



CONIME 2006

X CONGRESO NACIONAL DE INGENIERIA MECÁNICA Y ELÉCTRICA Buenos Aires - 24 Y 25 de Agosto de 2006

Area Temática:

Nuevas Tecnologías y Políticas de Ingeniería

Título:

**ABSORBEDOR MECÁNICO DE VIBRACIONES
ANÁLISIS PARAMÉTRICO DE UN MODELO LINEAL DISCRETO**

**Walter J.D. Cova, Sergio J. Farchetto, Sergio D. Carrra,
Darío A. Chans, Jorge E. Jazni**

CUDAR - Centro Universitario de Desarrollo en Automación y Robótica
Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Córdoba

Los autores:

COVA, Walter José Domingo

Fecha de nacimiento: 09 / 04 / 1947

E-mail: wcova@iua.edu.ar

Ingeniero Electricista Electrónico, U. Nac. Córdoba, FCEFyN, 1972.

Docente titular Cátedra de Sistemas de Control Aplicado, UTN - FR La Rioja.

Profesional contratado Asociación de Investigaciones Tecnológicas de Córdoba, actividades s/ convenio con Comisión Nacional de Actividades Espaciales (CONAE).

Docente investigador en el CUDAR - UTN - FRC desde 2003.

FARCHETTO, Sergio Julián

Fecha de nacimiento: 20 / 02 / 1971

E-mail: sfarchetto@scdt.frc.utn.edu.com

Ingeniero Mecánico, Especialidad: Aire Acondicionado y Calefacción, UTN- FRC 1998.

Docente investigador con categoría V otorgada por Ministerio de Educación de la Nación, 2002.

Docente investigador con categoría E otorgada por la Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Córdoba, 2002.

Docente investigador en el CUDAR - UTN - FRC desde 1993.

CARRARA, Sergio Daniel

Fecha de nacimiento: 12 / 01 / 1969

E-mail: scarrara@scdt.frc.utn.edu.com

Ingeniero Mecánico, Especialidad: Aire Acondicionado y Calefacción, UTN- FRC 2003.

Docente investigador en el CUDAR - UTN - FRC desde 1993.

CHANS, Darío Alejandro

Fecha de nacimiento: 12 / 09 / 1975

E-mail: dchans@scdt.frc.utn.edu.com

Estudiante de Ingeniería Electrónica (sexto año).

Becario investigador en el CUDAR - UTN - FRC desde 1999.

JAZNI, Jorge Elías

Fecha de nacimiento: 03 / 04 / 1948

E-mail: jazni@iua.edu.ar

Ingeniero Mecánico Electricista, UNC 1972.

Docente investigador con categoría II otorgada por Ministerio de Educación de la Nación, 1998.

Docente investigador con categoría A otorgada por la Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Córdoba, 2000.

Docente investigador en el CUDAR - UTN - FRC desde 2000. Director de Proyecto.



ABSORBEDOR MECÁNICO DE VIBRACIONES ANÁLISIS PARAMÉTRICO DE UN MODELO LINEAL DISCRETO

Resumen. Para un absorbedor mecánico tipo Frahm destinado a la atenuación de vibraciones inducidas en el portaherramientas en aplicaciones de mecanizado de metales –vibraciones que afectan tanto al acabado superficial como a la vida útil de la herramienta de corte– se realiza un análisis de la influencia de los parámetros que intervienen en su modelado, extrayéndose conclusiones relativas al diseño, tanto del portaherramientas como del dispositivo absorbedor, a fin de asegurar un funcionamiento adecuado del conjunto.

Palabras clave: Vibraciones en máquinas herramientas, Absorción de vibraciones.

1. INTRODUCCIÓN.

Las vibraciones durante el maquinado (chatter) constituyen un fenómeno interesante y ha sido tema de estudio desde largo tiempo atrás. A partir de los trabajos iniciales de Hahn (1951), y de Tobias y Fishwick (1958-a y -b), múltiples investigadores han avanzado sobre los aspectos dinámicos, estructurales y de estabilidad relacionados. Tales aspectos han sido tratados por Merritt (1965), Tlusty e Ismail (1981) y Shi y Tobias (1984). Mientras que los fundamentos del fenómeno de chatter en el mecanizado han sido bien establecidos en décadas pasadas, los aspectos relacionados con las estrategias destinadas a detectar y remediar las vibraciones constituyen temas activos de investigación: Smith y Tlusty (1992), Tarn et al. (2000), Premount (2002). El abordaje de esta temática es incipiente en nuestro País, apareciendo como más viable desde el punto de vista tecnológico local el método de absorción basado en el concepto de atenuación de Frahm.

Este trabajo se propone indagar entorno de las posibilidades de atenuación de vibraciones durante el mecanizado mediante el ajuste de la sintonía entre las frecuencias naturales de la barra portaherramientas y la de la masa absorbadora.

La Sección 2 del presente trabajo describe la modelización adoptada deduciendo las funciones de transferencia entre la fuerza excitatriz y los desplazamientos del portaherramientas y el absorbedor. La Sección 3 está dedicada al análisis del movimiento del portaherramientas, mientras que la Sección 4 enfoca la atención sobre los factores que inciden en la dinámica del cuerpo absorbador. Las conclusiones alcanzadas conforman la Sección 5.

2. MODELADO.

El esquema de un portaherramientas prismático sometido a una fuerza cíclica transversal es:

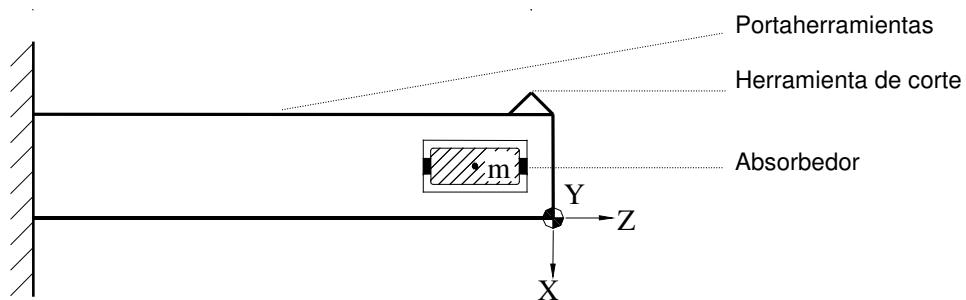


Fig. 1. Esquema general de conjunto

El absorbedor tiene la capacidad de amortiguar las vibraciones que se generan entre la pieza y el filo de corte durante el mecanizado y consiste de una masa vinculada al portaherramientas por medio de una suspensión elastomérica de rigidez variable inmerso en líquido. La relación entre la masa del cuerpo suspendido y la masa principal, la viscosidad del líquido y el rango del coeficiente de rigidez del elastómero definen el comportamiento del dispositivo.

