



Congreso Argentino de Ciencia  
y Tecnología de Alimentos

## **PREDICCIÓN DE PROPIEDADES DEL SUERO DE LECHE MEDIANTE APLICACIÓN DE APROXIMANTES DE PADÉ**

**Mónica Guerrero; Luis A. Toselli y Fernando Bonaterra**

*Grupo de Investigación en Simulación para Ingeniería Química- GISIQ (Facultad Regional Villa María - UTN). Av. Universidad 450 - (X5900HLR) Villa María. Córdoba (Argentina). e-mail: guerrero.mp@gmail.com*

*Resumen:* En la literatura especializada se pueden encontrar modelos de predicción de propiedades para soluciones de concentrados proteicos de suero pero no siempre resultan en estructuras algebraicas sencillas, de aplicación generalizada y/o suficientemente precisos. La propuesta que es presentada en este trabajo plantea una aplicación de Aproximantes de Padé como un método alternativo en la búsqueda de nuevos modelos no lineales que describan satisfactoriamente las relaciones existentes entre los principales parámetros involucrados, temperatura (T) y/o concentración de sólidos (C), para estimar la densidad, viscosidad y tensión superficial de soluciones de concentrados proteicos de suero (CPS). La aproximación de Padé es una herramienta útil en las matemáticas aplicadas. En el análisis y modelado de las correlaciones obtenidas se utilizaron datos experimentales disponibles en la literatura científica y se aplicó un software estándar pero versátil que permitió evaluar los resultados con un adecuado rigor estadístico. Las expresiones obtenidas son válidas en un intervalo de temperaturas comprendido entre 10° y 50°C y una concentración de sólidos del 5 al 35 % p/p, los cuales concitan principalmente el mayor interés industrial.

*Palabras claves:* densidad, viscosidad, tensión superficial, modelos de predicción.

### **INTRODUCCIÓN**

El suero de leche, obtenido como subproducto del proceso de elaboración de quesos, es una fuente natural de proteínas de alta calidad, razón por la cual ha adquirido una importancia creciente en la industria láctea. Este se encuentra sometido a distintas operaciones durante su industrialización tales como evaporación y secado, entre otras (Heldman y Lunn, 1992). Así, uno de los aspectos de mayor interés para su procesamiento está relacionado con la eventual desnaturalización de sus proteínas, principalmente por efectos térmicos, lo cual deriva en una alta variabilidad tanto en composición como en calidad del producto.

En general, en la ingeniería de procesos aplicada a la industria alimentaria se necesita contar con datos experimentales, no siempre

disponibles, o bien de modelos confiables que permitan estimar sus propiedades. Estos se aplicarán para desarrollar modelos de simulación, realizar cálculos de balances y diseño de equipos, en especial aquellos que implican operaciones de termotransferencia. En la literatura especializada se pueden encontrar modelos de predicción de propiedades para soluciones de concentrados proteicos de suero pero no siempre resultan en estructuras algebraicas sencillas, de aplicación generalizada y/o suficientemente precisos. La Aproximación de Padé es una herramienta de utilidad en las matemáticas aplicadas. Son funciones racionales (un polinomio dividido por otro polinomio) que tienen la capacidad de representar funciones complejas con un número reducido de parámetros. Así, una función altamente no lineal que expandida en serie requeriría un gran número de términos

puede ser representada con un Aproximante de Padé simple de pocos coeficientes. Usualmente se designa la aproximación de Padé de la forma:

$$R_{N,M}(x) = \frac{P_M(x)}{Q_N(x)} \quad (1)$$

donde  $P_M(x)$  y  $Q_N(x)$  son expresiones polinómicas de grado M y N, respectivamente. Las aproximaciones más útiles, en general, son aquellas en que el polinomio  $P_N(x)$  tiene igual grado o sólo uno más que el polinomio  $Q_M(x)$ . Una propuesta presentada en este trabajo es la aplicación de estos como un método alternativo en la búsqueda de nuevos modelos no lineales que describan satisfactoriamente las relaciones existentes entre los distintos parámetros involucrados en una expresión algebraica, para estimar las propiedades de soluciones de concentrados proteicos de suero (CPS).

