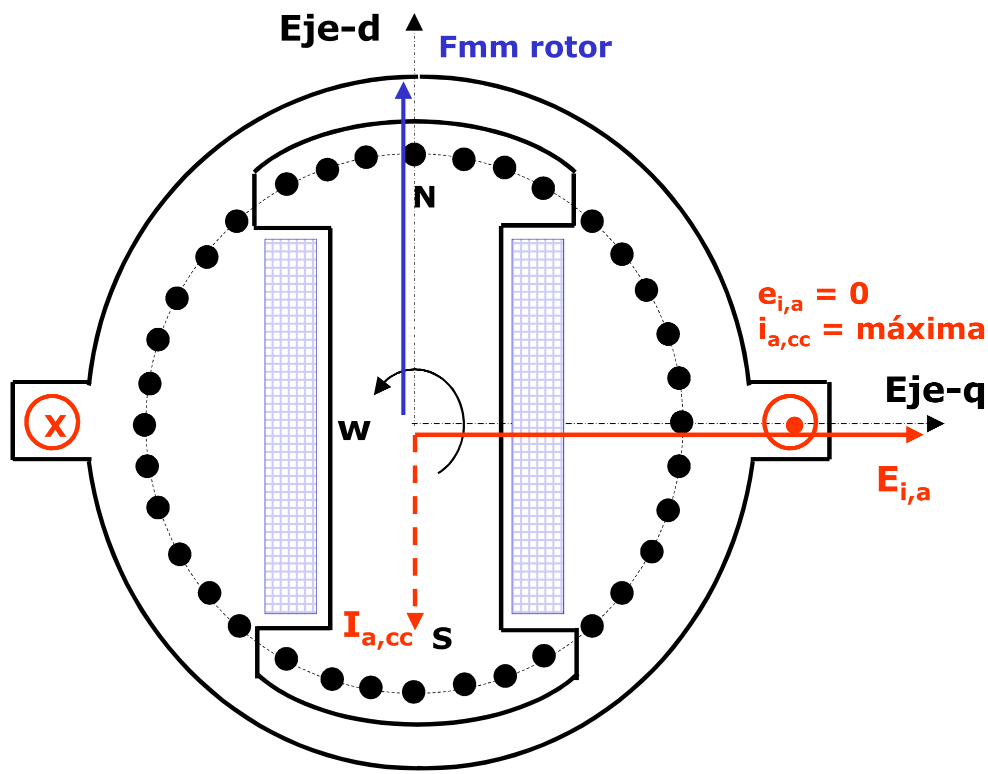


¿Qué ocasiona ahora esta excursión de la corriente?