Bajo las hipótesis de trabajo: a) El portaherramientas puede asimilarse a una viga continua, homogénea e isoelástica según los ejes X e Y, empotrada en un extremo; b) El movimiento se realiza sobre un plano que contiene al eje de la barra portaherramientas; c) Los desplazamientos del extremo libre

son lineales; puede plantearse un modelo idealizado, a parámetros concentrados, tal como se muestra en la Fig. 2.

- m_1 : masa equivalente del portaherramienta
- m_2 : masa del absorbedor
- k_1 : constante elástica del portaherramienta
- k_2 : constante elástica del absorbedor
- b_1 : coeficiente de fricción viscosa del portaherramienta
- b_2 : coeficiente de fricción viscosa del absorbedor
- P : fuerza perturbadora
- ω : frecuencia angular de la fuerza perturbadora

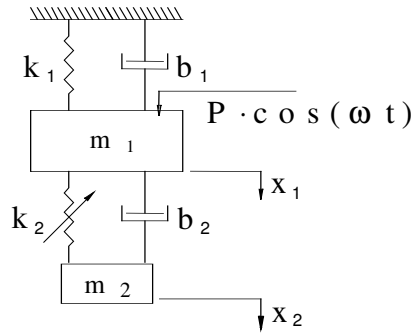


Fig. 2. Modelo lineal del sistema

cuyas las ecuaciones de movimiento son:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1(t) + b_1 \cdot \dot{x}_1(t) + k_1 \cdot x_1(t) + b_2 \cdot [\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)] + k_2 \cdot [x_1(t) - x_2(t)] = P \cdot \cos(\omega t) \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2(t) + b_2 \cdot [\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)] + k_2 \cdot [x_2(t) - x_1(t)] = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Haciendo el reemplazo $q(t)=P \cdot \cos(\omega t)$ y aplicando transformación de Laplace para condiciones iniciales nulas, se determinan las siguientes funciones de transferencia:

$$\frac{X_1(s)}{Q(s)} = \frac{m_2 s^2 + b_2 s + k_2}{m_1 m_2 s^4 + [(m_1 + m_2) b_2 + m_2 b_1] s^3 + [(m_1 + m_2) k_2 + m_2 k_1 + b_1 b_2] s^2 + (b_1 k_2 + b_2 k_1) s + k_1 k_2} \quad (2)$$

$$\frac{X_2(s)}{Q(s)} = \frac{b_2 s + k_2}{m_1 m_2 s^4 + [(m_1 + m_2) b_2 + m_2 b_1] s^3 + [(m_1 + m_2) k_2 + m_2 k_1 + b_1 b_2] s^2 + (b_1 k_2 + b_2 k_1) s + k_1 k_2} \quad (3)$$

2.1. Normalización de las funciones de transferencia.

Las ecuaciones (2) y (3) que relacionan la amplitud de desplazamiento del portaherramientas y del absorbedor con la fuerza excitadora, pueden ser normalizadas empleando las siguientes definiciones:

- $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} ; \zeta_1 = \frac{b_1}{2\sqrt{k_1 m_1}}$ Frecuencia natural y relación de amortiguamiento del portaherramientas (o sistema principal)
- $\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} ; \zeta_2 = \frac{b_2}{2\sqrt{k_2 m_2}}$ Frecuencia natural y relación de amortiguamiento del absorbedor.
- $\rho^2 = \frac{\omega_2}{\omega_1} ; \rho = \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}$ Relación de sintonía.
- $\mu = \frac{m_1 + m_2}{m_1}$ Relación de la masa del sistema completo a la masa del sistema principal.
- $u = \frac{s}{\sqrt{\omega_1 \omega_2}} ; u = \alpha + j\beta$ Variable de Laplace normalizada.
- $\frac{P}{k_1}$ Deformación estática del sistema principal (portaherramientas).
- $|A_1| = |X_1| \frac{k_1}{P}$ Amplitud del desplazamiento del portaherramientas normalizada respecto de la deformación estática.
- $|A_2| = |X_2| \frac{k_1}{P}$ Amplitud normalizada del desplazamiento de la masa del absorbedor.
- $Q(u)$ Fuerza de excitación unitaria.

Tras algunas manipulaciones algebraicas, se llega a las expresiones normalizadas:

$$F(u) = \frac{A_1(u)}{Q(u)} = \frac{\frac{u^2}{\rho^2} + 2\zeta_2 \frac{u}{\rho} + 1}{u^4 + 2\left(\frac{\zeta_1}{\rho} + \zeta_2 \rho \mu\right) u^3 + \left(\rho^2 \mu + \frac{1}{\rho^2} + 4\zeta_1 \zeta_2\right) u^2 + 2\left(\zeta_1 \rho + \frac{\zeta_2}{\rho}\right) u + 1} \quad (4)$$

$$G(u) = \frac{A_2(u)}{Q(u)} = \frac{2\zeta_2 \frac{u}{\rho} + 1}{u^4 + 2\left(\frac{\zeta_1}{\rho} + \zeta_2 \rho \mu\right) u^3 + \left(\rho^2 \mu + \frac{1}{\rho^2} + 4\zeta_1 \zeta_2\right) u^2 + 2\left(\zeta_1 \rho + \frac{\zeta_2}{\rho}\right) u + 1} \quad (5)$$

3. ANÁLISIS DEL MOVIMIENTO DEL SISTEMA PRINCIPAL.

Se denomina en este trabajo *sistema principal* al portaherramientas, definido por su masa m_1 , constante elástica k_1 , y coeficiente de fricción viscosa b_1 . A continuación se centrará el análisis en sus características dinámicas definidas por la función de transferencia (4).

3.1. Condición de amortiguamientos nulos.

El sistema principal aislado (es decir sin absorbedor de vibraciones), resuena a la frecuencia $\omega_{r1} = \omega_1 \sqrt{1 - 2\zeta_1^2}$. Dado que, por las características constructivas del sistema ζ_1 es del orden de 10^{-2} , puede aceptarse en primera aproximación $\zeta_1 \approx 0$, por lo que la pulsación de resonancia del sistema principal puede tomarse directamente como $\omega_{r1} = \omega_1 = \sqrt{k_1 / m_1}$.

