

***“Modelo de correlación entre parámetros Marshall y la Curva Maestra de mezclas asfálticas”***

*Tecnologías de Pavimentación*

*Ana Lighuen APAS, Luis Agustín RICCI, José Julián RIVERA*

*LEMaC Centro de Investigaciones Viales, Universidad Tecnológica Nacional Fac. Reg.  
La Plata, Argentina. [lemac@frlp.utn.edu.ar](mailto:lemac@frlp.utn.edu.ar)*

## **RESUMEN**

Como es sabido, en las mezclas asfálticas el Módulo de Rigidez, que relaciona las tensiones y las deformaciones ante una sollicitación, no se presenta como un valor único, sino como una serie de valores dependientes de ciertas condiciones de entorno. Además, cuando este módulo surge como respuesta a una carga dinámica dentro de los rangos de Frecuencia de aplicación y de Temperaturas del pavimento en servicio, se considera que se trata entonces de un Módulo Dinámico.

Si se ensayan así Frecuencias variables (ante una Temperatura de referencia) o Temperaturas variables (ante una Frecuencia fija de referencia), se obtienen gráficas para el Módulo Dinámico de cada mezcla asfáltica en particular, que se conocen como las Curvas Maestras de esa mezcla. Es a través de estas Curvas Maestras como luego puede considerarse entonces estructuralmente a esa mezcla en las metodologías de diseño estructural de pavimentos basadas en criterios mecanicistas.

Para la determinación de estas curvas es necesario entonces un complejo equipo que cuente con una cámara de acondicionamiento térmico, una prensa de actuación dinámica neumática o hidráulica, una celda de carga, LVDT's para medir las deformaciones transversales de los testigos o probetas, transductores de las señales de los instrumentos a una computadora y un programa adecuado para el registro continuo de las cargas y deformaciones, como también para los cálculos necesarios para determinar el valor del Módulo Dinámico.

Es por esta complejidad instrumental que, cuando el problema a resolver no implica una vía de categoría o una problemática de importancia, se intensifican los esfuerzos por utilizar una expresión simple que permita estimar esas curvas en forma indirecta a partir de valores de sencilla determinación.

Existen por ello ecuaciones que correlacionan algunas características volumétricas de la mezcla y de los materiales constituyentes (Viscosidad del asfalto, Contenido de asfalto, Granulometría, Vacíos, etc.) y el Módulo Dinámico, pero que han sido desarrolladas a partir de materiales que no son los habituales en la región central de la Argentina, ámbito de trabajo del LEMaC, Centro de Investigaciones Viales donde se desenvuelven los autores de este trabajo.

En busca de lograr un modelo local en tal sentido, se desarrolla un estudio que arriba a modelos preliminares con adecuada bondad de ajuste, permitiendo dibujar la Curva Maestra de una mezcla asfáltica a partir de parámetros Marshall, y otros de interés relacionados, de sencilla determinación.

Se presenta en esta oportunidad entonces los modelos preliminares a los que se ha arribado.

## **1- INTRODUCCIÓN**

El Módulo de Rigidez es una relación de tensiones y deformaciones, que particularmente en las mezclas asfálticas no se presenta como un valor único, como en el caso de otros materiales, sino como dependiente de la Temperatura de ensayo y la Frecuencia de aplicación de la carga. Para estos materiales, el Módulo de Rigidez que valora la respuesta del pavimento asfáltico ante sollicitaciones dinámicas, considerando el rango de Temperaturas que pueda sufrir el pavimento en servicio, es comúnmente conocido como el Módulo Dinámico [1, 2].

En líneas generales puede decirse que la variación de las propiedades dinámicas por el cambio de la Temperatura provoca una disminución apreciable en el valor del Módulo Dinámico a medida que ésta aumenta. Por otro lado, el efecto de la Frecuencia de aplicación de la carga se manifiesta a través del movimiento de los vehículos pesados sobre la estructura, y genera módulos mayores a medida que la velocidad se incrementa, es decir a medida que aumenta la Frecuencia de carga.

