

MOTIVACIÓN, COMPRENSIÓN Y TECNOLOGÍA EN ANÁLISIS MATEMÁTICO

Ferrando, Romina Vanesa; Suau, Silvina Guadalupe
rvfh@yahoo.com; silvinasuau@yahoo.com.ar

Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Santa Fe

1. Resumen

En este trabajo realizamos un análisis de conceptos fundamentales para diseñar materiales didácticos en carreras de Ingeniería, así como propuestas de materiales implementados en las clases durante el año en curso. Nos centramos en la asignatura Análisis Matemático I de la Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Santa Fe, en la cual trabajamos como docentes.

Esta asignatura forma parte de las materias básicas de las cinco carreras que se dictan en esta Facultad: Ingeniería Civil, Mecánica, Eléctrica, Industrial y en Sistemas de Información. El dictado de la asignatura es anual y se trabaja en forma homogénea para todas las carreras.

Nuestro objetivo es analizar y elaborar materiales didácticos con la incorporación del empleo de la computadora, los sistemas algebraicos de cálculos y los recursos informáticos de comunicación con el objetivo de mejorar las variables: comprensión, rendimiento académico y aprendizaje autónomo y favorecer la motivación en los alumnos. Brindamos algunas propuestas de materiales y actividades didácticas implementadas en dicha asignatura este año. Es decir, propuestas didácticas que buscan favorecer la comprensión y el aprendizaje significativo en los alumnos, sin dejar de tener en cuenta que serán futuros ingenieros. Consideramos que no es lo mismo enseñar matemática para matemáticos que para ingenieros.

2. Introducción

La didáctica de la matemática no sólo atiende la enseñanza sino también el aprendizaje, además estudia las actividades didácticas, es decir las actividades que tienen por objeto la enseñanza, evidentemente en lo que ellas tienen de específico de la matemática. No sólo es importante saber enseñar algo, sino también cómo lo enseñamos, de qué forma y con qué recursos. La forma de enseñar también es contenido y, por lo tanto, las formas en que se transmiten y enseñan los conocimientos forman parte de los mismos. No es lo mismo enseñar un contenido de una determinada manera que de otra. La forma influye en la construcción del conocimiento y tiene significaciones propias que se agregan al contenido en sí. En este sentido, nos parece importante centrarnos en las propuestas didácticas para nuestra cátedra de Análisis Matemático I.

En el nivel Universitario el Nuevo Diseño Curricular (y su Adecuación 2004) en la formación de ingenieros, promueve la necesidad de fomentar en los alumnos “*procesos de comprensión, análisis, comparación, síntesis, razonamiento inductivo, deductivo y analógico a través de los cuales se elaboran procesos de pensamiento, capacidades y actitudes necesarias para su profesión*” (Res. 326/92 de CSU, p.18).

Si asumimos entonces el objetivo de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática debemos concebir que los alumnos deberán entender la matemática como un campo de investigación plenamente integrado, que apunte a ayudarlos a resolver problemas, razonar y hacer conexiones.

Alonso Tapia (2001) señala que un objetivo central de las instituciones universitarias debe ser conseguir que todos los estudiantes estudien no ya buscando aprobar sino interesándose por conseguir la comprensión y el dominio práctico de los principios, estrategias y procedimientos que se desea que aprendan.

La motivación y las estrategias que se ponen en juego en contextos favorables son esencialmente diferentes de aquellas que se ponen cuando se está a disgusto y obligado, lo que influye directamente en la calidad de los aprendizajes. Se debería trabajar de modo de desarrollar un clima que esté centrado en el aprendizaje de los estudiantes, desarrollando individuos creativos, seguros de sí mismos, capaces de enfrentarse a la situación cambiante de la sociedad y de su mundo laboral.

Es necesario asegurarse de que los estudiantes tienen la motivación suficiente a la hora de plantearles objetivos, retos y actividades (Alonso Tapia, 2001). Todo esto implica revisar y reflexionar sobre la enseñanza, valorando las acciones que como docentes se llevan adelante. El estudiante universitario, como cualquier persona, busca aprender y se interesa en ello si tiene clara la utilidad y aplicabilidad de los conocimientos que están en juego.

Se ha manifestado un progresivo reconocimiento del papel que desempeñan las variables motivacionales y afectivas en el desempeño de las tareas cognitivas. La mayoría de las propuestas recientes sobre el aprendizaje autorregulado consideran que éste depende no sólo del conocimiento de las estrategias específicas de la tarea sino también de la motivación que tenga el sujeto por el aprendizaje (Mateos, 2001).

Por lo mencionado, nos parece importante diseñar trabajos prácticos integradores con consignas claras que favorezcan la comprensión y el aprendizaje significativo en los alumnos de nuestra cátedra de Análisis Matemático I y lograr así, la vinculación de la matemática con la ingeniería.

