

Estrategia de articulación de contenidos entre el Ciclo Básico y el Ciclo Superior vinculada al Procesamiento Digital de Imágenes en Ingeniería Electrónica

Content articulation strategy between the Basic Cycle and the Upper Cycle related to Digital Image Processing in Electronic Engineering

Presentación: 30/07/2023

Luciano Emmanuel Savoie

UTN Regional Paraná - Argentina
lucianosavoie@frp.utn.edu.ar

Ernesto Klimovsky

UTN Regional Paraná - Argentina
ernestoklimovsky@frp.utn.edu.ar

Resumen

En el marco de una serie de Proyectos de Investigación y Desarrollo realizados por el *Grupo de Investigación en la Enseñanza de la Matemática en las Carreras de Ingeniería*, cuyo objetivo es destacar los conceptos matemáticos aprendidos en el Ciclo Básico para resolver problemas concretos de ingeniería, se busca aquí rescatar y exponer aquellos trabajos que abordan la articulación de contenidos de dos asignaturas del ciclo básico, *Álgebra y Geometría Analítica*, y *Análisis de Señales y Sistemas*, con una asignatura del ciclo superior, como *Procesamiento Digital de Imágenes*; todas de la carrera de Ingeniería Electrónica.

Se analizan los conceptos matemáticos necesarios, se ilustra cómo se aplican en proyectos de procesamiento de señales bidimensionales, como lo son las imágenes digitales, y se exponen ejemplos. Esto refuerza los saberes adquiridos y las competencias desarrolladas en cada asignatura.

También resaltamos la percepción de los alumnos, identificando oportunidades para incluir más trabajos relacionados posteriormente.

Palabras clave: articulación - materias básicas - procesamiento digital de imágenes

Abstract

Within the context of a series of Research and Development Projects carried out by the Research *Grupo de Investigación en la Enseñanza de la Matemática en las Carreras de Ingeniería*, the aim is to highlight the mathematical concepts learned in the Basic Cycle for solving specific engineering situations. The focus is on rescuing and presenting works that address

the integration of content from two subjects in the basic cycle, namely *Algebra and Analytical Geometry*, and *Signal and Systems Analysis*, with a subject from the upper cycle, such as *Digital Image Processing* in the field of Electronic Engineering.

The necessary mathematical concepts are analyzed, demonstrating their application in two-dimensional signal processing projects, such as digital images, with examples presented. This reinforces acquired knowledge and competencies in each subject.

The students' perception is highlighted, identifying opportunities to include more related works later on.

Keywords: articulation - basic subjects - digital image processing

Introducción

Como docentes universitarios del área de Matemática, nos enfrentamos al desafío de encontrar la estrategia óptima para enseñar ciertos temas, asegurándonos de motivar a los alumnos y desarrollar competencias profesionales que perduren en el tiempo. Para lograr esto, hemos adoptado una estrategia metodológica basada en la exposición y resolución de problemas que integran conceptos de diversas asignaturas, lo que nos permite contextualizar los contenidos y facilitar su aprendizaje. Concretamente, hemos trabajado en la articulación de tres asignaturas de la carrera ingeniería electrónica de la siguiente manera:

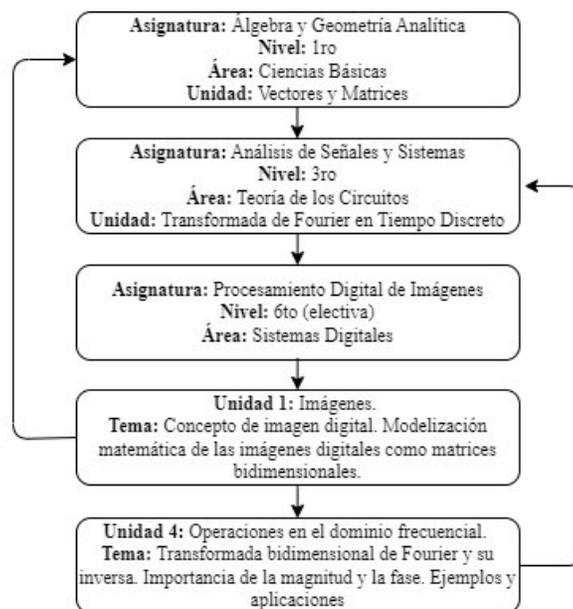


Figura 01. Articulación de asignaturas planteado

Estamos seguros de que al resolver problemas relacionados con la especialidad elegida, al integrar y conectar los contenidos de diferentes asignaturas y al incorporar la tecnología en el aula, podemos efectivamente superar el desafío inicial y lograr el desarrollo de las competencias fundamentales para un ingeniero. Estas competencias incluyen, entre otras, la capacidad para identificar, formular y analizar problemas, así como la habilidad para buscar soluciones y tomar decisiones fundamentadas al elegir la alternativa más adecuada.

Desarrollo

El *Álgebra Lineal* representa uno de los pilares fundamentales en la formación de un ingeniero, al proporcionar las bases matemáticas esenciales para diversas disciplinas en ingeniería. Comprender estos conceptos es de vital importancia, y una metodología didáctica que vincule cuestiones específicas de ingeniería desde el primer año de la carrera puede resultar clave para mejorar el aprendizaje y la aplicabilidad de estas herramientas matemáticas.

Uno de los temas iniciales abordados en la asignatura *Álgebra y Geometría Analítica* se relaciona con los vectores y las matrices, los cuales representan arreglos unidimensionales y bidimensionales de números. Y es aquí donde realizamos el primer abordaje de vinculación de contenidos, ya que las imágenes bidimensionales se representan a partir de una matriz en la que cada elemento corresponde a un píxel de la imagen. El caso más común se refiere a imágenes en tonos de grises, siendo un ejemplo típico las imágenes de 8 bits. Aquí, cada píxel se representa mediante un número entre 0 y 255, donde 0 representa el color negro (ausencia de luz) y 255 el color blanco (luz máxima), como se aprecia en la **Figura 02**.

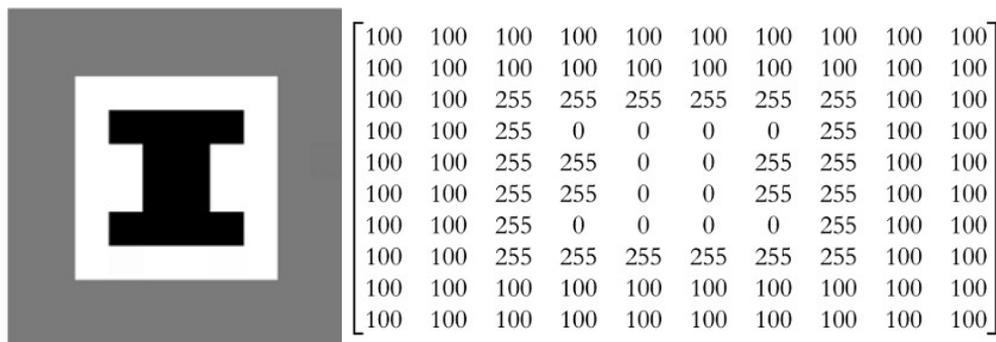


Figura 02. Representación de una imagen en escala de grises mediante una matriz

Las imágenes a color por su parte, están formadas por una combinación individual de imágenes 2-D. Por ejemplo, en el sistema de color *RGB*, un color consiste en tres componentes individuales de una imagen que son Red, Green y Blue (rojo, verde y azul respectivamente). Por esta razón, muchas técnicas de desarrollo para imágenes monocromáticas pueden ser extendidas para el procesamiento de imágenes a color.

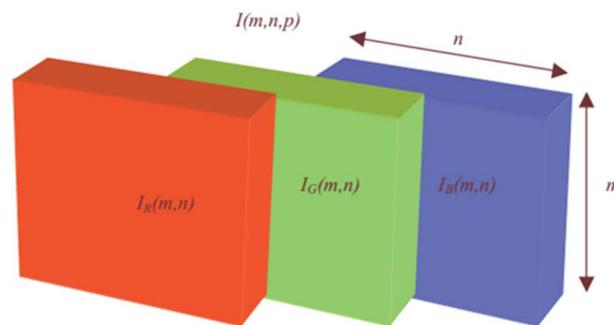


Figura 03. Esquema de una imagen *RGB* $I(m,n,p)$ con sus tres componentes individuales. Aquí m y n tienen el mismo significado que para el caso de las imágenes monocromáticas, mientras que p representa el plano, que para *RGB*es: 1 para el rojo, 2 para el verde y 3 para el azul.