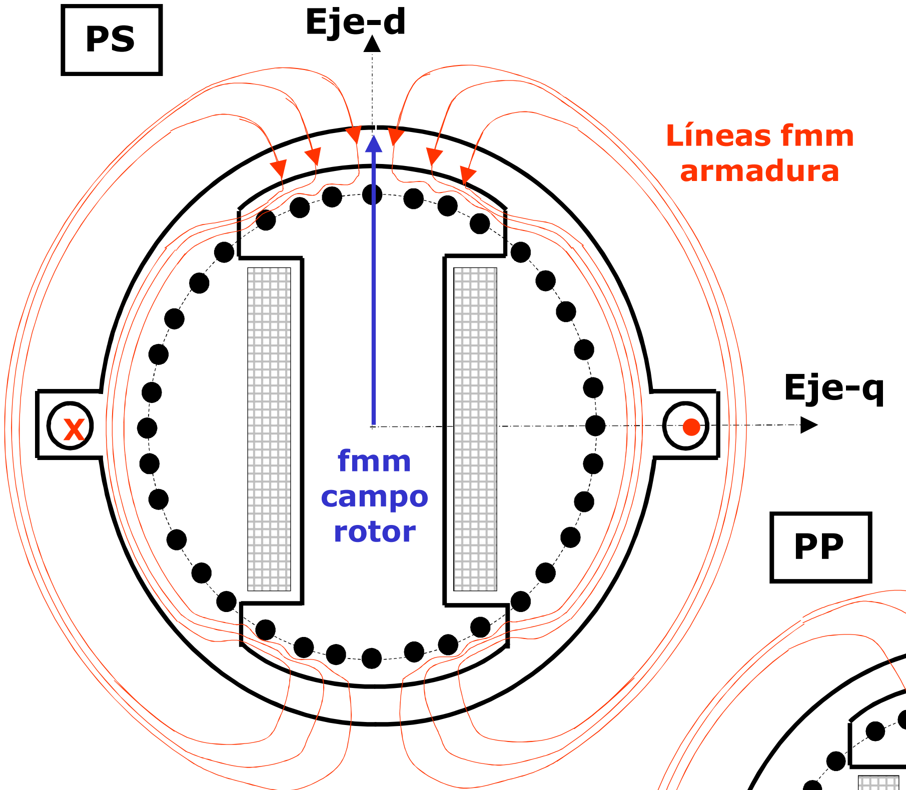
REACCIÓN DEL GENERADOR SINCRÓNICO ANTE UN CORTOCIRCUITO EN BORNES

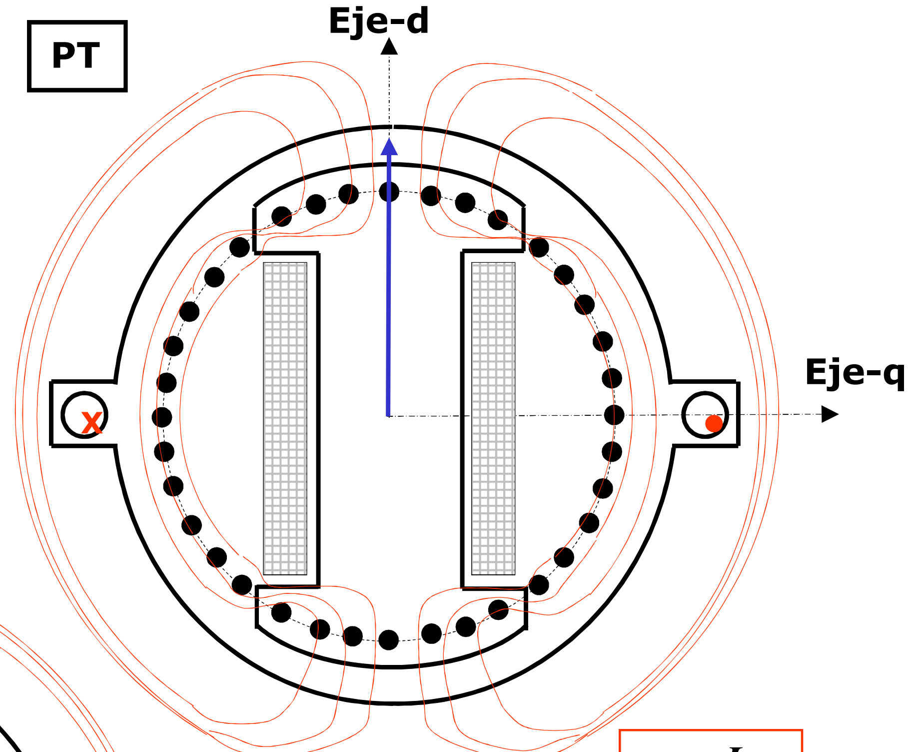
(2) Reacción de los devanados

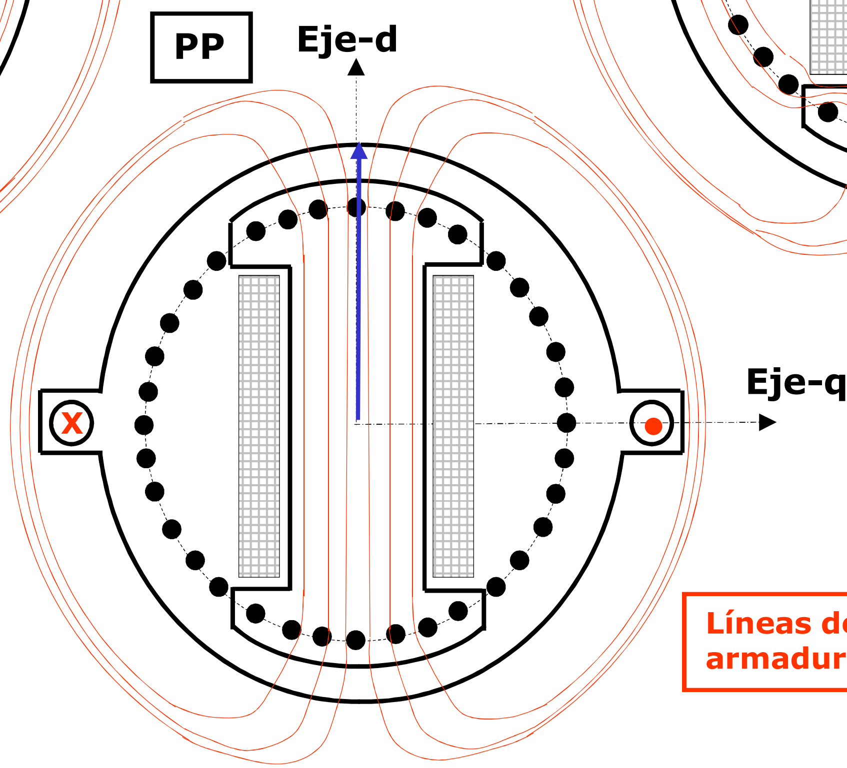




REACCIÓN DEL GENERADOR SINCRÓNICO ANTE UN CORTOCIRCUITO EN BORNES







$$T_d'' = \frac{L_{amortiguador}}{R_{amortiguador}}$$