3. Motivación, comprensión y aprendizaje en el aula universitaria

*“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo,
involúcrame y lo aprendo”*

*Benjamín Franklin
(1706-1790)*

Como docentes universitarios nos preguntamos ¿Cómo ayudar a mejorar la comprensión por parte de los alumnos, de tópicos importantes de matemática? ¿Cómo ayudan las nuevas tecnologías para propiciar la comprensión de tópicos de matemática?

La comprensión tiene que ver no sólo con los datos o contenidos particulares sino con una actitud respecto de la disciplina. Comprender implica entender algo en su contexto y concebir el todo en relación a sus partes. Implica, por supuesto, que haya interés por comprender y aprender. La comprensión va más allá de la posesión de conocimientos, implica un estado de capacitación, *“la persona que entiende es capaz de “ir más allá de la información suministrada””* (Perkins, 1995, p.82). Es importante, como docentes, favorecer la comprensión de nuestros alumnos para que sean capaces de aplicar los contenidos en situaciones nuevas.

La enseñanza de la matemática en ingeniería, debería tratar de vincular a los alumnos con el trabajo profesional del ingeniero, o por lo menos con una parte de éste. Una de las formas para lograr esto, debería ser el diseño de material didáctico con el objetivo de lograr que el alumno incorpore el uso de software y tecnologías que complementen sus actividades, desarrolle la capacidad de escritura de textos en el ámbito académico, pueda trabajar en equipo y aprender a buscar en diferentes fuentes de información, pueda comprender consignas y resolver problemas de aplicación, sea capaz de explicar oralmente lo que hizo y justificarlo.

Lograr despertar el interés de los estudiantes, en la universidad actual, es una tarea complicada ya que intervienen numerosos factores que lo dificultan. Sin embargo, a pesar de los obstáculos, creemos que los docentes siempre debemos realizar el intento para alcanzar dicho objetivo.

La motivación es un fenómeno complejo que está condicionado por innumerables factores. Motivo, motor y motivación tienen la misma raíz que implica acción. La palabra motivación deriva del vocablo latino *movere*, que significa mover, motivación significa moverse hacia. Se asocia la motivación con la forma en que la conducta se inicia, se energiza, se sostiene, se dirige y con el tipo de reacción subjetiva que está presente cuando realizamos una actividad. Podría decirse que está relacionada con, haciendo analogías, la energía de activación necesaria para vencer la inercia de no involucrarse en una tarea.

La falta de motivación es señalada como una de las causas primeras del deterioro y uno de los problemas más graves del aprendizaje, sobre todo en educación formal. La motivación debe ser considerada tanto al inicio como durante el desarrollo de los cursos, la falta de consideración de la motivación intrínseca sostenida puede convertirse en un obstáculo para el buen desarrollo de la acción didáctica, es imprescindible motivar a quien quiere aprender.

Motivación y comprensión parecen constituirse en aspectos indisociables. Si no se genera un clima favorable para mejorar la capacidad de pensamiento estratégico y para la comprensión, se enfatizan los aprendizajes repetitivos y mecánicos, con una clara incidencia negativa sobre la comprensión. Si al estudiar se tienen expectativas claras y positivas, si se piensa en el futuro logro, pueden resultar gratificantes las tareas que se deben emprender.

Como docentes es importante reflexionar acerca de nuestro rol y qué puede hacerse para incrementar el interés y el esfuerzo de los estudiantes, así como colaborar en el desarrollo de estrategias metodológicas; entendiendo a las estrategias metodológicas como medios o procedimientos adaptados a determinados momentos del enseñar y que refieren a tiempos, espacios, modos y materiales que contribuyen a despertar la atención y mantener el interés del alumno. Desde esta perspectiva, la utilización de un medio puede cortar la rutina de una clase y dar cuenta de un docente preocupado por generar propuestas atractivas que posibiliten desarrollar un clima centrado en el aprendizaje de los estudiantes, desarrollando individuos creativos, seguros de sí mismos, capaces de enfrentarse a la situación cambiante de la sociedad y de su mundo laboral.

4. Materiales didácticos para trabajar el tema "Funciones"

El concepto de "función" es de suma importancia en la enseñanza de la matemática, pues se lo considera como elemento unificador, generalizador y de naturaleza modelizadora. Además su aprendizaje es un tema presente en los currículos escolares de los distintos niveles de la Educación, motivo por el cual ha sido objeto de muchas investigaciones en Didáctica de la Matemática. Las cuestiones estudiadas contemplan diversos aspectos de la problemática planteada por los procesos de enseñanza y aprendizaje sobre la noción de función.

Asimismo, el concepto de "función" es fundamental para un futuro Ingeniero. Por eso decidimos centrar nuestro análisis y propuestas didácticas en este tópico.