Al explorar esta conexión en el aula, los alumnos empiezan a comprender cómo los conceptos matemáticos de matrices tienen aplicaciones prácticas en el procesamiento de imágenes.

Además, se les brinda una breve introducción al manejo de imágenes digitales mediante software como MatLab u otros programas de código abierto como SciLab. En este proceso, se les muestra cómo dichos programas almacenan y manipulan las imágenes como arreglos bidimensionales (matrices), donde cada elemento de la matriz corresponde a la intensidad de

un píxel en la imagen. Por ejemplo, una imagen de 200 píxeles de alto por 300 píxeles de ancho se representa como una matriz de 200x300. En el caso de las imágenes *RGB* mencionadas anteriormente, se requiere un arreglo tridimensional, donde el primer plano representa la intensidad del color rojo en los píxeles, el segundo plano refleja la intensidad del color verde y el tercer plano refleja la intensidad del color azul.

Esta convención permite trabajar con imágenes de manera análoga al manejo de matrices con datos de cualquier tipo. Es posible seleccionar un solo píxel de una imagen-matriz utilizando la notación $I(2,15)$, lo cual proporcionará el valor del píxel ubicado en el renglón 2, columna 15 de la matriz I .

Gracias a esta convención de imagen-matriz, logramos facilitar la comprensión y el aprendizaje de conceptos fundamentales como la *adición de matrices* y la *multiplicación de una matriz por un escalar*, aplicándolos en el tratamiento de imágenes digitales. Para una mejor comprensión y practicidad, utilizamos ejemplos de imágenes monocromáticas de 8 bits, como las de la **Figura 02**. En ellas, el valor de cada píxel se corresponde a un determinado valor en una escala de grises de 2^8 , es decir, 256 tonalidades distintas. La misma está comprendida en un rango de números naturales de 0 a 255 en el cual cada valor está asociado a distintas graduaciones de grises, desde el negro cuyo valor es el 0, hasta el blanco cuyo valor es 255. Todos los conceptos desarrollados pueden hacerse extensivos a imágenes color, recordando que éstas son tratadas como arreglos tridimensionales, como se mencionó anteriormente.

Esta representación matricial nos permite abordar los temas de forma accesible y efectiva. En clase, nos centramos en tres casos específicos: ajuste del brillo, realce de diferencias entre imágenes y detección de movimiento.

En el primer caso, al sumar o restar un valor constante a cada píxel, logramos un aumento o disminución uniforme del brillo, una técnica sencilla y práctica para mejorar imágenes. La **Figura 04** muestra un ejemplo de suma de matrices para corregir una imagen oscura. Al igual que en el álgebra matricial, aquí también se requiere que las imágenes involucradas sean del mismo tamaño.



Figura 04. Imagen original (izq.) e imagen resultante (der.)

Además, este mismo efecto se obtiene al multiplicar cada píxel por un escalar, vinculándolo con la multiplicación de matrices por un escalar. Un valor menor a 1 oscurece la imagen, mientras que uno mayor a 1 la ilumina. En la **Figura 05**, mostramos un ejemplo de otra imagen oscurecida para ilustrar este proceso.



Figura 05. Imagen original (izq.) e imagen resultante (der.)

El segundo caso expuesto ante los alumnos es el realce de diferencias entre dos imágenes, aplicable cuando ambas provienen de la misma escena, tomadas desde el mismo punto pero en momentos distintos (t_1 y t_2). La imagen diferencia resalta cambios debido a nuevos elementos o al movimiento de estructuras preexistentes. Este proceso es análogo a una *resta de matrices*, donde cada píxel de la imagen resultado representa la diferencia entre píxeles correspondientes de las dos imágenes originales. En el ejemplo de la **Figura 06** mostramos cómo una simple diferencia detecta y destaca la aparición de dos objetos nuevos.



Figura 06. Imagen en el instante t_1 (izq.), Imagen en el instante t_2 (centro) e Imagen que denota la aparición de nuevos objetos en la escena (der.)