Para conocer en cada caso en particular cómo esto se manifiesta en forma cuantitativa, se efectúan determinaciones del módulo en laboratorio, por medio de distintos procedimientos, sometiendo a las muestras a deformación en su rango lineal, bajo cargas repetidas o cargas con velocidad de deformación controlada, registrando durante el ensayo ambos esfuerzos [3].

En el LEMaC, Centro de Investigaciones Viales de la Universidad Tecnológica Nacional Fac. Reg. La Plata (Argentina) en donde se han realizado los trabajos que llevan a esta publicación, la norma de referencia empleada para la obtención de los Módulos Dinámicos de una mezcla asfáltica es la UNE 12697-26 Anexo C, que propone el estudio del Módulo de Rigidez a distintas Temperaturas y Frecuencias de carga. De los variados procedimientos para ejecutar el ensayo de Módulo Dinámico existentes en las diversas normativas [4, 5], en esta norma en particular se utiliza el de Tracción Indirecta por compresión diametral.

Para la realización de este ensayo bajo esta norma, o bajo cualquier norma que entienda en tal sentido, es necesario un complejo y costoso equipo que se debe implementar en laboratorio. El mencionado equipo de ensayo debe contar con una cámara de acondicionamiento térmico, una prensa de actuación dinámica neumática o hidráulica, una celda de carga, LVDT's, transductores de las señales de los instrumentos a una computadora y un programa adecuado para el registro continuo de las cargas y deformaciones, como así también para los cálculos necesarios para determinar el valor del Módulo Dinámico [6]. En la Figura 1 se observa parte del dispositivo de ensayo que da cumplimiento a la norma descripta.



Figura 1. Ensayo de Módulo Dinámico por Tracción Indirecta  
Fuente: Propia.

Si se ensayan así Frecuencias variables (ante una Temperatura de referencia) o Temperaturas variables (ante una Frecuencia fija de referencia), efectuando correcciones para los ensayos que no fueron realizados a esa Temperatura o Frecuencia de referencia, se obtienen gráficas para el Módulo Dinámico de cada mezcla asfáltica en particular, que se conocen como las Curvas Maestras de esa mezcla. Es a través de estas Curvas Maestras como luego puede considerarse entonces estructuralmente a esa mezcla en las metodologías de diseño estructural de pavimentos flexibles basadas en criterios mecanicistas [7]. En la Figura 2 se observa una Curva Maestra obtenida a una Temperatura de referencia de 70 °F [1], mientras que en la Figura 3 se observa una Curva Maestra para una Frecuencia de referencia de 10 Hz [8].

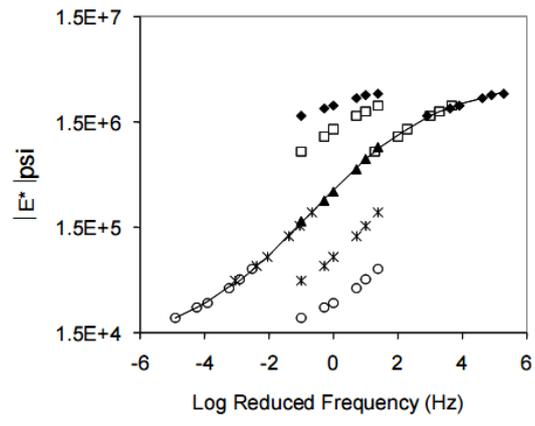


Figura 2. Curva maestra para una temperatura de 70 °F  
Fuente: NCHRP Guide for Mechanistic-Empirical Design