Reconociendo que es un concepto complejo debido a que se expresa en una multiplicidad de registros y genera diferentes niveles de abstracción y de significados, el aprendizaje del tema "funciones" es uno de los principales objetivos en la enseñanza del Análisis Matemático o Cálculo y su importancia se debe a que es indispensable para la comprensión de conceptos tales como continuidad, límite o derivada de funciones entre otros.

A lo largo de este año académico hemos ido implementando diversas actividades y materiales didácticos dentro del tema "funciones" para favorecer la motivación y comprensión en los alumnos. Detallaremos a continuación algunos de ellos y su relación con estos conceptos en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

4.a. Favorecer la comprensión

Uno de los aspectos fundamentales para diseñar materiales didácticos en matemática es que los mismos sirvan para facilitar la comprensión de los contenidos de la materia por parte del alumno. Como ya mencionamos, la comprensión tiene que ver con una actitud respecto de la disciplina y una flexibilidad en la forma de pensar.

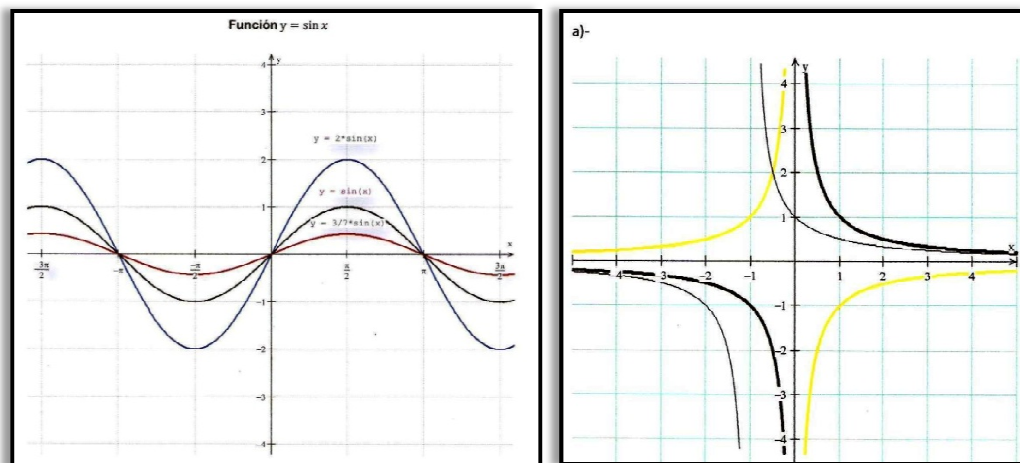
Por lo tanto, al elaborar consignas en los trabajos prácticos, conviene diseñarlas de manera que representen *actividades de comprensión* para el alumno (Perkins, 1995). Cuando uno entiende algo, no sólo tiene el conocimiento, sino que puede hacer algo con él, es decir, puede realizar actividades de comprensión. Algunas de ellas pueden ser: la explicación, la ejemplificación, la aplicación, la justificación, la comparación y el contraste, la contextualización, la generalización. Estas actividades de comprensión implican pensar e involucran diferentes tipos de pensamiento y niveles de comprensión.

Una actividad que implementamos con los alumnos este año, a partir de la elaboración de este trabajo, fue la siguiente:

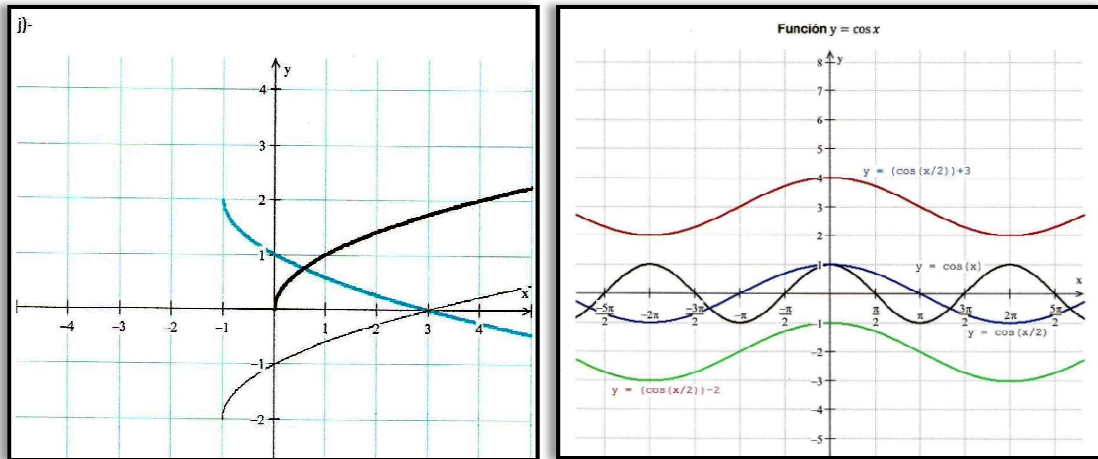
Utilizando algún software los alumnos tenían que graficar funciones elementales y sus transformaciones, para comparar con la resolución manual.