#### METODOLOGÍA

En la búsqueda de los modelos de regresión, se ha utilizado un software comercial de reconocida jerarquía cuya exactitud ha sido verificada con programas de referencia del National Institute of Standards and Technology (NIST), de modo que los resultados pudieron ser analizados en forma estadísticamente rigurosa y con una adecuada garantía respecto de su solidez.

Partiendo de diferentes conjuntos de datos experimentales publicados en la literatura científica se ha aplicado la aproximación propuesta (González-Tello *et al.*, 2009; Paramalingam *et al.*, 2001; Paramalingam *et al.*, 2001). Las propiedades consideradas para su estudio son: densidad, viscosidad y tensión superficial de concentrado proteico de suero de leche (CPS).

Luego de varias evaluaciones, el Aproximante de Padé (1,1) resultó apropiado para representar la densidad y la viscosidad, de acuerdo a:

$$\rho \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] = \left( \frac{a+bT[^\circ\text{C}]}{1+cC[\%]} \right) \quad (2)$$

y

$$\ln \mu \text{ [mPa} \cdot \text{s]} = \left( \frac{a+bT[^\circ\text{C}]}{1+cC[\%]} \right) \quad (3)$$

mientras que en el caso de la tensión superficial es de forma (2,1):

$$\tau \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}} \right] = \left( \frac{a+bC[\%]+cC^2[\%]}{1+dC[\%]} \right) \quad (4)$$

donde a, b, c y d son los parámetros determinados en las correlaciones obtenidas, C es la concentración de sólidos expresada en % p/p, y T la temperatura en °C.

Los modelos de regresión encontrados son aplicables a un intervalo de temperaturas entre 10° y 50 °C y una concentración de sólidos entre el 5 y 35 % p/p. A concentraciones mayores y temperaturas entre 50 y 60 °C se desnaturalizan las proteínas del suero (Paramalingam *et al.*, 2002).

Estas expresiones pueden aplicarse al cálculo de las mismas propiedades de otros alimentos fluidos para lo cual se requiere en todos los casos un adecuado análisis previo a los datos experimentales que se disponen (Guerrero *et al.*, 2005) (Guerrero *et al.*, 2012).

En todos los casos estudiados se determinó la desviación media relativa  $\Delta y\%$  y la desviación media absoluta  $|\Delta y\%|$ , como parámetros significativos de la bondad del modelado (Valderrama y Álvarez, 2005). Estas se definen como:

$$\Delta y \% = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{y^{\text{cal}} - y^{\text{exp}}}{y^{\text{exp}}} \right]_i \quad (5)$$

$$|\Delta y\%| = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{|y^{\text{cal}} - y^{\text{exp}}|}{y^{\text{exp}}} \right]_i \quad (6)$$

Desde el punto de vista matemático, hay una serie de otros parámetros estadísticos que pueden ser de interés en algunas aplicaciones donde se requieren modelos robustos para fines de generalizaciones o extrapolaciones en amplios intervalos del valor de las variables. Estas definiciones estadísticas son más

apropiadas para analizar duplicados de datos experimentales, pero no para comparar predicciones de diferentes modelos.

## RESULTADOS

Dada la complejidad que presenta la obtención de los parámetros en los modelos es necesario un adecuado nivel de conocimientos teóricos sobre correlación de datos, manejo de software específico y análisis estadísticos correspondientes.

En la Tabla 1 se detallan las propiedades calculadas para el concentrado proteico del suero de leche tratadas en este trabajo, el tamaño de la muestra, los parámetros correspondientes a las correlaciones obtenidas, y sus errores porcentuales promedios.

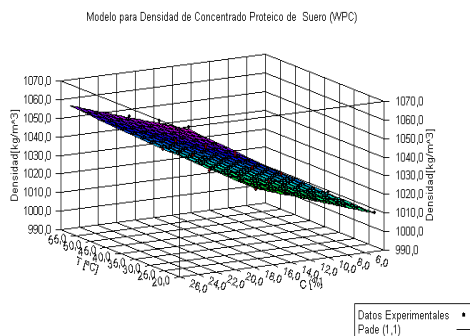


Figura 1: Datos experimentales versus correlación de densidad.

La Figura 1 muestra el ajuste encontrado entre los datos experimentales y el modelo correlacionado para la densidad del suero de leche en el rango de temperaturas y concentraciones establecidos. Figuras similares se encontraron para viscosidad y tensión superficial.