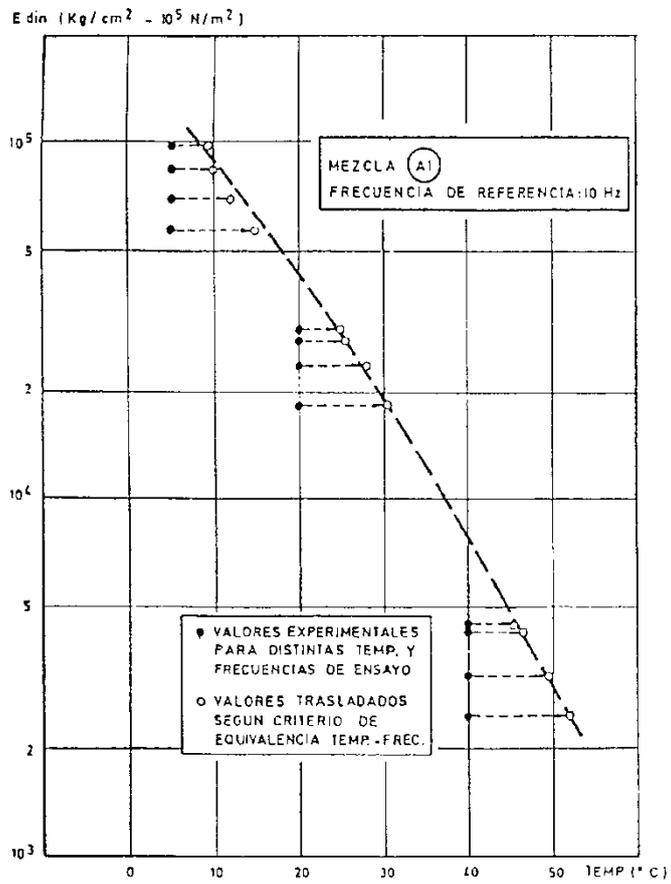


Figura 3. Curva maestra para una frecuencia de 10 Hz  
Fuente: IMAE – Tendencias actuales en diseño estructural, materiales viales e innovaciones tecnológicas

Si bien el procedimiento para ejecutar el ensayo de Módulo Dinámico sobre una mezcla asfáltica resulta sencillo una vez que se ha tomado práctica en tal sentido, y su valoración es de gran interés en lo referente al diseño mecánico de los pavimentos flexibles, la dificultad para el acceso al instrumental necesario para su determinación ha generado que se intensificaran los esfuerzos por encontrar expresiones simples que permitan efectuar estimaciones a partir de valores de sencilla obtención [6], aplicables siempre y cuando el problema a resolver no implica una vía de categoría o una problemática de relevancia.

Es por lo expuesto que existen ecuaciones que correlacionan algunas características de la mezcla asfáltica (por ejemplo Viscosidad del asfalto, Contenido de asfalto, Granulometría, etc.) y el Módulo Dinámico. Entre las que permiten la obtención de la Curva Maestra para una Temperatura dada, posiblemente la más aceptada en la actualidad sea la versión recalculada del modelo de Witczak-Fonseca que se observa en la Ecuación 1 [9] y que es la utilizada por la moderna guía de diseño ME-PDG.

$$\log E^* = 3.750063 + 0.02932\rho_{200} - 0.001767(\rho_{200})^2 - 0.002841\rho_4 - 0.058097V_a - 0.802208\left(\frac{V_{beff}}{V_{beff} + V_a}\right) + \frac{3.871977 - 0.0021\rho_4 + 0.003958\rho_{38} - 0.000017(\rho_{38})^2 + 0.005470\rho_{34}}{1 + e^{(-0.603313 - 0.313351 \log(f) - 0.393532 \log(\eta))}} \quad (1)$$

Donde:

$E^*$  = Módulo Dinámico [psi]

$\eta$  = Viscosidad del asfalto [ $10^6$  Poise]

$f$  = Frecuencia de carga [Hz]

$V_a$  = Contenido de Vacíos [%]

$V_{beff}$  = Contenido efectivo de asfalto [% en volumen]

$\rho_{34}$  = Porcentaje acumulado retenido en la malla 3/4" [%]

$\rho_{38}$  = Porcentaje acumulado retenido en la malla 3/8" [%]

$\rho_4$  = Porcentaje acumulado retenido en la malla N°4 [%]

$\rho_{200}$  = Porcentaje que pasa la malla N°200 [%]

No obstante esta ecuación surge de estudios muy fuertemente sustentados; que llevan a que presente un  $R^2$  de 0,96 a partir de los 2.750 casos que dan origen a la fórmula, con un rango de Temperaturas de 0 a 130 °F y un rango de Frecuencias de 0,1 a 25 Hz; en un trabajo precursor a éste, llevado adelante también por el LEMaC, se la estudió y afectó con parámetros comúnmente registrados a nivel regional, no pudiéndose encontrar un grado de ajuste adecuado al compararse los resultados obtenidos con la fórmula respecto de los efectivamente obtenidos mediante el ensayo.