$T_{d0}'' \approx 0{,}1\ seg$ **Armadura en vacío**

$T_{d,sc}'' \approx 0{,}03\ seg$ **Armadura en cc**

$$T_d' = \frac{L_{ff}}{R_f}$$

$T_{d0}' \approx 5\ seg$

$T_{d,sc}' \approx 1{,}5\ seg$

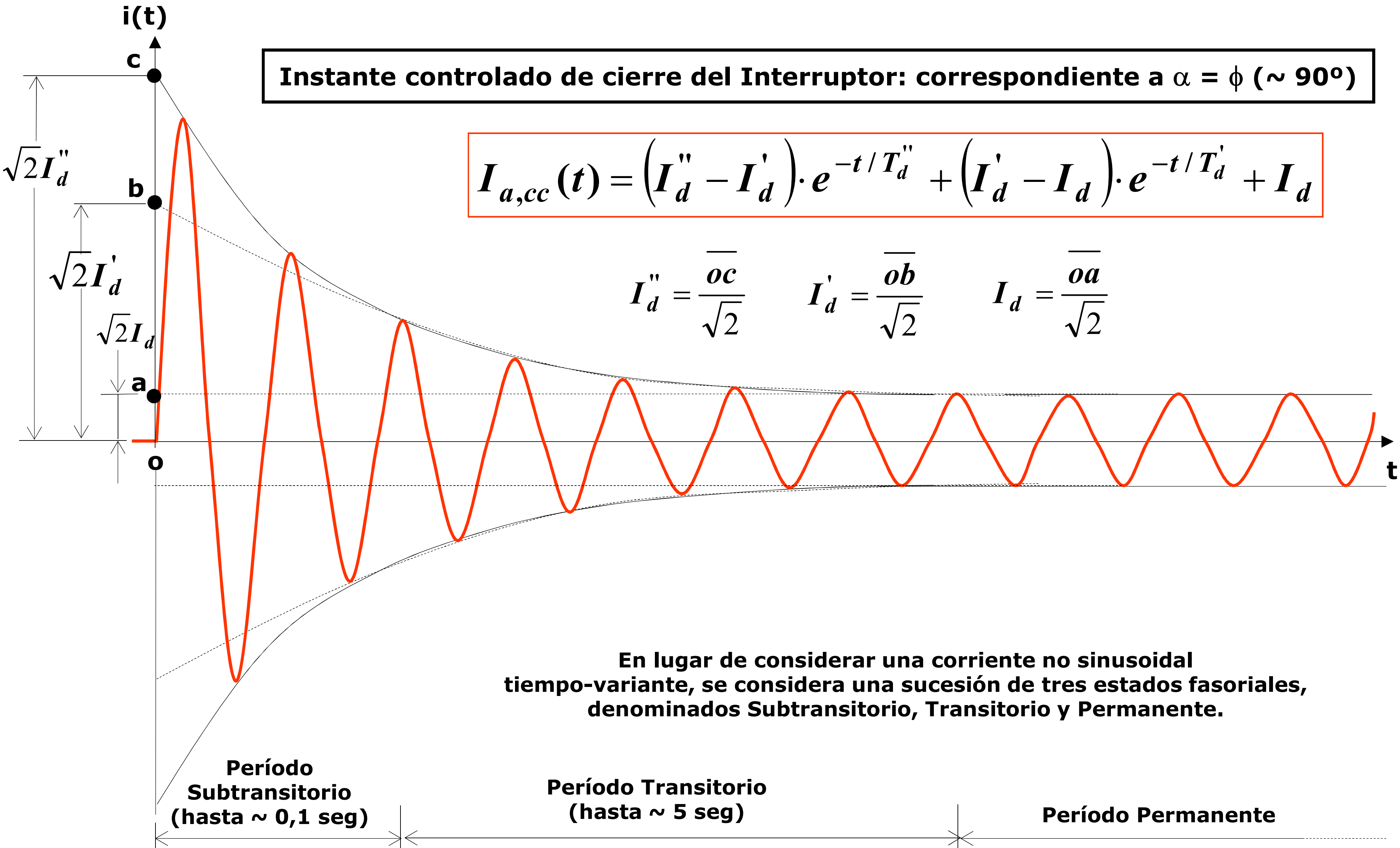
Líneas de fmm debidas a la corriente de armadura: Reacción del Inducido.