Si para el sistema completo (portaherramientas+absorbedor) se plantea que la frecuencia del cero de $F(u)$ coincida con ω_1 resulta la igualdad (para ζ_2 tomada inicialmente como nula) $\omega_2 = \omega_1$ es decir $\sqrt{k_2 / m_2} = \sqrt{k_1 / m_1}$ y en consecuencia $\rho = \sqrt{\omega_2 / \omega_1} = 1$. Por lo tanto, bajo los supuestos precedentes ($\rho=1$, $\zeta_1=0$, $\zeta_2=0$) la función de transferencia (4) se reduce a:

$$F_{100}(u) = \frac{u^2 + 1}{u^4 + (\mu + 1)u^2 + 1}. \quad (6)$$

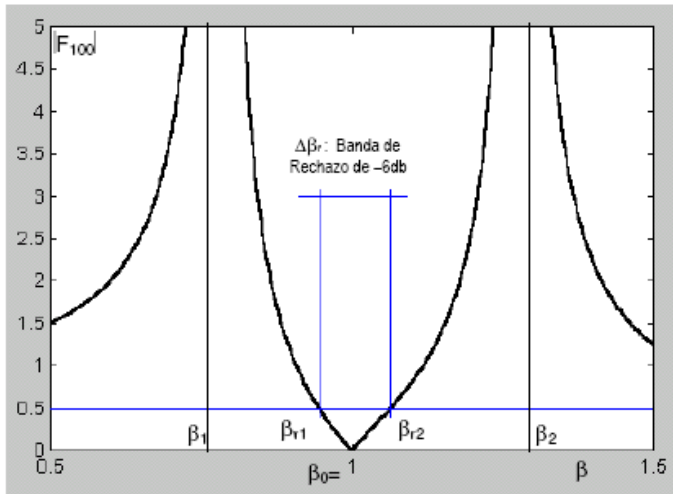


Fig. 3. Respuesta en frecuencia para amortiguamientos nulos y sintonía perfecta.

Recordando que la masa m_1 del portaherramientas queda determinada por el material empleado en su construcción y sus dimensiones, parámetros que a su vez deben responder a los requerimientos de maquinado (voladizo a cubrir y esfuerzos a soportar) y que por otra parte no existe una gama infinita de absorbedores utilizables, resulta de interés el estudio de la respuesta en frecuencia de (6) en función de diferentes valores de la relación de masas μ .

$$|F_{100}(j\beta)| = \left[\frac{(1 - \beta^2)^2}{(\beta^4 - (\mu + 1)\beta^2 + 1)^2} \right]^{1/2} \quad (7)$$

La Fig.3 grafica el andar genérico de la respuesta en frecuencia de F_{100} para un valor de μ prefijado.

Siguiendo la notación de la Fig.3, se definen los símbolos: β frecuencia normalizada; β_0 frecuencia del cero del numerador de (6); β_1, β_2 posición de los polos de (6); β_{r1}, β_{r2} frecuencias de -6db ($|F_{100}| = 0.5$); $\Delta\beta_r$ ancho de la banda de rechazo.

El cálculo de las frecuencias límites de la banda de rechazo $\Delta\beta_r$ se realiza igualando a 0.5 la Ec.(7). La Tabla 1 muestra algunos valores obtenidos por aplicación de las herramientas disponibles en Matlab®.

Se ha estimado razonable conducir el estudio para un rango de la relación de masas μ comprendido entre 1.05 y 1.5 compatible con restricciones de realizabilidad física. En la Fig. 4 se grafican los datos de la tabla y de su análisis aparece como primer hecho destacable que el ancho de banda de rechazo $\Delta\beta_r$ resulta tanto mayor cuanto mayor sea la relación de masas μ .

μ	Polos		Banda de rechazo de -6db		
	β_1	β_2	β_{r1}	β_{r2}	$\Delta\beta_r$
1.05	0.8944	1.1180	0.9879	1.0126	0.0247
1.10	0.8543	1.1705	0.9764	1.0253	0.0489
1.15	0.8249	1.2122	0.9656	1.0382	0.0726
1.20	0.8011	1.2483	0.9553	1.0512	0.0959
1.25	0.7808	1.2808	0.9455	1.0643	0.1189
1.30	0.7630	1.3107	0.9361	1.0776	0.1415
1.35	0.7470	1.3386	0.9271	1.0910	0.1639
1.40	0.7326	1.3650	0.9184	1.1044	0.186
1.45	0.7193	1.3902	0.9101	1.1180	0.2079
1.50	0.7071	1.4142	0.9021	1.1317	0.2296

Tabla 1.

3.2. Efecto de amortiguamientos no nulos.

En condiciones de sintonía perfecta $\rho^2=1$ con amortiguamientos no nulos, la Ec.(4) toma la forma:

$$F_1(u) = \frac{u^2 + 2\zeta_2 u + 1}{u^4 + 2(\zeta_1 + \zeta_2\mu) u^3 + (\mu + 1 + 4\zeta_1\zeta_2) u^2 + 2(\zeta_1 + \zeta_2) u + 1} \quad (8)$$

Por efecto de ζ_2 deja de existir el cero de transmisión, ya que las raíces del numerador de (8) se vuelven complejas conjugadas, siendo el cero reemplazado por un mínimo (no nulo) en la respuesta en frecuencia. Más aún: como muestra la Fig.5, existe para cada μ un valor especial de ζ_2 designado como $\zeta_{2m\acute{a}x}$ a partir del cual deja de existir la banda de rechazo de -6db. Resolviendo la ecuación

$$\frac{d}{d\beta} [|F_1(j\beta)|^2] = 0$$

se pueden determinar los máximos y en especial la posición y valor del mínimo de transmisión $|F_1|_{min}$ mientras que igualando a cero numerador y denominador de (8) quedan definidas las posiciones del cero y los polos de la función de transferencia, que no coinciden por cierto con los extremantes calculados.

Los resultados obtenidos se sintetizan en la Tabla 2, inserta en la página siguiente, que ha sido confeccionada tomando los pares de valores indicativos ($\zeta_1=0, \zeta_2=10^{-1}$) y ($\zeta_1=10^{-2}, \zeta_2=10^{-1}$).

Analizando la Tabla 2, surge que para los amortiguamientos considerados, el sistema con absorbedor de vibraciones solo presenta atenuaciones superiores a -6db para relaciones de masa $\mu > 1.35$.

Comparando ambas mitades de la Tabla 2, se observa que la influencia de ζ_1 es apenas apreciable en el intervalo típico considerado $\zeta_1 \in [0, 10^{-2}]$.