A partir de esta situación es que se plantea el trabajo del cual los resultados preliminares se vuelcan en esta publicación, intentando encontrar mediante métodos de aproximación matemáticos una serie de expresiones que posibiliten la obtención de la Curva Maestra de una mezcla asfáltica en particular de las

habitualmente utilizadas en la región, partiendo de sus parámetros Marshall y otros de sencilla determinación, para una Temperatura de interés y con la suficiente bondad de ajuste.

## 2- METODOLOGIA

### 2.1 Diseño metodológico general

La metodología de trabajo diseñada para poder arribar al objetivo planteado, se constituye de los siguientes pasos:

- Aplicación de ensayos de Módulo Dinámico a distintas combinaciones de Frecuencias y Temperaturas, sobre muestras de mezclas asfálticas convencionales de las habitualmente utilizadas como capa de rodamiento en la región. Obtención de los parámetros Marshall y demás parámetros de interés de esas muestras.
- Construcción de la Curva Maestra de cada una de las mezclas a una Temperatura de referencia propia de la región.
- “Redibujado” mediante regresión simple no lineal de la curva maestra obtenible en cada caso, empleando una tipología de modelo que permita obtener adecuadas bondades de ajuste.
- Obtención de los modelos de regresión que permitan relacionar los parámetros Marshall y demás parámetros de interés con las constantes de regresión obtenidas mediante el paso anterior.
- Presentación del procedimiento aplicable a partir de los resultados obtenidos.

### 2.2 Análisis particularizado de la metodología

Para poder efectuar los análisis estadísticos planteados en la estructura metodológica general, se plantea recabar muestras de mezclas asfálticas convencionales destinadas a capas de rodamiento de las diversas obras en las que el LEMaC tiene intervención.

Sobre estas muestras se determinan los parámetros Marshall habituales y otros de interés, conformando una matriz ampliada de resultados. Sobre esta matriz se aplican técnicas de análisis de correlación y validaciones estadísticas que llevan a la conformación de una matriz reducida de datos.

Por otro lado, se efectúan los ensayos de Módulo Dinámico de estas muestras, de acuerdo a la norma “UNE-EN 12697-26, Anexo C: Tracción Indirecta sobre probetas cilíndricas”, variando la Temperatura en rangos de 5 °C, 10 °C y 20 °C y ante Frecuencias de 0,5 Hz, 1,0 Hz, 2,0 Hz y 5,0 Hz.

Con los valores del Módulo Dinámico para cada Frecuencia y Temperatura de ensayo se construyen las Curvas Maestras de cada mezcla analizada, seleccionando una Temperatura de Referencia de 10 °C, la cual se encuentra sustentada en estudios previos llevados adelante por el LEMaC. Esta temperatura puede resultar baja si se la compara con la empleada en otros estudios relacionables de la región.

Para la construcción de las curvas maestras, los resultados de Módulo Dinámico obtenidos mediante el ensayo fuera de la Temperatura de referencia se desplazan en forma horizontal sobre un eje de Frecuencias reducidas, en función de un factor de corrección para cada caso. Estos factores se obtienen al

alcanzar la mínima suma del cuadrado de los errores entre el valor del módulo y su estimación mediante la función continua que se observa en la Ecuación 2. En la Figura 4 se muestra en forma gráfica la construcción de una Curva Maestra bajo estos conceptos, señalándose con un círculo las Frecuencias reales de ensayo y con un triángulo las corregidas.

$$\log(E^*) = \delta + \frac{\alpha}{1 + e^{\beta + \gamma(\log t_r)}} \quad (2)$$

Donde:

$E^*$  = Módulo Dinámico

$t_r$  = Tiempo de carga a la Temperatura de referencia

$\delta, \alpha$  = Parámetros de calibración para un conjunto de datos dados, con  $\delta$  representando el mínimo valor de  $E^*$  y  $\delta + \alpha$  el máximo valor de  $E^*$