La resta de imágenes-matrices es un paso intermedio para un proceso más complejo como la detección de movimiento. Podemos detectar el cambio entre imágenes tomadas en momentos sucesivos al hacer la diferencia entre ellas y luego aplicar lo que se conoce como *umbralización*. Esta función convierte una imagen con tonalidades diversas a una imagen en blanco y negro. Si la imagen original es $f(x,y)$, la imagen umbralizada es $g(x,y)$, y al fijar un valor umbral U ($0 < U < 255$), la operación de umbralizado se define mediante la ecuación:

$$g(x,y) = 255(\text{Blanco}) \quad \text{si } f(x,y) > \text{Umbral} \quad (1)$$

$$g(x,y) = 0(\text{Negro}) \quad \text{si } f(x,y) \leq \text{Umbral} \quad (2)$$

Se elige un umbral para agrupar píxeles de una imagen y diferenciar objetos del fondo. La combinación de sustracción y *umbralización* se utiliza para eliminar lo estático y resaltar el objeto en movimiento. En el ejemplo de la **Figura 07**, observamos cómo esta técnica muestra solo el objeto de interés en movimiento, en este caso, un oso de peluche.

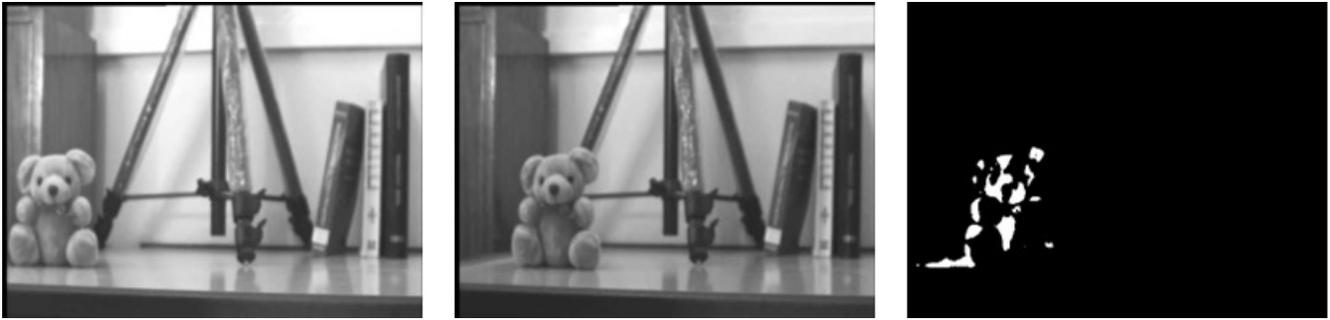


Figura 07. Imagen en el instante t_1 (izq.), Imagen en el instante t_2 (centro) e Imagen que denota el movimiento de un objeto (der.)

Todo lo anterior ilustra conceptos básicos de álgebra con aplicaciones prácticas en el procesamiento de imágenes. A los alumnos les resulta interesante y despierta su curiosidad, generando un ambiente propicio para preguntas y discusiones en el aula. Esta integración entre álgebra matricial y temas básicos del *procesamiento de imágenes* motiva a los estudiantes a explorar más allá y comprender cómo los conceptos matemáticos se aplican en situaciones reales, enriqueciendo su experiencia de aprendizaje.

Con referencia a la articulación de contenidos también planteada en la **Figura 01**, se establece una interesante conexión entre los temas previamente mencionados de *Álgebra y Geometría Analítica* y un campo más avanzado del procesamiento de imágenes. Esta vinculación se destaca en la asignatura *Análisis de Señales y Sistemas*, donde se estudian los conceptos relacionados con la *Transformada Unidimensional de Fourier en Tiempo Discreto* y se realiza una breve introducción a la *Transformada Bidimensional de Fourier en tiempo discreto*. Esta integración vertical permite explorar técnicas más avanzadas del procesamiento de imágenes, como la sintetización de filtros y la eliminación de ruido, y relacionarla con los contenidos matemáticos impartidos.