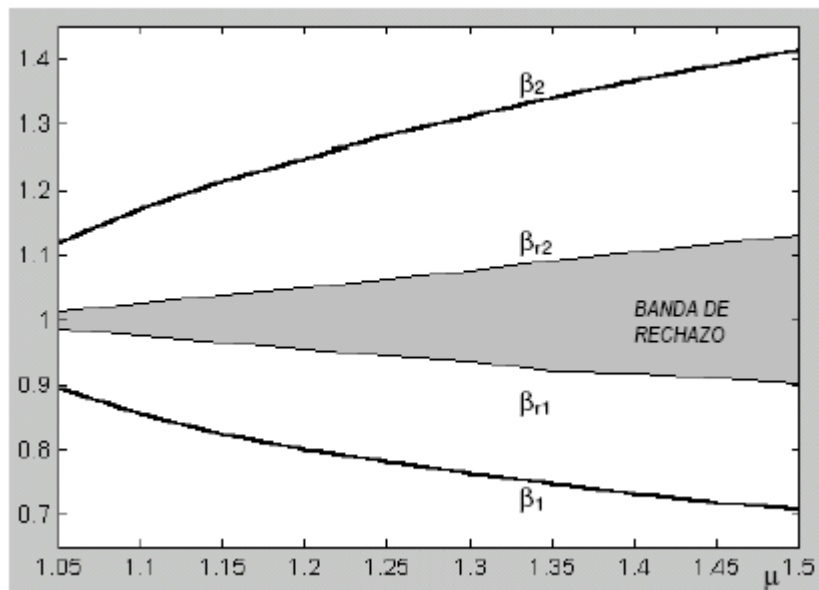


Fig. 4. Características de rechazo.

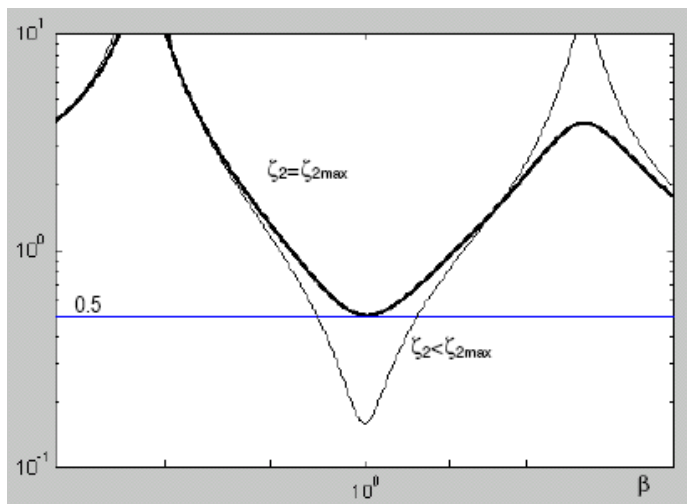


Fig. 5. Efecto de ζ_2 sobre la banda de rechazo de -6db .

empleo de valores reducidos de la relación de masas μ , obliga a seleccionar (o diseñar) un absorbedor con una relación de amortiguamiento ζ_2 muy baja.

3.3. Efecto de la sintonización imperfecta.

Hasta el presente se ha supuesto que el absorbedor se encontraba perfectamente sintonizado con el sistema principal, es decir $\rho^2 = 1$; $\omega_2 = \omega_1$; $k_2 = k_1(m_2/m_1)$. En la práctica la constante elástica del absorbedor k_2 nunca puede ser ajustada en forma exacta, por lo que resulta de interés analizar el efecto de $\rho^2 \neq 1$ en el comportamiento general del sistema.

Dada la función de respuesta en frecuencia

$$F(j\beta) = \frac{-\frac{\beta^2}{\rho^2} + j2\zeta_2 \frac{\beta}{\rho} + 1}{\beta^4 - j2\left(\frac{\zeta_1}{\rho} + \zeta_2\rho\mu\right)\beta^3 - \left(\rho^2\mu + \frac{1}{\rho^2} + 4\zeta_1\zeta_2\right)\beta^2 + j2\left(\zeta_1\rho + \frac{\zeta_2}{\rho}\right)\beta + 1} \quad (9)$$

se determinará la influencia aislada del coeficiente de sintonía ρ^2 para relaciones de amortiguamiento ζ_1 y ζ_2 nulas, es decir se estudiará el comportamiento de

$$F_{\rho 00}(j\beta) = \frac{-\frac{\beta^2}{\rho^2} + 1}{\beta^4 - \left(\rho^2\mu + \frac{1}{\rho^2}\right)\beta^2 + 1} \quad (10)$$

Se procede a continuación a determinar para cada relación de masa μ , cuál es el valor de $\zeta_{2\text{máx}}$ que marca el límite de existencia de una banda de atenuación de -6db en la respuesta en frecuencia del sistema, es decir cuál es la relación de amortiguamiento máxima admisible en el absorbedor.

Para ello se debe resolver recursivamente la expresión

$$|F_1(j\beta)| = 0.5$$

como función de ζ_2 para cada valor de μ , obteniendo de esta manera la Tabla 3.

Se observa que, si bien pequeña, la influencia de ζ_1 es favorable, en el sentido que eleva el valor de $\zeta_{2\text{máx}}$. Queda además claramente establecido que el

μ	$\zeta_1 = 0, \zeta_2 = 10^{-1}$				$\zeta_1 = 10^{-2}, \zeta_2 = 10^{-1}$			
	Máximos		Mínimo	$F_1/\text{mín}$	Máximos		Mínimo	$F_1/\text{mín}$
	β_{1M}	β_{2M}	$\beta_{\text{mín}}$	(db)	β_{1M}	β_{2M}	$\beta_{\text{mín}}$	(db)
1.05	0.9028	1.1011	1.0140	+11.72	0.8999	1.1037	1.0145	+11.07
1.10	0.8584	1.1630	1.0115	+5.76	0.8563	1.1651	1.0119	+5.43
1.15	0.8278	1.2075	1.0110	+2.26	0.8260	1.2094	1.0113	+2.03
1.20	0.8034	1.2449	1.0108	-0.24	0.8019	1.2465	1.0111	-0.40
1.25	0.7827	1.2780	1.0107	-2.17	0.7815	1.2795	1.0109	-2.31
1.30	0.7647	1.3082	1.0107	-3.75	0.7636	1.3096	1.0109	-3.86
1.35	0.7486	1.3363	1.0106	-5.09	0.7476	1.3375	1.0108	-5.19
1.40	0.7340	1.3626	1.0106	-6.25	0.7331	1.3868	1.0108	-6.33
1.45	0.7207	1.3876	1.0106	-7.27	0.7199	1.3887	1.0107	-7.34
1.50	0.6577	1.4115	1.0106	-8.18	0.7076	1.4124	1.0107	-8.25

Tabla 2.