$\beta, \gamma$  = Parámetros que describen la forma de la función

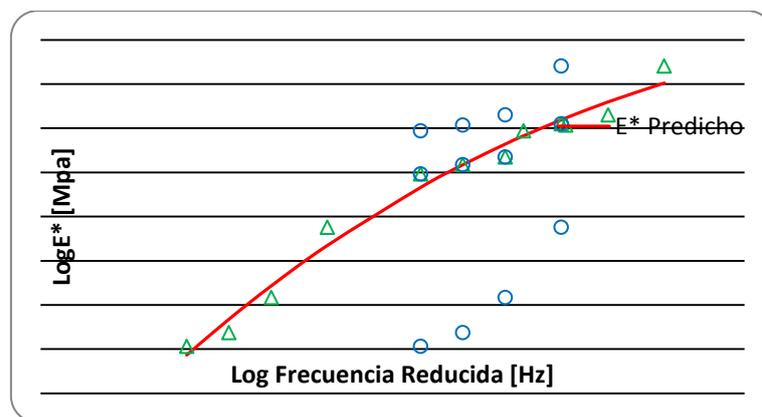


Figura 4. Armado de Curva Maestra

Teniendo entonces la Curva Maestra de cada mezcla asfáltica dada en forma continua por la Ecuación 2, se procede a “redibujarla” mediante una regresión simple no lineal. Para ello se emplea el modelo de regresión sinusoidal simple, que se observa en la Ecuación 3, aplicado en este caso mediante el software “TCWin” e ingresando como variable dependiente a los logaritmos del Módulo Dinámico estimado y como variable independiente a los logaritmos de la Frecuencia reducida.

$$\log E = a + b \cdot \text{sen}\left(\frac{\log Fr}{d} + c\right) \quad (3)$$

Dónde:

$E$  = Módulo Dinámico estimado

$Fr$  = Frecuencia reducida

$a, b, c, d$  = Constantes de regresión

Finalmente, se relacionan a los parámetros Marshall y demás parámetros de interés de la matriz reducida con las constantes de regresión de la función sinusoidal. Para ello se plantean las regresiones lineales múltiples con estos parámetros, recurriendo para su resolución al software "Statgraphics".

### **3- RESUMEN DE RESULTADOS**

Como ya se expresara, la presente publicación tiene como propósito el mostrar los avances alcanzados hasta el momento en el trabajo llevado adelante, debiéndose aún continuar con los estudios para reproducir la metodología sobre un mayor número de muestras, a fin de alcanzar modelos de correlación más confiables y de poder aplicar técnicas estadísticas de análisis más depuradas. Por lo expuesto, en esta sección se vuelcan sólo los resultados preliminares alcanzados y no una referencia amplia de los datos de ingreso, las pruebas realizadas y los valores obtenidos, quedando esos aspectos para una publicación posterior, una vez que los modelos puedan ratificarse con una adecuada confiabilidad.

Teniendo en cuenta entonces la aclaración del párrafo anterior, puede comentarse que para dar cumplimiento a la metodología particular para el estudio diseñada, se procedió a la obtención de las muestras a ser analizadas en forma preliminar. Luego de efectuar un relevamiento de las obras a las que se estaba asistiendo al momento de realizar el estudio, se pudieron individualizar 9 muestras diferentes de mezclas asfálticas empleadas como capa de rodamiento, provenientes de diferentes plantas asfálticas.

Se efectuaron sobre estas muestras los ensayos de Módulo Dinámico, determinación de los parámetros Marshall y determinación de los demás parámetros de interés.

Se conformó así la matriz ampliada de datos, la que luego del análisis estadístico y de correlaciones correspondiente, dio lugar a la matriz reducida que incluye como parámetros característicos a la Densidad ( $\text{gr/cm}^3$ ), los Vacíos (%), la Relación Estabilidad/Fluencia ( $\text{Kg/cm}$ ), el Contenido de Cemento Asfáltico (%) y la Granulometría de los áridos.