- **EVOLUCIÓN EN EL TIEMPO DE LA CORRIENTE DE CORTOCIRCUITO SIMÉTRICA**

Instante controlado de cierre del Interruptor: correspondiente a $\alpha = \phi$ (~ 90º)

$$I_{a,cc}(t) = \left(I_d'' - I_d'\right)\cdot e^{-t/T_d''} + \left(I_d' - I_d\right)\cdot e^{-t/T_d'} + I_d$$

$$I_d'' = \frac{\overline{oc}}{\sqrt{2}} \qquad I_d' = \frac{\overline{ob}}{\sqrt{2}} \qquad I_d = \frac{\overline{oa}}{\sqrt{2}}$$



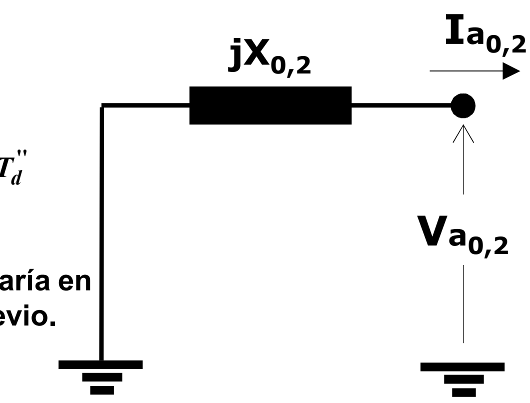
En lugar de considerar una corriente no sinusoidal tiempo-variante, se considera una sucesión de tres estados fasoriales, denominados Subtransitorio, Transitorio y Permanente.