En dicha actividad, los alumnos a partir del conocimiento de la gráfica de una función $y = f(x)$, mediante transformaciones (traslaciones, contracciones, elongaciones y reflexiones), debían obtener un bosquejo de la gráfica de una función $y = g(x)$ de la forma $g(x) = k \cdot f(ax - b) + c$, con k, a, b, c números reales cualesquiera.

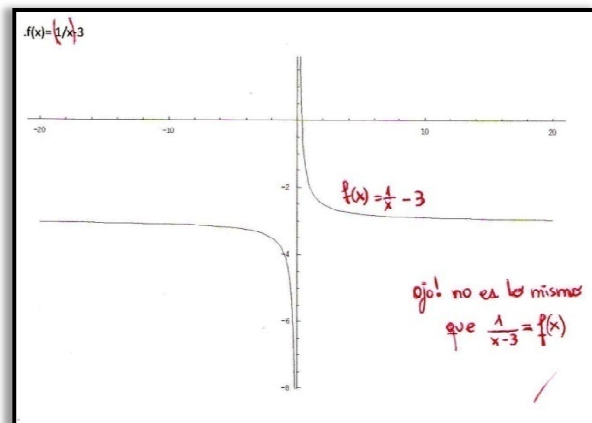
Esto puede ayudar al alumno a comprender los cálculos que hace manualmente, a través de la ayuda del software. A continuación pueden observarse algunos de los trabajos realizados por los alumnos, en donde se observa la función elemental y las distintas transformaciones en otros colores:



Los alumnos redactaron sus propias conclusiones teniendo en cuenta las variaciones de los parámetros, los distintos tipos de transformaciones, las modificaciones del dominio, rango, ceros, asíntotas, periodicidad de las funciones obtenidas comparándolas con la función elemental correspondiente.



En el siguiente gráfico puede observarse un ejemplo de un error detectado en algunos trabajos, en el cual los alumnos al escribir la función en el software no pusieron un paréntesis, por lo cual les quedó una función diferente.

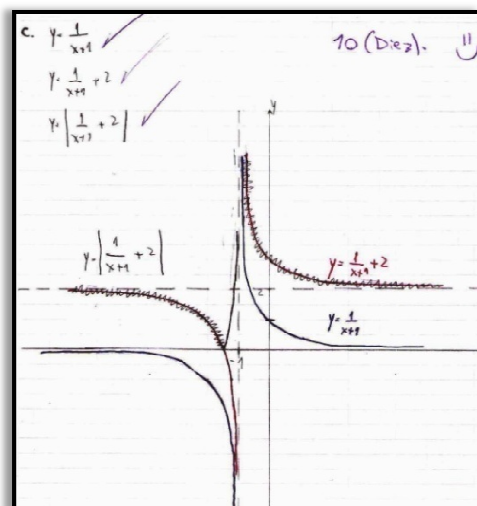


En otra actividad, implementada este año durante una clase:

Se les pidió a los alumnos que grafiquen manualmente funciones elementales con algunas transformaciones. Luego, que intercambien los trabajos con otro grupo, para su corrección.

En esta actividad se puso en juego el conocimiento de cada alumno y su comprensión sobre el tema, ya que no es lo mismo "realizar algo" que "tener que corregirle a otra persona" lo realizado. Esto involucra, sin duda, actividades de comprensión.

A continuación puede observarse la siguiente corrección realizada por un grupo de alumnos:



4.b. Estimular la capacidad de escribir y graficar; vincular al alumno con la tarea profesional

Es fundamental poder vincular a los alumnos con las tareas que realizará como futuro Ingeniero. Para ello, conviene que los alumnos desarrollen actividades que:

- tengan similitudes con tareas del mundo adulto,
- estén relacionadas con los intereses de los alumnos,
- sean complejas,
- se relacionen con situaciones prácticas de la experiencia laboral y la vida cotidiana,
- puedan resolverse de diferentes formas,
- tengan más de una respuesta correcta,
- impliquen trabajar en equipos,
- utilicen la misma información y herramientas utilizadas por los profesionales del campo

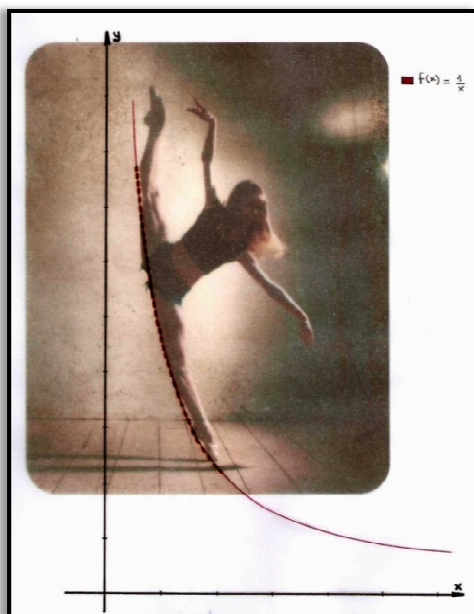
Asimismo, el material didáctico que utilizamos en nuestras clases debe estimular al alumno a que redacte, explique (en forma oral y escrita), grafique, sus ideas y los procedimientos. Los alumnos de ingeniería, como futuros profesionales, deben poder escribir y redactar claramente, no sólo textos, informes, etc., sino también procedimientos y cálculos que son igualmente necesarios. Además, deben saber croquizar, esquematizar, dibujar y graficar, habilidades básicas en un Ingeniero.