Luego se aplicó el software TCWin para la obtención de los parámetros de regresión, obteniéndose en todos los casos coeficientes de determinación  $R^2$  ampliamente superiores a 0,9. En la Figura 5 puede observarse una pantalla de ejemplo de la aplicación de la regresión sinusoidal sobre una de las mezclas en estudio en donde el  $R^2$  alcanzado resultó de 0,99.

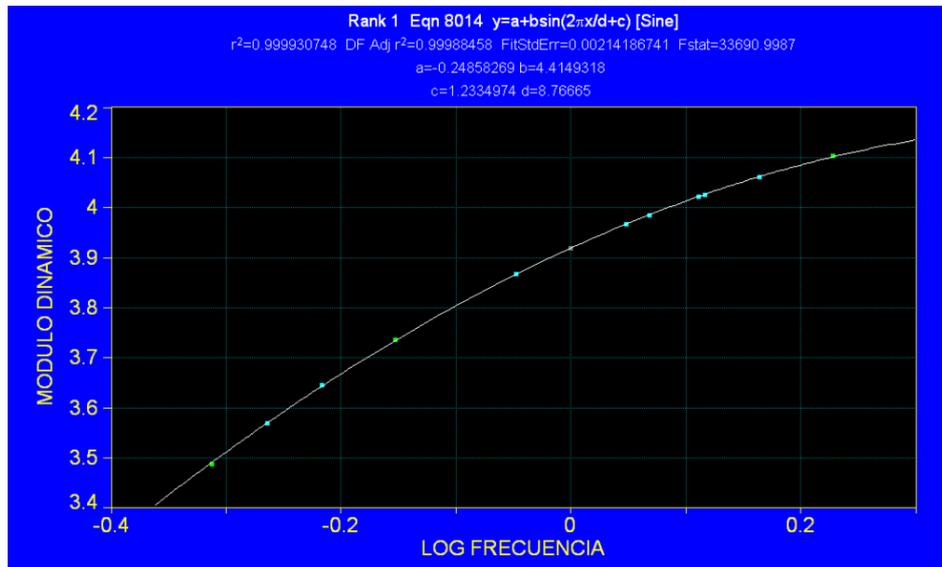


Figura 5. Regresión sinusoidal simple mediante TCWin

Del análisis de correlación y significancia, surgieron las variables independientes a ser consideradas en la regresión lineal múltiple a ser aplicada, de acuerdo a lo que puede observarse en las Ecuaciones 4.

$$\begin{aligned}
 a &= \alpha_1 CA + \beta_1 EF + \gamma_1 P34 + \delta_1 V + \varepsilon_1 \\
 b &= \alpha_2 CA + \beta_2 EF + \gamma_2 P34 + \delta_2 V + \varepsilon_2 \\
 c &= \alpha_3 CA + \beta_3 EF + \gamma_3 P34 + \delta_3 V + \varepsilon_3 \\
 d &= \alpha_4 CA + \beta_4 EF + \gamma_4 P34 + \delta_4 V + \varepsilon_4
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Donde:

$CA$  = Contenido de cemento asfáltico [%]

$EF$  = Relación Estabilidad/Fluencia [Kg/cm]

$P34$  = Porcentaje que pasa el tamiz ¾" [%]

$V$  = Porcentaje de Vacíos [%]

$a, b, c, d$  = Constantes de regresión de la función sinusoidal simple

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$  = Constantes de regresión de las regresiones lineales múltiples  $i$

Con la aplicación efectiva de las regresiones lineales múltiples mediante el software Statgraphics, se arribó a los modelos finales de la etapa de estudios preliminares que se observan en las Ecuaciones 5, los cuales presentaron nuevamente en todos los casos coeficientes de determinación  $R^2$  ampliamente superiores a 0,90.

$$\begin{aligned}
 a &= -2,655 CA - 0,017 EF + 1,930 P34 - 2,866 V - 123,691 \\
 b &= 2,033 CA + 0,013 EF - 1,354 P34 + 2,138 V + 87,367 \\
 c &= 0,174 CA + 0,001 EF - 0,136 P34 + 0,138 V + 10,845 \\
 d &= 8,300 CA + 0,019 EF - 0,940 P34 + 3,595 V + 0,970
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

#### 4-ANÁLISIS DE LOS MODELOS PRELIMINARES

En función de los modelos obtenidos en esta etapa, que pueden observarse en las Ecuaciones 5, de la ecuación de regresión sinusoidal de la Ecuación 3 y de datos de curvas maestras por Módulo Dinámico de mezclas asfálticas no empleadas en el desarrollo de los modelos, se puede, empleando la metodología de trabajo que se esquematiza en la Figura 6, efectuar los análisis preliminares de validación de los mismos.