μ	$\zeta_1 = 0$		$\zeta_1 = 10^{-2}$	
	$\zeta_{2\text{máx}}$	$\beta_{\text{mín}}$	$\zeta_{2\text{máx}}$	$\beta_{\text{mín}}$
1.05	0.0125	1.0002	0.0126	1.0002
1.10	0.0251	1.0006	0.0253	1.0007
1.15	0.0377	1.0014	0.0380	1.0015
1.20	0.0503	1.0026	0.0509	1.0027
1.25	0.0632	1.0041	0.0638	1.0042
1.30	0.0761	1.0060	0.0770	1.0063
1.35	0.0893	1.0084	0.092	1.0087
1.40	0.1028	1.0112	0.1038	1.0117
1.45	0.1167	1.0147	0.1179	1.0153
1.50	0.1308	1.0189	0.1321	1.0196

Tabla 3.

En primer término, se procede a comparar $F_{\rho 00}$ con F_{100} que se transcribe a continuación

$$F_{100}(j\beta) = \frac{-\beta^2 + 1}{\beta^4 - (\mu + 1)\beta^2 + 1}.$$

La presencia de ρ^2 en el coeficiente de segundo grado del denominador modifica el *valor aparente* de μ para el sistema fuera de sintonía. Definiendo:

$$\mu_{ap} + 1 = \rho^2 \mu + \frac{1}{\rho^2}$$

se puede graficar el cociente μ_{ap}/μ en función de ρ^2 (ver Fig.6), constatando que una desintonía por sobre $\rho^2 = 1$ tiende a incrementar el μ_{ap} del sistema, tanto para valores grandes como para valores pequeños de la relación de masas μ . Para los gráficos de la Fig.6 se han tomado como límites desintonías de $\pm 20\%$ respecto del valor nominal $\rho^2 = 1$.

La desintonía afecta además la posición del cero de transmisión de $F_{\rho 00}(j\beta)$ que se ubica en $\beta_{z\rho} = \rho$. Nótese que, a causa de la normalización de frecuencias adoptada, para referir los gráficos a una misma variable normalizada (ω/ω_1), $\beta_{z\rho}$ ha debido ser multiplicada por ρ en la misma Fig. 6.

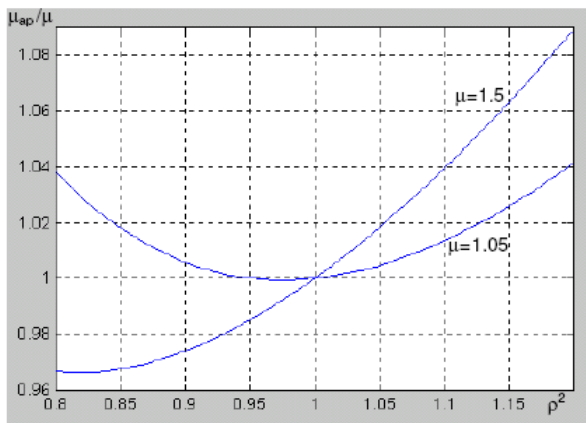


Fig. 6. Influencia de la desintonía sobre μ .

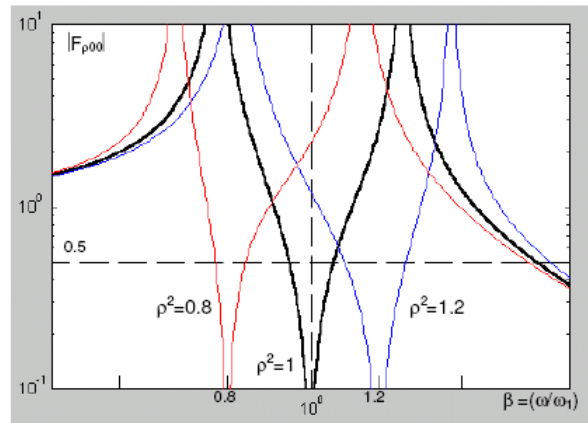


Fig. 7. Respuesta en frecuencia y desintonía.

Nótese en la Fig.7 que la sintonía imperfecta modifica el ancho de la banda de rechazo de -6db e introduce asimetría de la misma respecto de la frecuencia del cero, por lo que en estas condiciones se empleará el concepto de frecuencia central de la banda de rechazo $\beta_* = \frac{1}{2}(\beta_{r1} + \beta_{r2})$ siendo como antes $\Delta\beta_r = \frac{1}{2}(\beta_{r2} - \beta_{r1})$ correspondiendo, por definición, β_{r1} y β_{r2} a las frecuencias de cruce de -6db en la respuesta en frecuencia.

Para representar la interacción de ρ^2 y μ sobre la banda de rechazo, se ha resuelto la expresión $|F_{\rho 00}(j\beta)| = 0.5$, graficando los contornos $\Delta\beta_r = \text{cte.}$ y $\beta_* = \text{cte.}$ en el plano $[\rho^2, \mu]$.

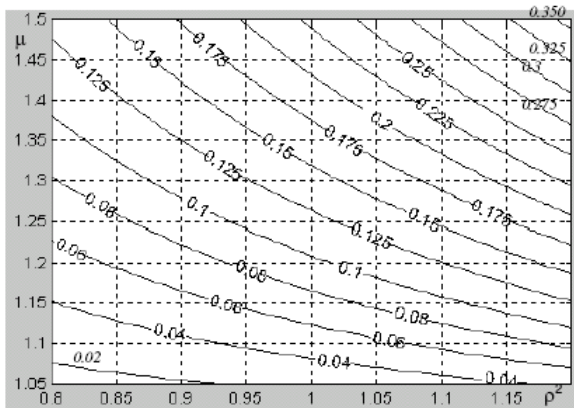


Fig. 8. Contornos de $\Delta\beta_r = \text{cte.}$

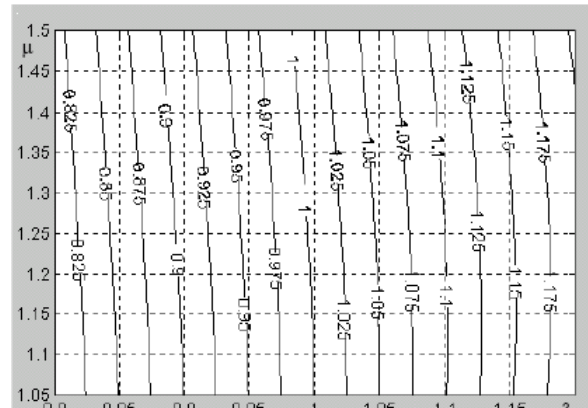


Fig. 9. Contornos de $\beta_* = \text{cte.}$

Nuevamente, queda claramente demostrado el incremento del ancho de la banda de rechazo como resultado de una desintonía positiva ($\rho^2 > 1$), y asimismo la influencia favorable de una alta relación de masas μ ya comentada anteriormente.