A pesar de que la *Transformada Bidimensional de Fourier en Tiempo Discreto* no forme parte de la currícula de *Análisis de Señales y Sistemas*, se realiza un breve comentario sobre ella y se menciona la materia electiva de *Procesamiento Digital de Imágenes*. Esto fomenta la curiosidad de los estudiantes por estos temas y los invita a conocer más sobre ellos, al exponer la vinculación con el álgebra y otras asignaturas del ciclo superior. Este enfoque docente estimula un aprendizaje interdisciplinario, generando un ambiente enriquecedor y motivador para los alumnos.

En la asignatura *Análisis de Señales y Sistemas* se aborda la representación *Módulo-Fase de la Transformada Unidimensional de Fourier en Tiempo Discreto*, la cual se retoma posteriormente en la materia electiva de *Procesamiento Digital de Imágenes*, pero en su forma bidimensional. Esta forma de representación matemática de la *Transformada* es destacada por su importancia en el ciclo básico pero se refuerza su relevancia en el ciclo superior.

En la representación de Fourier, el módulo y la fase desempeñan roles distintos y, en ciertas situaciones, muchas características importantes de una imagen se preservan si solo se mantiene la fase. Se menciona el "Experimento de Oppenheim" como una forma de demostrar esto, donde se reproduce una imagen combinando el módulo de una imagen fuente con la fase de otra, para observar qué información prevalece en la imagen resultante, como se visualiza en la **Figura 08**.



Figura 08. Experimento de Oppenheim. Esquina superior izquierda: Imagen “monkey” (IM1). Esquina superior derecha: Imagen “Lena” (IM2). Esquina inferior izquierda: Imagen reconstruida utilizando el módulo de IM1 y la fase de IM2. Esquina inferior derecha: Imagen reconstruida utilizando el módulo de IM2 y la fase de IM1.

Todos los ejemplos presentados demuestran que gran parte de la información está codificada en la fase, lo cual sorprende a los alumnos ya que la mayoría tiende a asumir que el módulo es lo más relevante en una imagen. Esta percepción despierta su interés y genera un debate en el aula, donde se exploran las implicaciones de esta representación y su importancia en el procesamiento de imágenes.

Conclusiones

La estrategia desarrollada muestra una integración efectiva de conceptos matemáticos con aplicaciones prácticas en el campo del Procesamiento Digital de Imágenes en Ingeniería Electrónica. Esta metodología de enseñanza interdisciplinaria estimula el interés y la participación de los estudiantes, enriqueciendo su experiencia de aprendizaje y desarrollando competencias fundamentales para su formación como futuros ingenieros.

Continuaremos desplegando y fortaleciendo la metodología interdisciplinaria y la articulación de contenidos. Incorporaremos tanto temas emergentes como aquellos propuestos por los estudiantes, fomentando la creatividad y la colaboración en equipo.

Referencias

Savoie L.; Klimovsky E.; Gaitán M.M. (2021). “Estudio de la Representación Módulo-Fase de la Transformada de Fourier en Tiempo Discreto en el Procesamiento Digital de Imágenes”, Libro de actas: XXII Encuentro Nacional y XIV Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería, EMCI 2021, Montevideo, Uruguay, 19 al 21 de Mayo, 112-121.

Savoie L.; Gaitán M.M.; Klimovsky E. (2017). “Aplicación de la Descomposición en Valores Singulares en la Compresión de Imágenes Digitales”, Libro de actas: XX Encuentro Nacional y XII Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería, EMCI 2017, Santiago del Estero, Argentina, 17 al 19 de Mayo, 61-68.

Savoie, L. (2016). “Algebra matricial y su aplicación en el procesamiento digital de imágenes”, Actas de las Jornadas de Jóvenes Investigadores Tecnológicos 2016, JIT 2016, Santa Fe, Argentina, 3 y 4 de noviembre.

Gonzalez, Rafael C.; Woods, Richard E. (2001). “Digital Image Processing”. Prentice Hall. 150-154.

Gonzalez, Rafael C.; Woods, Richard E.; Eddins, Steven L. (2003) "Digital Image Processing using MatLab". Pearson. pp. 112-115.

CONFEDI. (2018). "Propuesta de Estándares de Segunda Generación para la Acreditación de Carreras de Ingeniería en la República Argentina" Libro Rojo. Universidad FASTA Ediciones.