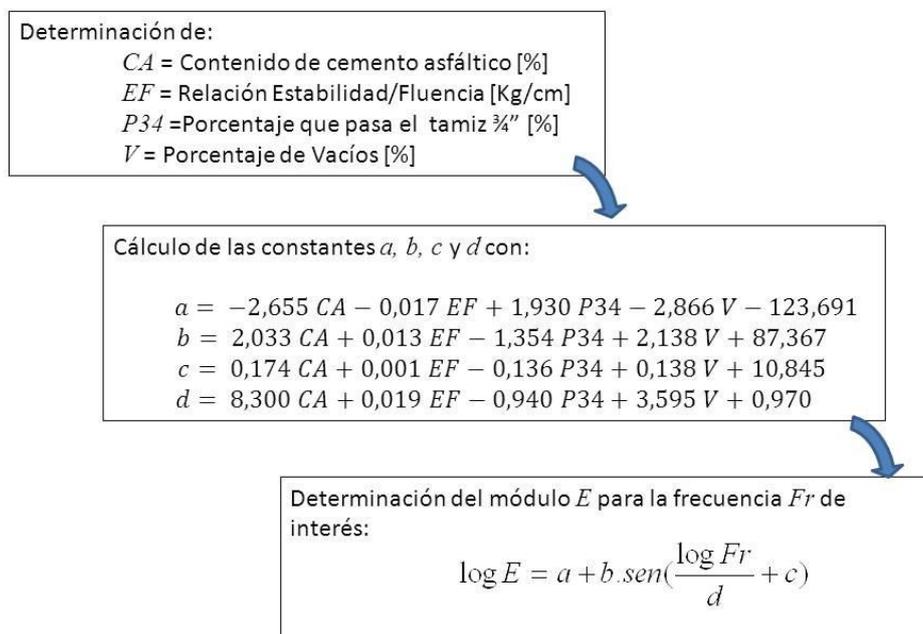


Figura 6. Metodología de trabajo resultante

Se vuelca a continuación un ejemplo numérico de aplicación para su mayor comprensión y como validación preliminar de los modelos, a partir de parámetros de dos muestras de mezclas asfálticas empleadas en capas de rodamiento de la región, que no participaron en el desarrollo de los mismos.

a) Con los valores de los parámetros convencionales de las dos muestras ( $CA$ ,  $EF$ ,  $P34$  y  $V$ ) que se observan a la izquierda de la Tabla 1, se estiman los parámetros de la función sinusoidal ( $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ ) para ambos casos, que se observan a la derecha de la Tabla 1.

	CA	EF	P34	V	a	b	c	d
Muestra 1	5,6	2637	100	3,8	-0,81	5,31	1,22	16,46
Muestra 2	5,4	2061	99,1	6,5	-0,09	4,53	1,15	14,62

Tabla 1. Determinación de parámetros de regresión a partir de parámetros convencionales de las muestras

b) Con los valores obtenidos para los parámetros de la función sinusoidal y el logaritmo de la Frecuencia de interés (para este ejemplo de 0,5, 1,0, 2,0 y 5,0 Hz) se pueden calcular los logaritmos del Módulo Dinámico para esas Frecuencias, según se ve a la izquierda de la Tabla 2. Con estos valores, aplicándoles la inversa del logaritmo, se arriba a los Módulos Dinámicos estimados, que se observan a la derecha de la Tabla 2.