Dentro de esta línea, se implementó este año la siguiente actividad:

Los alumnos tenían que elegir fotografías de objetos reales y sobre ellas identificar y graficar las funciones elementales que aparecían. Además, debían colocarle un nombre a la foto justificando el mismo con una breve explicación.

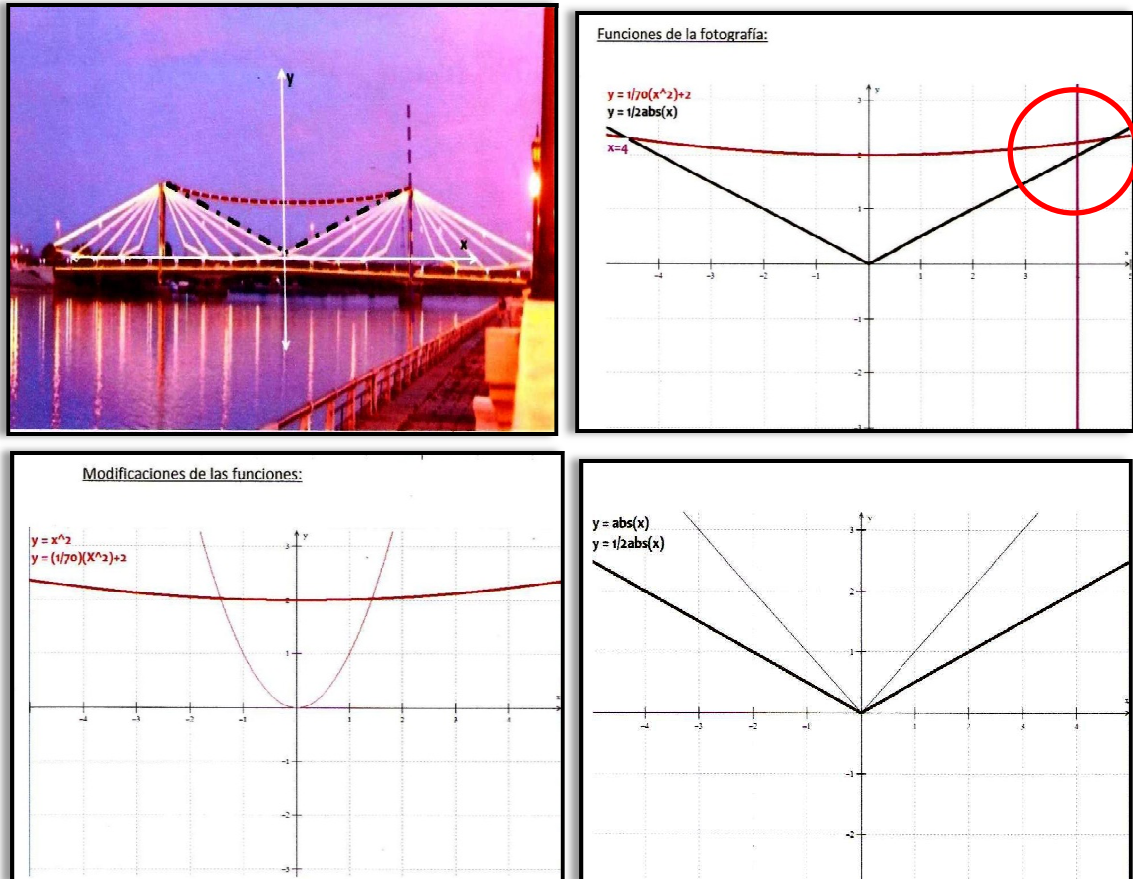
Con esta actividad se estimula la capacidad de observación, el ingenio, la creatividad, la motivación y la capacidad de escritura de los alumnos. Asimismo, debieron trabajar en grupos, lo cual favorece el trabajo en equipos, tan importante en la tarea profesional.

Algunos de los resultados obtenidos fueron los siguientes; en cada foto los alumnos marcaron un sistema de referencia y las funciones que identificaron:



“Danza sin límites” El ballet o danza clásica, nació en la Italia del Renacimiento, entre el 1400 y el 1600. Por su belleza y magnificencia este género nunca tendrá fin, como tampoco lo tendrá la función elemental (racional fraccionaria) que representa esta imagen, que tiene límite infinito al acercarse a cero por derecha.