Los coeficientes de correlación múltiple  $R^2$  ajustado dieron por resultado: 0.997, 0.988 y

Tabla 1. Parámetros obtenidos para la densidad, viscosidad y tensión superficial de concentrado de suero de leche

Propiedad	N	Parámetros				% $ \Delta y $
		a	b	c	d	
Densidad	25	1003	-0,2988	$-2.68 \cdot 10^{-3}$	-	0,082
Viscosidad	12	2.1678	-0,0138	1,045	-	2
Tensión Superficial	10	0.0419	-0.0043	$1.99 \cdot 10^{-5}$	-0.1	0

0.999 respectivamente.

Se analizaron además las gráficas de probabilidad normal. En estas se representan los residuales versus los valores que se esperarían si existiera normalidad (Ryan, 1996).

Si las observaciones provienen de distribuciones normales todas con la misma varianza, entonces los residuos deberían seguir una distribución aproximadamente normal.

En cada uno de ellos se observó la no existencia de tendencia o cambio de la dispersión mostrando una nube de puntos alrededor de cero, razón por la cual la varianza es constante.

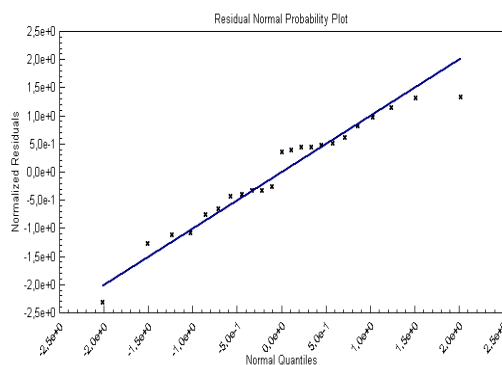


Figura 2: Probabilidad normal para la densidad de concentrado proteico de suero

La Figura 2 muestra la curva correspondiente a la probabilidad normal de los residuos en el modelo obtenido para la densidad del concentrado proteico del suero de leche.

Figuras similares se obtuvieron para los otros modelos desarrollados en los cuales se observa una distribución no muy diferente de la normal.

## CONCLUSIONES

De acuerdo a los resultados observados se pueden obtener las siguientes conclusiones: i) A partir del cálculo de la desviación media absoluta  $|\Delta y|$  (Tabla 1), se ha comprobado la validez y confiabilidad de los modelos propuestos dentro de los intervalos considerados para sus variables, ii) se observa consistencia estadística en cada uno de ellos, con valores elevados de  $R^2$  y desviaciones absolutas promedio menores del 2 % y iii) dada su simplicidad los modelos son adecuados para cálculos repetitivos en simulación y diseño.

## BIBLIOGRAFÍA

- González-Tello, P.; Camacho, F.; Guadix, E.M.; Luzón, G, y González, P.A. (2009). Density, Viscosity and Surface Tension of Whey Protein Concentrate Solutions. *Journal of Food Process Engineering*, 32(2):235-247.
- Guerrero, M.; Borsatto, M. A. y Valderrama, J. (2005). Aproximantes de Padé en la determinación de Propiedades de Alimentos, INMAT 2005, Bs. Aires.
- Guerrero, M.; Toselli, L.A. y Valderrama, J. (2012). Aplicación de Aproximantes de Padé en el Modelado de la viscosidad de Jarabe de Maíz. *Revista Tecnología y Ciencia – UTN*, 10(21): 85-88.
- Heldman, D and Lunn, D., (1992). *Handbook of Food Engineering*, Ed. Marcel Dekker, In, New York.
- Paramalingam, S.; Bakker, H.C. y Chen, H., (2002). *World Congress of Chemical Engineering*, Melbourne. paper 392.
- Paramalingam, S.; (2001). M. Tech thesis, University of Massey, Nueva Zelandia
- Paramalingam, S.; Bakker, H.C. y Chen, H., (2001). *World Congress of Chemical Engineering*, Melbourne. paper 1648.
- Ryan, Thomas, (1996). *Modern Regression Methods*; Edition 1. John Wiley & Sons, New York, EE UU.
- Valderrama, J. O. y Alvarez V. H. (2005) Correct way of Reporting Results when Modeling Supercritical Phase Equilibria using Equations of State, *Can. Journal Chem. Eng.*, 83:1-4.