Frecuencia [Hz]	log E				E [MPa]			
	0,5	1,0	2,0	5,0	0,5	1,0	2,0	5,0
log Fr	-0,3	0,0	0,3	0,7	-0,3	0,0	0,3	0,7
Muestra 1	4,15	4,18	4,21	4,25	14071	15204	16366	17947
Muestra 2	3,99	4,03	4,07	4,12	9877	10811	11787	13143

Tabla 2. Determinación de Módulos Dinámicos a partir de Frecuencias de interés

c) Finalmente se pueden comparar los resultados obtenidos mediante el modelo de aproximación preliminar, con los valores obtenidos en el ensayo de Módulo Dinámico según la norma "UNE-EN 12697-26 Anexo C" a 10 °C y a las mismas Frecuencias de interés, según se observa en la Tabla 3.

	Frecuencia [Hz]											
	0,5			1,0			2,0			5,0		
	E <sub>estimado</sub>	E <sub>real</sub>	Δ%									
Muestra 1	14071	14715	-4	15204	15127	1	16366	16067	2	17947	18473	-3
Muestra 2	9877	10763	-8	10811	10846	0	11787	11682	1	13143	13991	-6

Tabla 3. Comparativo de Módulo Dinámico estimado vs. Módulo Dinámico obtenido por ensayo

## 5- CONCLUSIONES

De la etapa de estudios preliminares que se expone en este trabajo, se puede concluir que:

- Es posible obtener por técnicas de regresión adecuadamente aplicadas modelos para estimar Módulos Dinámicos de una mezcla asfáltica utilizada como capa de rodamiento, a una Temperatura prefijada y a Frecuencias de interés establecidas, con una bondad de ajuste muy satisfactoria.
- Estos modelos, obtenidos para una Temperatura de referencia de 10 °C y a partir de mezclas asfálticas empleadas en la región, aplicados sobre mezclas asfálticas de similares características pero que no fueran utilizadas en el desarrollo de los mismos, permiten estimar Módulos Dinámicos con menos de un 10 % de error respecto de los efectivamente obtenidos mediante los correspondientes ensayos siguiendo la norma "UNE-EN 12697-26 Anexo C".

## 6- REFERENCIAS

- [1] NCHRP. "Guide for mechanistic-empirical design of new and rehabilitated pavement structures", National Cooperative Highway Research Program, Transportation Research Board, EEUU 2004.
- [2] GARNICA, P.; GOMEZ LOPEZ, J.A.; SESMA, J.A. "Mecánica de materiales para pavimentos", Publicación Técnica N°197, Instituto Mexicano del Transporte, Mexico 2022.

- [3] RIVERA, J.; TIMANA, J. "Diseño mecanicista y empírico-mecanicista de pavimentos", Curso de Tecnología de Pavimentos, Maestría en Ingeniería con Mención en Ingeniería Vial, Universidad de Piura, Perú 2015.
- [4] BRITISH STANDARD. "BS-EN 12697-26:2012 Bituminous Mixtures, Test methods for hot mix asphalt, part 26: Stiffness", British Standards Institution, UK 2012.
- [5] AeNOR. "EN 12697-26 Mezclas Bituminosas, Métodos de ensayo para mezclas bituminosas en caliente, parte 26: Rigidez", Asociación Española de Normalización y Certificación, España 2006.
- [6] RIVERA, J. "Diseño estructural de pavimentos basados en metodologías empíricas, mecanicistas y empírico-mecanicistas", Cátedra Vías III, Facultad Regional La Plata, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina 2013.
- [7] DRAGO, A.; WITCZAK, W.; MIRZA, W. "NCHRP 1-37 A Development of the 2002 Guide for the Design of New and Rehabilitated Pavement Structures, APPENDIX CC-4: Development of a Revised Predictive Model for the Dynamic (Complex) Modulus of Asphalt Mixtures", College Park, University of Maryland, EEUU 1999.
- [8] IMAE. "Tendencias actuales en diseño estructural, materiales viales e innovaciones tecnológicas", Laboratorio Vial IMAE, Universidad de Rosario, Argentina 1994.
- [9] BARI, J.; WITCZAK, W. "Development of a new revised version of the Witczak E\* predictive model for hot mix asphalt mixtures", Arizona Department of Transportation, Phoenix, Arizona, EEUU 2006.