“Puente colgante funcionando” Elegimos ese nombre ya que es una fotografía del puente colgante que se encuentra en Santa Fe. Profesionales como ingenieros civiles lo diseñaron por medio de funciones, entre otras cosas. Nos pareció interesante este ejemplo para poder comprender el desarrollo del Tema II en Análisis Matemático I comparado con un ejemplo de la vida real.



En este caso queremos mostrar un error detectado en las gráficas, ya que la recta vertical debería pasar por el punto de intersección entre la parábola y la función módulo, para que realmente represente al puente de la foto.

4.c. Vincular las nuevas tecnologías y la Matemática

La computadora ha cambiado el estilo de vida del hombre del siglo XXI y la propia matemática no escapa a las transformaciones. La misma ya no se percibe como una ciencia deductiva y exacta, sino que se le reconoce también una arista experimental. Un ejemplo lo ofrece el ya mencionado Nuevo Diseño Curricular de la Universidad Tecnológica Nacional, (resolución 64/94), en el que se establece que la metodología de enseñanza de la matemática deberá ser *“motivada y no axiomática”* y que *“los trabajos prácticos de todas las materias del área matemática serán realizados en computadora, utilizando software especializados que permitan manejo numérico, simbólico, gráfico y de simulación”*.

La exigencia cada vez mayor de incorporar la computadora a la enseñanza, sumada a la afinidad de los jóvenes con esta herramienta, promueve la necesidad de que la didáctica de la matemática se preocupe por analizar el uso de la misma. Como menciona Litwin (2005), en educación, las tecnologías pueden considerarse como herramientas que permiten mostrar, ilustrar y ayudar en el proceso de comprensión de los alumnos. Asimismo, establecen una forma de pensamiento determinada. Por eso, deben ser analizadas en su contexto, con el fin que el docente persiga y sus razones de utilización.

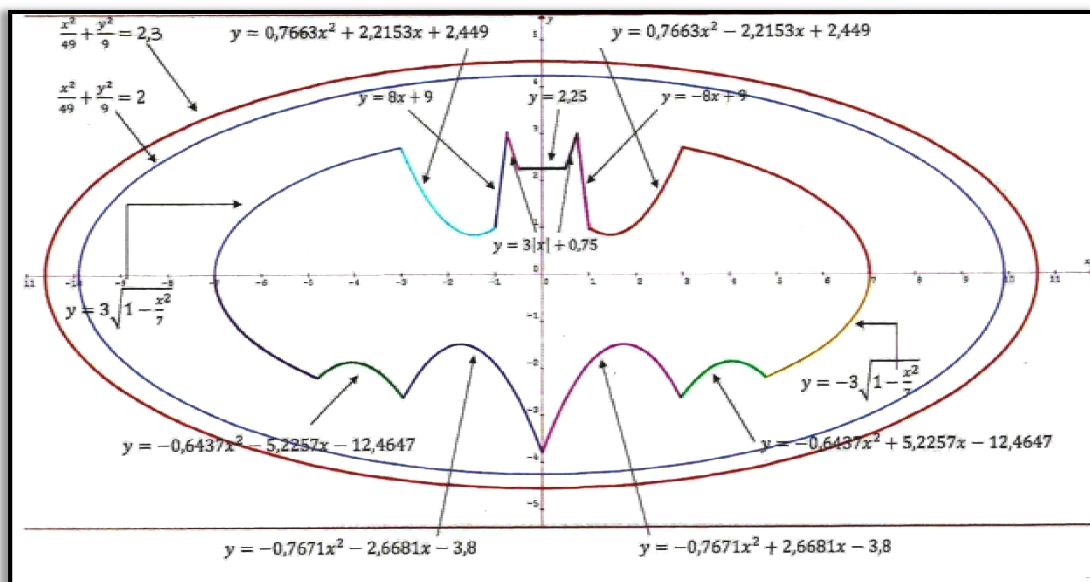
Para aplicar la tecnología al análisis matemático dentro del tema "funciones" se les pidió a los alumnos la siguiente actividad:

Debían elegir una figura y diseñarla mediante funciones en un software, identificando las funciones de su contorno y realizando los cálculos tanto en forma manual como con el programa.