3.4. Efectos combinados de desintonía y amortiguamientos no nulos.

Por causa del amortiguamiento ζ_2 no nulo, aparece una región del plano $[\rho^2, \mu]$ para la cual *no existe* banda de rechazo de -6db. Para facilitar la representación gráfica, en la Fig. 10 que se ha trazado para $\zeta_1=0$ y $\zeta_2=0.05$ se asigna arbitrariamente a esta zona el valor $\Delta\beta_r=0$, designándose la como "región prohibida".

Las figuras 11 y 12 muestran la dramática reducción de la zona admisible de trabajo del dispositivo absorbedor como consecuencia del incremento de los amortiguamientos del sistema.

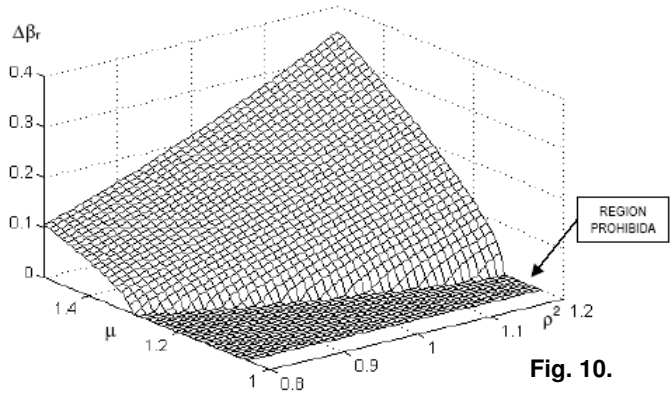


Fig. 10.

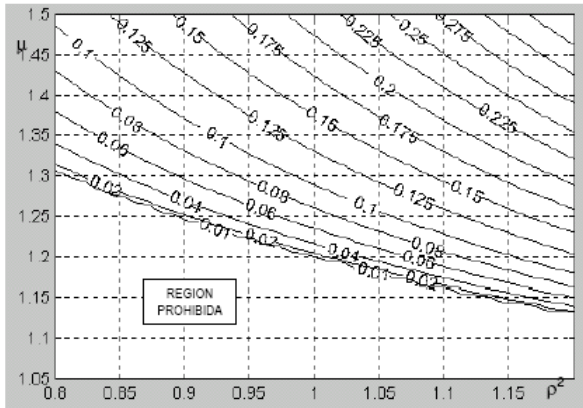


Fig. 11. Contornos $\Delta\beta_r = cte$ para $\zeta_1=0$, $\zeta_2=0.05$

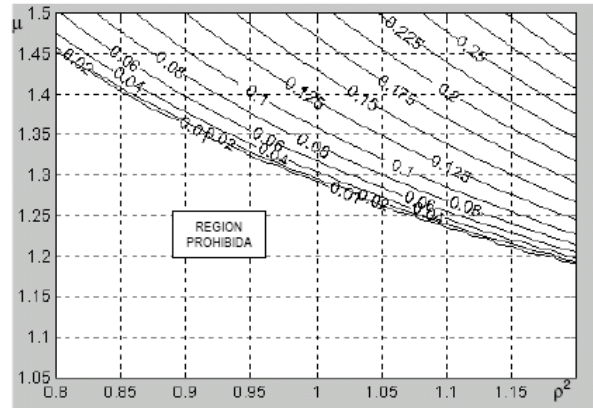


Fig. 12. Conts. $\Delta\beta_r = cte$ para $\zeta_1=0.01$, $\zeta_2=0.075$

3.5. Funcionamiento para relaciones de amortiguamiento ζ_2 elevadas.

Cuando el absorbedor posee una relación de amortiguamiento superior al límite ζ_{2max} discutido en el apartado 3.2., el efecto del dispositivo se reduce a atenuar el pico de resonancia del sistema principal. En la Fig.13 se observa que al superar ζ_2 un valor crítico, desaparece el segundo pico de resonancia y la respuesta en frecuencia del sistema con absorbedor tiende a asemejarse a un sistema simple de segundo orden subamortiguado.

Si bien el interés que puede revestir el tema es meramente académico, ese valor de amortiguamiento crítico ζ_{2cr} , puede ser determinado calculando la frecuencia del punto de inflexión indicado en la figura (que corresponde a $d^2 F / d\beta^2 = 0$) e insertando dicho valor en la ecuación de la derivada primera igualada a cero (tangente horizontal).

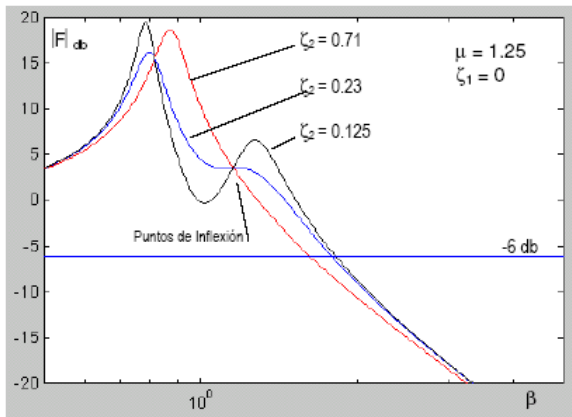


Fig. 13. Respuesta en frecuencia para amortiguamientos elevados.

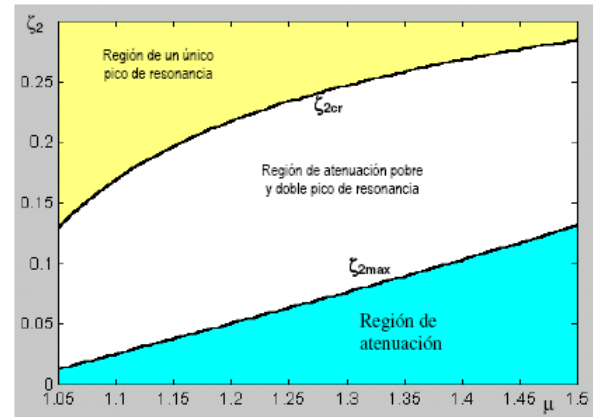


Fig. 14. Regiones de funcionamiento.

Procediendo de la manera descrita se ha calculado la curva de ζ_{2cr} que se muestra en la Fig.16, donde se ha llevado también la gráfica de ζ_{2max} correspondiente a la Tabla 3. Para que los gráficos resulten compatibles, ambos corresponden a condiciones de sintonía perfecta $\rho^2 = 1$ y amortiguamiento ζ_1 nulo.

4. MOVIMIENTO DEL CUERPO ABSORBEDOR.

Hasta este punto, el análisis paramétrico realizado se ha centrado sobre el comportamiento del cuerpo principal (portaherramientas) de masa m_1 ya que, precisamente, el objetivo del absorbedor es atenuar la amplitud de su vibración.