EL MODELO DE GENERADOR SINCRÓNICO

- **EVOLUCIÓN EN EL TIEMPO DE UNA CORRIENTE DE CORTOCIRCUITO SIMÉTRICA**

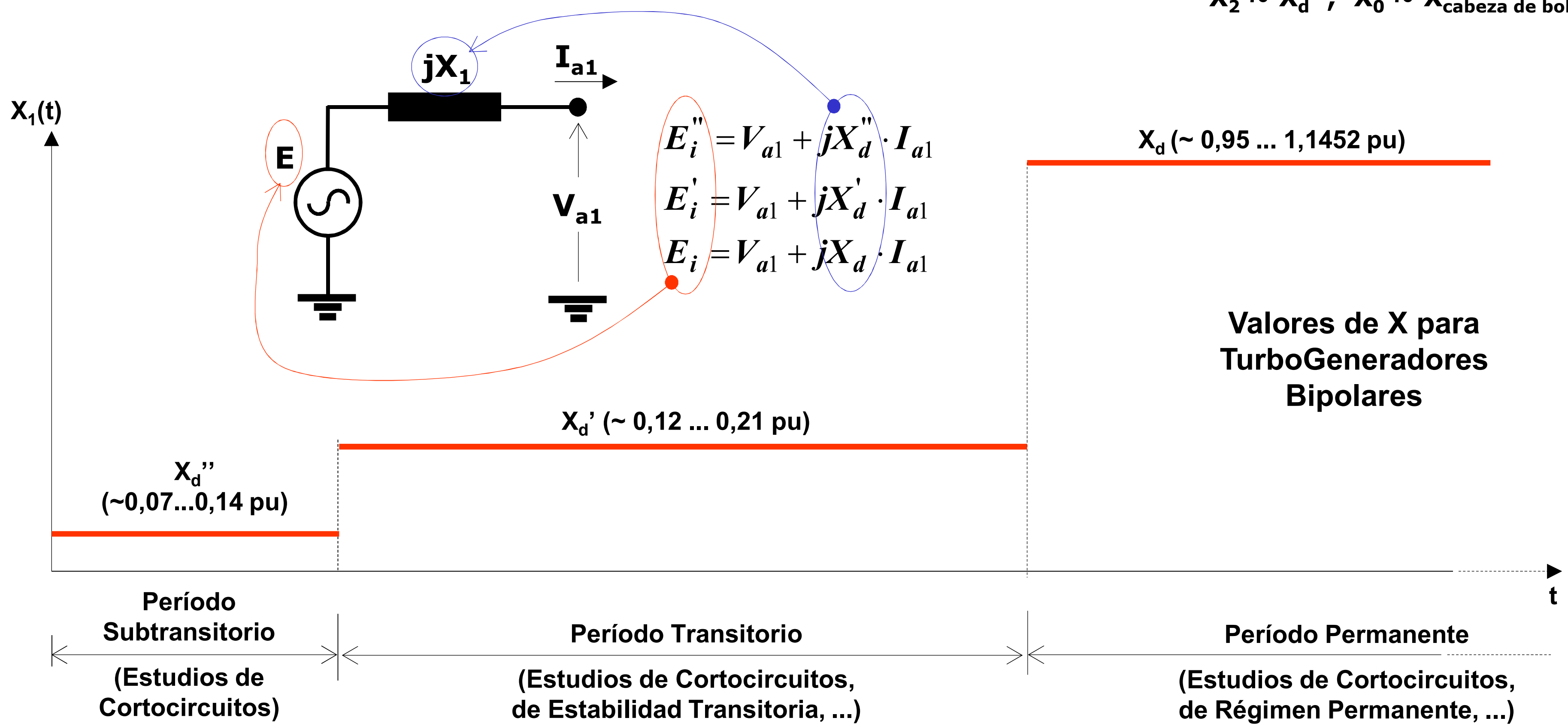
$$\left.\begin{aligned} I_d'' &= \frac{|E_i|}{X_d''} \\ I_d' &= \frac{|E_i|}{X_d'} \\ I_d &= \frac{|E_i|}{X_d} \end{aligned}\right\} I_{a,cc}(t) = |E_i| \cdot \frac{1}{X_d} + |E_i| \cdot \left(\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) \cdot e^{-t/T_d'} + |E_i| \cdot \left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) \cdot e^{-t/T_d''}$$

El efecto de la reacción de la armadura se simula asociando a cada período una X_d que varía en el tiempo, mientras se mantiene el valor de E_i invariante e igual al del estado inicial previo.



$X_2 \sim X_d''$; $X_0 \sim X_{cabeza\ de\ bobina}$

$$E_i'' = V_{a1} + jX_d'' \cdot I_{a1}$$
$$E_i' = V_{a1} + jX_d' \cdot I_{a1}$$
$$E_i = V_{a1} + jX_d \cdot I_{a1}$$



Valores de X para TurboGeneradores Bipolares

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA RECOMENDADA.

- **William D. Stevenson y John J. Grainger "Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia", Editorial McGraw-Hill. México, 1.995.**
- **Enrique Ras "Teoría de Líneas Eléctricas", Volumen II. Editorial Marcombo. Barcelona, 1.973.**
- **J. Duncan Glover y Mulukutla S. Sarma "Sistemas de Potencia – Análisis y Diseño", International Thomson Editores. México, 2.004.**
- **Charles A. Gross "Análisis de Sistemas de Potencia", Nueva Editorial Interamericana, México 1982.**
- **Hugo Carranza y Miguel Martín "Sistemas Eléctricos de Potencia", Librería y Editorial Alsina, Buenos Aires, 2007.**

FIN UT3