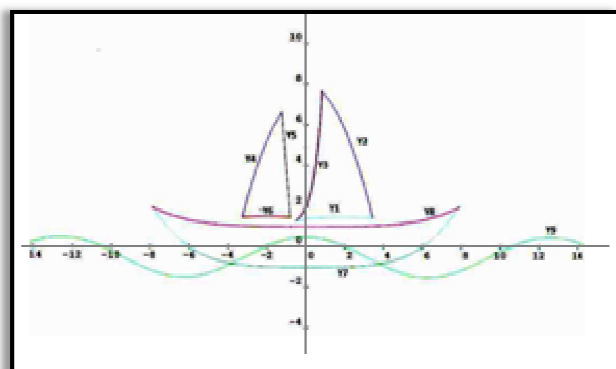
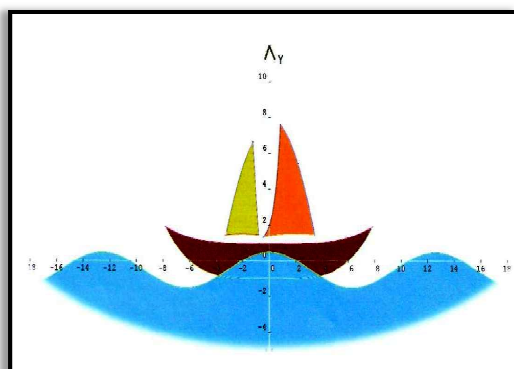
Esta actividad, al igual que la anterior, se realizó en forma grupal. Los alumnos se vieron muy interesados en identificar las funciones del contorno de una figura. En esta actividad y en la anterior, muchos buscaron figuras relacionadas con su carrera, con otras materias o de la vida real.

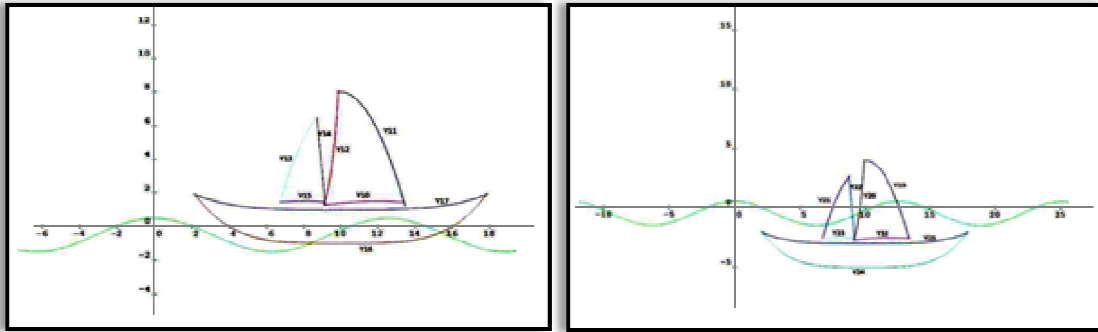
De los trabajos presentados por los alumnos se pueden enumerar algunos objetos diseñados tales como logos de: UTN, Motorola, Windows, McDonald's, Audi, Adidas; el símbolo del yin y yang, la letra griega lambda, un pez, una mariposa, un tucán, un mouse, una copa, un mate, un helado, una llave, entre otros.

A continuación, presentamos una de las imágenes elaboradas donde el grupo de alumnos además de presentar la figura diseñada, hicieron un cuadro detallando cada una de las funciones usadas, sus respectivos dominios acotados y la transformación correspondiente.

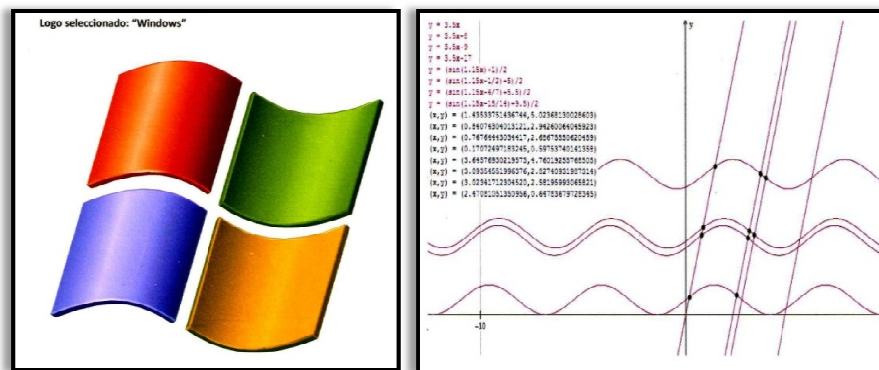


El siguiente trabajo nos pareció muy interesante debido a que es una figura armada por el grupo de alumnos (no copiada de una foto) y además, mediante transformaciones de las funciones, hicieron desplazar al barco por el agua.





A continuación puede observarse un caso en el que el grupo de alumnos no acotó los dominios de las funciones trabajadas, por lo cual el gráfico de la figura no queda tan claro como en los casos anteriores.



4.d. Reflexiones sobre las actividades

Al realizar estas actividades con nuestros cursos de alumnos pudimos realizar varias reflexiones al respecto. Cabe aclarar que trabajamos con cuatro comisiones de alumnos.

En primer lugar, las reacciones de los alumnos fueron diferentes en los distintos cursos. En un curso, en general, no les gustó o interesó la actividad, a pesar de que realizaron buenos trabajos. En dos cursos sí les interesó mucho la actividad, se notó porque consultaron y la realizaron apenas les entregamos las consignas.