Se considerará a continuación el comportamiento del absorbedor de masa m_2 , especialmente en lo que hace a la amplitud de sus oscilaciones, puesto que éste es un aspecto básico para su realización práctica. En efecto, para sustentar la validez del modelo lineal empleado, la masa del absorbedor debe poder desplazarse libre y linealmente en todo el rango de amplitudes requerido.

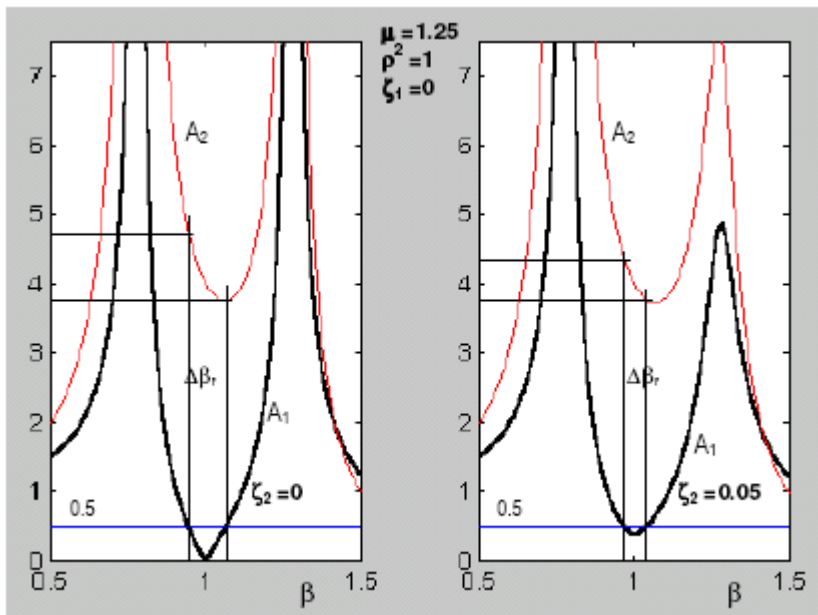


Fig. 14. Efecto del amortiguamiento ζ_2 de absorbedor.

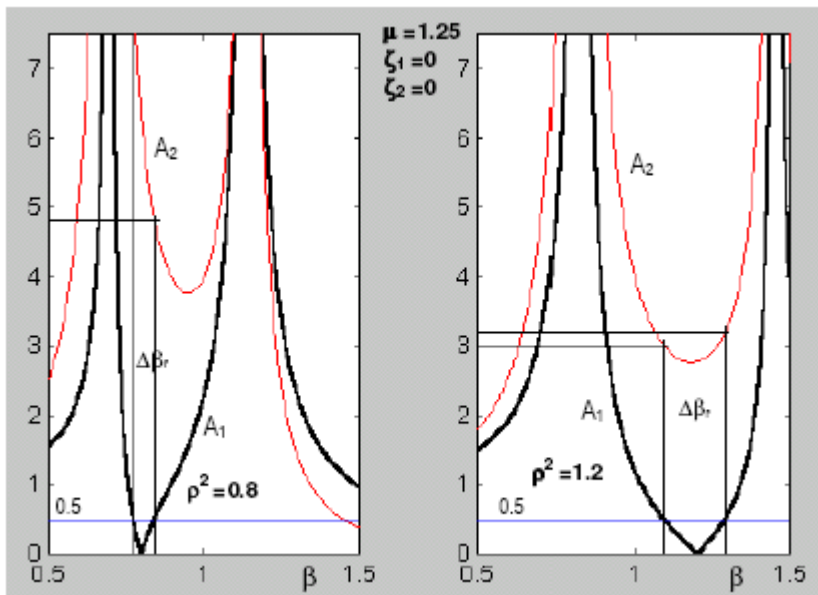


Fig. 15. Efecto de la desintonía.

Mediante una simple consideración energética se puede deducir el orden de magnitud de los desplazamientos de la masa m_2 . Si la energía cinética del movimiento oscilatorio inducido sobre la masa m_1 ha de ser absorbida (entretenida o disipada) por una masa $m_2 < m_1$ es obvio que la amplitud del desplazamiento de m_2 deberá ser mayor que la de m_1 , con un factor de proporcionalidad que dependerá en general de la frecuencia, de la relación de masas μ y del coeficiente de amortiguamiento ζ_2 .

La Fig.14 muestra cualitativamente el anterior concepto, graficando valores de las amplitudes normalizadas A_2 y A_1 para un sistema con $\mu=1.25$ y $\zeta_1=0$, para diferentes valores de ζ_2 (0 y 0.05).

La Fig.15 muestra que, de la misma manera como influye favorablemente sobre el ancho de la banda de rechazo, una desintonía positiva afecta también de igual manera a la amplitud de oscilación A_2 , en el sentido que reduce su valor dentro de la misma banda.

Resulta entonces de interés determinar el rango de variación de la amplitud de oscilación normalizada A_2 para la condición de amortiguamientos nulos (correspondiente a la banda de rechazo de mayor ancho) y para valores de

μ y ρ^2 comprendidos en los intervalos adoptados: $\mu \in [1.05, 1.5]$ y $\rho^2 \in [0.8, 1.2]$.

De acuerdo a las Figs. 14 y 15, el mayor valor de interés de A_2 para cada par (ρ^2, μ) corresponde a la frecuencia de uno de los extremos de la banda de rechazo (β_{r1} o β_{r2}). Su determinación se realiza resolviendo $|F_{\rho 00}(j\beta)|^2 = 0.5$ es decir, tal como se deduce de la Ec.(10), calculando las soluciones de

$$\left[\beta^4 - \left(\rho^2 \mu + \frac{1}{\rho^2} \right) \beta^2 + 1 \right]^2 = 4 \left[1 - \frac{\beta^2}{\rho^2} \right]^2$$

las que, en general son $\beta_{r1} = \Psi_1(\rho^2, \mu)$; $\beta_{r2} = \Psi_2(\rho^2, \mu)$, algunos de cuyos valores, calculados para $\rho^2 = 1$ se encuentran consignados en la Tabla 1. Estos valores de β_{r1} y β_{r2} han de reemplazarse en la Ec.(5), la que en las condiciones consideradas puede reescribirse como:

$$|G_{\rho 00}(j\beta)| = \left| \frac{1}{\beta^4 - \left(\rho^2 \mu + \frac{1}{\rho^2} \right) \beta^2 + 1} \right| \quad \text{y permite determinar } A_{2\max}(\rho^2, \mu) = \sup \{ A_2(\beta_{r1}), A_2(\beta_{r2}) \}.$$

La Fig. 16 muestra los contornos de $A_{2\max} = \text{cte}$ en el plano $[\mu, \rho^2]$. Se constata que altos valores de relación de masas y desintonía positiva proporcionan valores convenientemente bajos de la amplitud de oscilación normalizada $A_{2\max}$. La misma figura permite también apreciar los límites de máxima amplitud previsible para un absorbedor "standard" que fuera aplicado a diferentes portaherramientas. O bien recíprocamente, dada la máxima amplitud A_2 alcanzable en un absorbedor de masa m_2 dada, la figura permite determinar el rango de valores de μ para los que puede garantizarse una operación lineal dentro de la banda de rechazo.