En estos tres cursos mencionados, planteamos la actividad como "opcional" pero diciéndoles que la íbamos a tener en cuenta en caso de que "les falte nota" en algún trabajo práctico para acceder a los parciales. En el cuarto curso, a propósito, planteamos la actividad como "opcional", para ayudarlos a entender, a manejar software, etc., pero no les dijimos nada sobre las notas. Notablemente, en este último curso ningún alumno presentó la actividad.

Esto nos da la pauta, como docentes, de que debemos trabajar sobre el tema de la evaluación, para tratar de que los alumnos no guíen su comportamiento en torno a las notas, sino al aprendizaje y al conocimiento. Esto, por supuesto, no es una tarea fácil, pero creemos que requiere de nuestra atención.

Otra reflexión importante es que se les pidió a los alumnos realizar la primera actividad con software (graficar funciones elementales con sus desplazamientos, del inciso 4.a.) antes de dar el tema en la clase de práctica (sólo se habían dado los conceptos, pero faltaba practicar). Lo notable fue que cuando quisimos hacer la práctica de estas funciones en forma manual, los alumnos no sabían cómo hacerlas. Es decir, las habían graficado con el software pero no sabían hacerlas en forma manual. Esto nos indica la importancia de enseñar a los alumnos que los software son "herramientas" para el profesional, pero que el mismo tiene que manejar los conceptos y poder hacerlo en forma manual y analítica.

A pesar de esto, los alumnos luego de rendir el Trabajo Práctico donde aplicaron estos conocimientos, sí pudieron realizar las gráficas en forma manual satisfactoriamente.

Por último, queremos destacar que en muchos de los trabajos se observó que lo realizaron con creatividad e ingenio, como por ejemplo, el caso de las fotos presentadas en el inciso 4.b. y las gráficas del inciso 4.c. La creatividad, el ingenio, la capacidad de observación, son características fundamentales en un ingeniero, por lo cual es importante que como docentes implementemos actividades que hagan al alumno desarrollar estas cualidades, sobre todo desde el primer nivel de la carrera.

5. Consideraciones finales

Cuando nos preguntamos ¿qué es la comprensión?, las respuestas surgen generalmente vinculadas a procesos que podemos observar. Decimos que alguien ha comprendido no sólo si sabe del tema sino que puede pensar a partir de él. Dos ideas surgen de estas afirmaciones.

Primero, para apreciar la comprensión de una persona en un momento determinado, hay que pedirle que haga algo que ponga en juego su comprensión, explicando, resolviendo un problema, construyendo un argumento, etc.

Segundo, lo que los estudiantes responden no sólo demuestra su nivel de comprensión actual, sino que lo más probable es que los haga avanzar. «*Al trabajar por medio de su comprensión en respuesta a un desafío particular, llegan a comprender mejor*» (Perkins, en Stone Wiske 1999).

Por eso nuestra tarea docente es poner al alumno en situaciones que lo ayuden a comprender. Mucho de esto se puede lograr a partir de los materiales didácticos y las formas de enseñanza.

Consideramos que es importante introducir metodologías que ayuden al alumno a “aprender a aprender” mediante la idea de investigar, consultar, pensar, repensar conceptos, etc. Para ello es imprescindible que los docentes cambiemos nuestra actitud adoptando las estrategias que promuevan el aprendizaje significativo de conceptos fundamentales de las asignaturas y generen las habilidades necesarias para el aprendizaje autónomo. Así podemos contribuir al mejoramiento de las prácticas docentes, lo que redundará en una mejor calidad de la educación y formación del alumno y futuro profesional.

6. Bibliografía

- ✓ ALONSO TAPIA, J. (2001). *Motivación y estrategias de aprendizaje: Principios para su mejora en alumnos universitarios*. En: García, A. y Muñoz-Repiso, V. *Didáctica Universitaria*. Editorial La Muralla. ISBN: 713-4.
- ✓ BAIN, Ken (2006). *Lo que hacen los mejores profesores universitarios*. Valencia: Publicaciones de la Universidad de Valencia.
- ✓ DEDE, C. (comp.) (2000). *Aprendiendo con tecnología*. Buenos Aires: Editorial Paidós.
- ✓ FINKEL, D. (2008). *Dar clase con la boca cerrada*. Valencia: Publicaciones de la Universidad de Valencia.
- ✓ LITWIN, E. (2005). *Tecnologías educativas en tiempos de Internet*. (1º edición). Buenos Aires: Amorrortu editores.
- ✓ MATEOS, M. (2001). *Metacognición y educación*. Argentina: Editorial Aique.
- ✓ PERKINS, D. (1995). *La escuela inteligente*. Barcelona: Gedisa.
- ✓ STONE WISKE, M. (comp.). (1999). *La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*. Barcelona: Editorial Paidós.