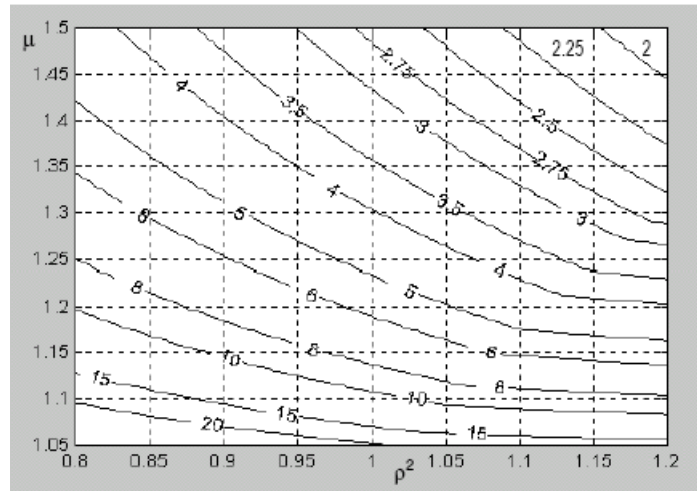


Fig. 16. Contornos de $A_{2\max} = \text{cte}$ para amortiguamientos nulos.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

Las conclusiones que surgen del estudio realizado pueden ser sistematizadas de acuerdo a tres puntos de vista:

- *Referidas al portaherramientas.*
Una vez satisfechas las restricciones de dimensionamiento y resistencia estructural impuestas por las tareas de mecanizado a realizar, la fabricación del portaherramientas debiera llevarse a cabo empleando el material más liviano y resistente disponible. De esta manera, disminuyendo en lo posible la masa m_1 serán más fácilmente alcanzables valores elevados para la relación de masas μ .
- *Referidas al dispositivo absorbedor.*
Amortiguamiento ζ_2 : óptimamente debiera ser cero; debe por lo tanto ser elegido un líquido de mínima viscosidad en la construcción del absorbedor.
Masa m_2 : debe ser lo más elevada posible, teniendo en cuenta el objetivo de alcanzar una mayor relación de masas μ .
Dimensionamiento: el alojamiento de m_2 debe permitir, junto con la deformabilidad del elastómero vinculante los desplazamientos $A_{2\max}$ requeridos para el funcionamiento lineal del dispositivo.

- *Referidas a la aplicación práctica.*
Conocido (o estimado) el rango de frecuencias de excitación, deberá adoptarse una combinación portaherramientas+absorbedor y ajustar el valor de k_2 de forma que garantice cubrir la banda de rechazo con desintonía positiva ($\rho^2 > 1$), disminuyendo de esta manera la amplitud de oscilación máxima A_{2max} requerida.

La Fig. 17 muestra un diagrama de influencia que sintetiza los efectos de los principales parámetros (μ, ρ^2, ζ_2) sobre las características de funcionamiento dinámico del conjunto.

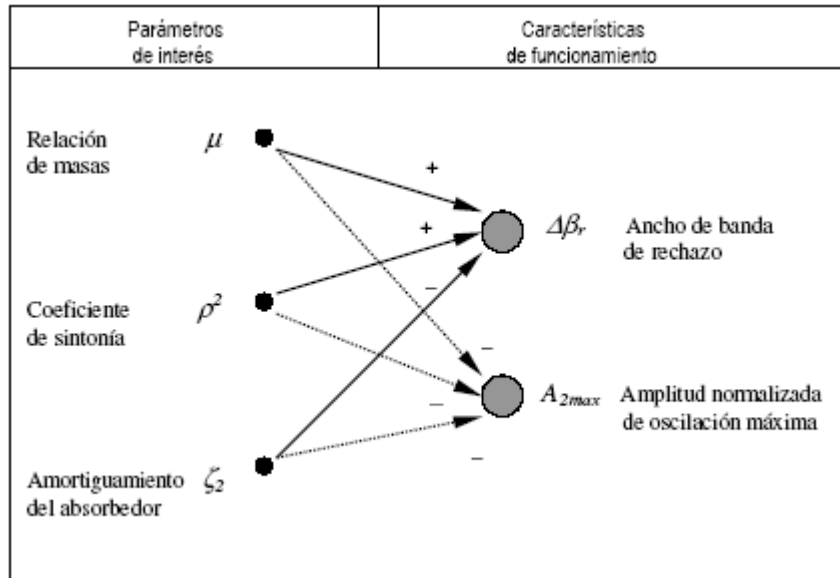


Fig. 17. Diagrama de influencia.

Para finalizar, debe consignarse que se deberá proceder a la verificación experimental de los resultados alcanzados y, como consecuencia, a la validación de la principal hipótesis de trabajo adoptada: el empleo de un modelo lineal a parámetros concentrados independiente de la geometría del sistema.

REFERENCIAS

- Hahn, R.S.: *Active dampers for machine tools*. Transactions of ASME, 73:213-222. (1951).
- Merritt, H.E.: *Theory of self-excited machine-tool chatter. Contribution to machine-tool chatter research 1*. ASME Journal of Engineering for Industry, 87(4):447-454. (1965).
- Premount, A.: *Vibration Control of Active Structures – An Introduction*. Kluwer Academic Publishers. (2002).
- Shi, S.A., Tobias, S.A.: *Theory of finite amplitude machine tool instability*. Intern. Journal of Machine Tool Design and Research, 24:45-69. (1984).
- Smith, S., Tlustý, J.: *Stabilizing chatter by automatic spindle speed regulation*. Annals of CIRP, 41(1):433-436. (1992).
- Tarng, Y.S., Kao, J.Y., Lee, E.C.: *Chatter suppression in turning operations with a tuned vibration absorber*. Intern. Journal of Materials Processing Technology, 105:55-60. (2000).
- Tobias, S.A., Fishwick, W.: *Theory of regenerative machine tool chatter*. Engineering, 205. (1958-a).
- Tobias, S.A., Fishwick, W.: *The chatter of lathe tools under orthogonal cutting conditions*. Transactions of ASME, 80:1079-1088. (1958-b).
- Tlustý, J., Ismail, F.: *Basic non-linearity in machining chatter*. Annals of CIRP, 30(1):299-304. (1981).

